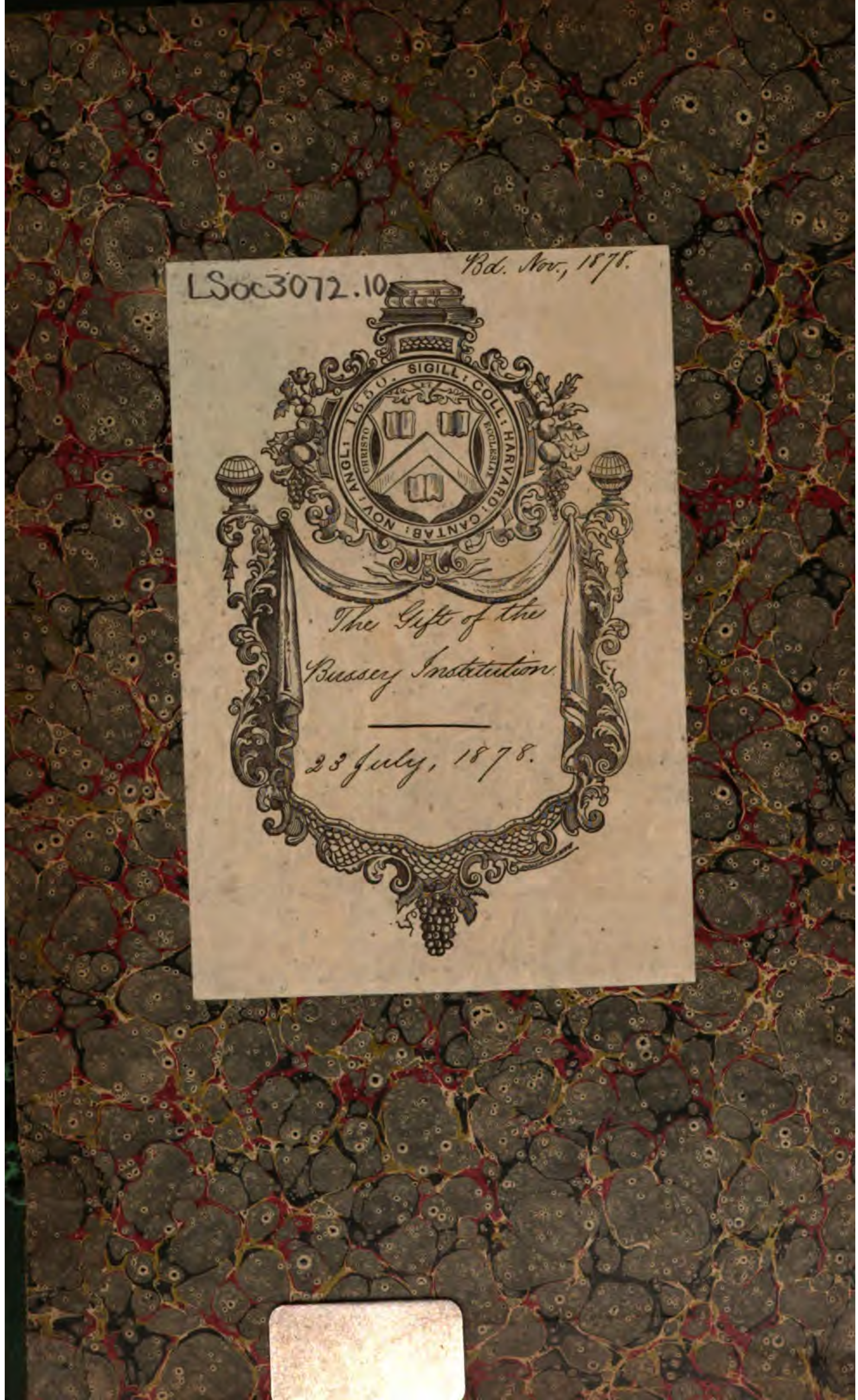
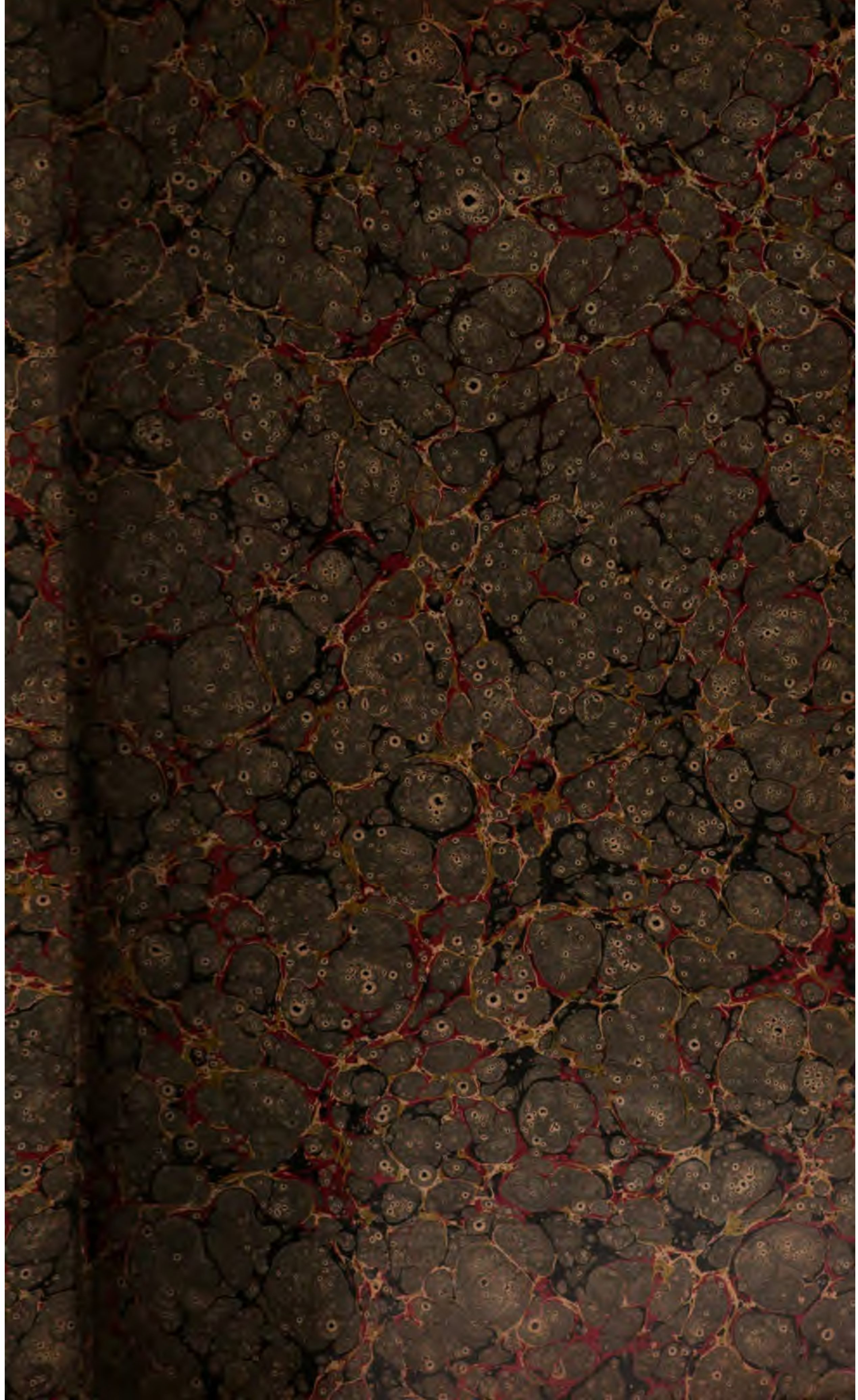



LSoc3072.10
Bd. Nov, 1878.
SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650.
CHRISTO ET ECCLESIAE
The Gift of the
Bussey Institution.
23 July, 1878.



ARCHIVES

DU

MUSÉE TEYLER.

VOLUME III.

HARLEM. — LES HÉRITIERS LOOSJES.
1874.
PARIS,
GAUTHIER-VILLARS.
LEIPSIG,
G. E. SCHULZE.

1878, July 23.
Gift of
the Bussey Institution.

TABLE DES MATIÈRES.

AVIS.

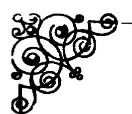
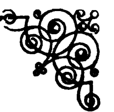
Les **Archives du Musée Teyler** paraissent de temps à autre en fascicules successifs, qui contiennent des mémoires scientifiques et les augmentations annuelles de la Bibliothèque et des collections paléontologiques etc. du Musée.

Chaque fascicule se vend séparément, au prix de 1 fl., 2,25 fr. ou 20 Sgr.

Un de nos collaborateurs, M. le Dr. K. SIJBRANDI, nous a été enlevé par la mort.

Ses premières relations avec la Fondation Teyler dataient de 1840, année où il fut couronné par notre Seconde Société, pour un mémoire contenant une étude comparée, esthétique et critique sur Shakespeare et Vondel, considérés comme poëtes tragiques. Le 20 Août 1858 il fut nommé directeur de la Fondation, et en cette qualité il donna, en 1865, la première impulsion pour la création des **Archives du Musée Teyler**. L'examen de quelques documents manuscrits, qui se trouvaient au Musée Teyler, lui fournit l'occasion de publier dans notre Recueil plusieurs notices sur la correspondance du Prince Guillaume de Nassau avec le Comte de Leycester et d'autres hommes remarquables; le troisième fascicule de ce volume renferme la fin de ce travail. Le 5 Septembre 1872 s'est terminée l'utile et honorable carrière du Dr. K. SIJBRANDI, auquel les services signalés, rendus par lui à la Fondation Teyler, assurent, de la part de nous tous, un souvenir reconnaissant.

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

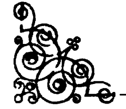
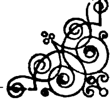
ARCHIVES

DU

MUSÉE TEYLER.

VOL. III.
FASCICULE PREMIER.

HARLEM. — LES HÉRITIERS LOOSJES.
1870.
PARIS, GAUTHIER-VILLARS.
LEIPSIG, G. E. SCHULZE.

ARCHIVES

DU

MUSÉE TEYLER.

VOL. III.

Fascicule Premier.

HARLEM. — LES HÉRITIERS LOOSJES.
1870.

PARIS, GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG, G. E. SCHULZE.

TABLE DES MATIÈRES.

Avis.

Fondation de M. P. Teyler van der Hulst, à Harlem.

Mémoires présentés à MM. les Directeurs de la Fondation.

AVIS.

Les Archives du Musée Teyler paraissent de temps à autre en cahiers successifs, qui contiennent des mémoires scientifiques et les augmentations annuelles de la Bibliothèque et des collections paléontologiques etc. du Musée.

FONDATION

DE

P. TEYLER VAN DER HULST;

À HARLEM.

Directeurs.

W. VAN WALRÉ.
J. VAN DER VLUGT.
C. G. VOORHELM SCHNEEVOOGT.
Dr. K. SIJBRANDI.
A. HERDINGH.

Secrétaire.

J. J. ENSCHEDÉ, *Dr. en droit.*

Directeur du Cabinet de Physique.

Dr. V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

Conservateur du Musée de paléontologie et de minéralogie.

Dr. T. C. WINKLER.

Bibliothécaire.

Dr. C. EKAMA.

Conservateur de la Bibliothèque.

J. A. VAN BEMMELEN.

Conservateur des collections de tableaux, de dessins et de gravures.

H. J. SCHOLTEN.

MEMBRES DES SOCIÉTÉS TEYLÉRIENNES.

De la première Société ou Société de théologie.

Dr. S. MULLER, *ancien professeur.*
Dr. A. KUENEN, *professeur.*
Dr. S. HOEKSTRA Bz., *professeur.*
C. SEPP, V.D.M.
Dr. D. HARTING, V.D.M.
H. A. VAN GELDER, V.D.M.

De la seconde Société.

H. BEIJERMAN, *Dr. en droit, ancien professeur.*
P. ELIAS, *Dr. en droit.*
J. DE BOSCH KEMPER, *Dr. en droit, ancien professeur.*
Dr. V. S. M. VAN DER WILLIGEN.
Dr. A. VAN DER WILLIGEN Pz.
Dr. D. LUBACH.

NOUVEAU SPECTRE DE RÉFRACTION

DE LA

LUMIÈRE SOLAIRE,

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

---

1. A mesure que j'ai poursuivi mes observations de réfraction, j'ai senti successivement le besoin d'apporter à ma première représentation du spectre solaire différentes corrections et un grand nombre d'additions; par suite, je me suis décidé à en dresser un dessin tout-à-fait nouveau, et à faire exécuter d'après ce dessin une nouvelle gravure, que j'offre ici au monde savant, dans l'espoir que mon travail ne sera pas trouvé dépourvu d'une certaine utilité pratique durable.

Je me suis borné cette fois-ci à l'emploi du prisme de Flint-glass Merz n°. V; à quoi je dois ajouter, vu que je possède deux prismes de cette espèce de verre, que celui dont il s'agit est le même dont je m'étais servi, un an auparavant, pour mes mesures de réfraction [1]), et que je nommerai maintenant, pour le distinguer de l'autre, Merz n°. V *a*.

Les mesures nécessaires ont été faites dans la première moitié du mois de juilllet 1869; concurremment, j'exécutais mes dessins, qui alors, immédiatement après, étaient de nouveau comparés avec la nature. La peine et les soins consacrés au travail de la gravure, ainsi qu'aux corrections que ce travail exigeait, sont cause du retard qu'a éprouvé la publication de ce nouveau spectre.

Je crois devoir reproduire ici en même temps, pour qu'on le trouve

---

[1]) *Archives*, Vol. II, pag. 184.

sous la main en faisant usage de la gravure, mon tableau des longueurs d'onde, avec les dernières modifications et corrections qu'il a reçues. [1]

2. La fig. 1 est de nouveau la copie du spectre de FRAUNHOFER, avec une indication plus détaillée des raies que j'ai reconnues comme positivement identiques aux miennes; ce dessin nous présente ici une utilité particulière, surtout parce que dans le mien on ne trouve pas la teinte qui doit marquer la différence d'intensité de la lumière dans les diverses parties du spectre. La fig. 2 représente mon propre dessin; les deux figures sont placées au-dessous l'une de l'autre, de telle sorte que les raies D ou 14 tombent dans la même ligne verticale. La fig. 3 reproduit la courbe par laquelle FRAUNHOFER a exprimé l'intensité lumineuse du spectre; cette courbe donne donc, avec une exactitude encore plus grande, ce qu'indiquaient déjà les dégradations de la teinte répandue sur le dessin.

L'angle réfringent du prisme est $= 60° \ 3' \ 44'',1$ (*Archives*, T. II, pag. 187). Pour les mesures de déviation, au nombre de 380, qui forment la base de mon dessin, le prisme a toujours été placé au minimum de déviation par rapport à la raie E ou 22α. Cette déviation minima pour 22α a une valeur de $50° \ 15' \ 0''$. Les observations ont été faites à une température moyenne du local égale à 20° C. La différence des déviations du milieu de la bande la moins réfrangible, qui accompagne 1β, et du milieu de 51β s'élevait à $4° \ 57' \ 9''$ ou $17829''$. Ce nombre de secondes est représenté dans la gravure par une valeur linéaire — la longueur du spectre — de 375 millimètres; $1000''$ équivalent donc à 21,03 millimètres. Le retrait du papier après l'impression a naturellement altéré un peu la proportion observée dans mon dessin original; ce dessin avait été exécuté d'après le rapport de $112'' = 2,4$ millimètres, c'est-à-dire de $1000'' = 21,43$ millimètres; ce qui manque à ce dernier nombre, $21,43 - 21,03 = 0,40$ millimètre, représente donc le retrait du papier sur une longueur de 21 millimètres. Si l'on compare le spectre original de FRAUNHOFER (dans : SCHUMACHER's *Astronomische Abhandlungen*, Fasc. II.), avec la copie qui figure sur ma planche et qui a été exécutée d'après cette gravure originale, on trouve pour la longueur totale de la gravure de FRAUNHOFER 364, et pour celle de ma copie 356 millimètres, par conséquent un retrait de 8 millimètres. La distance de 1β à 51β s'élève sur l'original de FRAUNHOFER à 306 millimètres, sur ma copie à 300 et sur ma propre gravure à 375; mon dessin est donc dressé à une échelle qui est plus grande que celle de FRAUNHOFER dans le rapport de 5 à 4.

---

[1] *Archives*, Vol. II, pag. 318.

3. Les déviations de 380 raies, bandes ou limites de faisceaux ont été mesurées directement et annotées; dans la gravure on trouve environ 440 de ces raies, bandes ou limites; les 60 points qui figurent ici en plus sont des raies ou bandes faibles qui ont été intercalées par estime. Tous les points principaux ont donc été placés effectivement d'après le résultat des mesures; le reste a été disposé au jugé, avec le soin le plus scrupuleux et en ayant sans cesse recours à la comparaison avec la nature.

Il serait parfaitement superflu de donner ici le tableau des déviations mesurées, car il n'aurait de valeur que pour le prisme spécial dont il s'agit et pour la température déterminée des observations; en outre, il pourrait facilement m'entraîner à surcharger mon dessin de chiffres et de signes. Je conserve toutefois ces résultats avec mon dessin original, que j'ai exécuté à trois échelles différentes, de plus en plus petites.

Dans cette liste de déviations, d'après laquelle je traçais mon dessin, j'avais aussi indiqué par des chiffres l'intensité des raies, et par des lettres leur largeur; le dessin, établi d'après ces données, était alors comparé avec la nature, afin de me rapprocher de plus en plus de la vérité. Après toutes ces comparaisons et les corrections qui en ont été le résultat, surtout par rapport à l'intensité et à la largeur des raies et des bandes, j'attache, relativement, une grande valeur à mon dernier tracé original.

Précisément parce que cela m'aurait fourni l'occasion de faire connaître l'intensité et la largeur, telles que je les avais évaluées, j'ai hésité longtemps si je ne reproduirais pas ici la liste en question. Finalement j'y ai renoncé, par la considération que cette liste ne peut avoir à beaucoup près, pour ceux qui consulteront ma gravure, le même intérêt que pour moi.

Mais, maintenant, une grave difficulté se présentait. Il n'y avait pas moyen d'exprimer dans la gravure les faibles nuances d'intensité et de largeur qu'indiquait mon dessin, — je ne parle même pas de celles que montre la nature, — si l'on voulait que la planche de cuivre fût en état de fournir 800 épreuves satisfaisantes. De plus, dans l'orangé, le jaune et le vert, les raies sont comme noyées dans la lumière intense qui les environne, tandis que dans le rouge extrême, le bleu et le violet, elles ne sont entourées que d'une lumière très faible; il paraît que c'est surtout l'effet connu sous le nom d'irradiation qui rend les raies si difficilement visibles dans cette partie claire du spectre, tandis qu'elles se distinguent si facilement dans les régions plus obscures. Au point de vue abstrait, toutes les raies devraient, à proprement

parler, être également foncées, pour autant qu'elles indiquent toutes une absence complète de lumière; mais, dans les parties fortement éclairées, elles disparaissent au milieu de la lumière surabondante qui les enveloppe.

Dans la gravure il n'était guère possible, pour la raison donnée ci-dessus, d'exprimer d'aussi grandes différences d'intensité; et, d'un autre côté, si je persistais à vouloir figurer fidèlement les bandes et les raies, en ce qui concerne leur largeur, je devais nécessairement me trouver en conflit perpétuel avec la représentation exacte de l'intensité; car une raie qu'on dessinait plus large devait, par cela même, paraître plus foncée après le tirage.

D'après cela, dans la gravure, j'ai maintenu autant que possible et aussi rigoureusement que possible la condition d'exactitude dans la largeur des raies et des bandes, tandis que j'y ai renoncé, là où c'était possible, en ce qui concerne l'obscurité et l'intensité.

Si maintenant, dans une liste spéciale ou sur la gravure elle-même, j'avais voulu donner le chiffre 1 aux raies les plus foncées et les plus visibles, telles que 1β, 4α, 40, etc., les raies, si difficiles à distinguer, du vert et surtout du jaune auraient peut-être dû recevoir le chiffre 12 ou 15, pour que la gradation nécessaire fût observée; or, évidemment, cela n'était pas possible.

4. J'étais donc conduit à abandonner l'expression de l'intensité des raies dans la gravure, et, d'un autre côté, l'indication de leur visibilité au moyen de chiffres formant une série continue pour tout le spectre se montrait impraticable. Et pourtant, pour que mon dessin offrît une utilité pratique à d'autres, il fallait nécessairement que chacun pût juger, au premier coup d'œil, si une raie signalée par ma gravure était plus ou moins facilement visible.

Mon graveur, auquel j'avais laissé maintenant les mains en partie libres, et que j'avais astreint seulement à la représentation exacte de la largeur des raies et des bandes, put donner à ses traits une profondeur plus grande. Il en est résulté que, dans le jaune et le vert, il a fait les raies, etc. un peu plus foncées, comparativement aux autres parties du spectre, que cela n'eût été nécessaire, à mon avis. Partiellement, cela peut aussi provenir de ce que, dans cette vive lumière, les raies ont à l'œil un aspect plus diffus que dans la lumière plus faible, ce qui leur donna peut-être sur mon dessin dans cette région, une largeur proportionnellement plus grande. Quoi qu'il en soit, cette circonstance ne fit qu'augmenter mon embarras; ma gravure pouvait avoir gagné par là en fidélité de réprésentation, mais il n'en est pas moins vrai que, à la vue

de la première épreuve, cette intensité inusitée des raies dans la partie claire du spectre m'impressionna désagréablement.

Pour que cette circonstance n'induisse pas en erreur celui qui fera usage de mon spectre, et pour qu'il puisse se rendre immédiatement compte du degré de visibilité des raies, je me suis arrêté à un parti très simple, qui, je l'espère, sera trouvé satisfaisant. Les astronomes ont réuni les étoiles en constellations, et, dans chacun de ces groupes, ils ont distingué les diverses étoiles qui les composent, suivant l'ordre de l'éclat ou de la visibilité, par les lettres successives de l'alphabet grec. C'est quelque chose d'analogue que j'ai fait pour les raies spectrales.

Au bas de ma gravure on retrouve les numéros d'ordre successifs que j'ai donnés aux raies, pour autant qu'elles correspondent à mes déterminations des longueurs d'onde. Mais, en haut, on voit des signes en forme d'accolades, qui partagent le spectre en sept régions différentes, distinguées par des chiffres romains; ce sont là mes groupes de raies, à la manière des astronomes. Les diverses régions sont limitées par des raies très visibles et très faciles à trouver. La région I s'étend des raies 1 à 5, la région II de 5 à 14, la région III de 14 à 26, la région IV de 26 à 34, la région V de 34 à 37, la région VI de 37 à 49, et la région VII de 49 à 51β.

Ce n'est qu'après y avoir longtemps réfléchi, que j'ai fixé ainsi les limites de ces régions. Mais, la division une fois arrêtée, je me suis trouvé complétement indépendant de la différence de visibilité des raies dans les différentes parties du spectre. En effet, dans chacun de ces compartiments considéré à part, j'ai donné le chiffre 1 aux raies et aux faisceaux qui attirent le regard en premier lieu; ceux qui viennent immédiatement après sous le rapport de la visibilité ont reçu le chiffre 2, et ainsi de suite; dans ce classement je n'ai eu qu'une seule fois à descendre jusqu'au chiffre 5. Les raies limites, qui s'accusent si distinctement, ont partout le numéro 1. Les raies ou faisceaux qui ne sont surmontés d'aucun chiffre peuvent être regardés comme inférieurs ou tout au plus égaux en visibilité aux raies les plus faibles qui portent encore un numéro dans ce même compartiment. Il va sans dire que l'estimation qui sert de base à ce classement est encore susceptible de beaucoup d'améliorations; mais, tous ceux qui se serviront de mon spectre et le compareront avec la nature auront, comme moi, la faculté de marquer sur la gravure elle-même toutes les corrections jugées nécessaires, soit en changeant les chiffres que j'ai adoptés, soit en en ajoutant de nouveaux.

5. Pour voir les raies distinctement, on est obligé, aux extrémités du spectre, de concentrer la lumière solaire sur la fente du collimateur à

l'aide d'une lentille; pour les parties plus éclairées du spectre, une pareille lentille fait plus de mal que de bien. Lorsqu'on observe dans le rouge extrême, on doit alors amortir la lumière qui arrive à l'œil au moyen d'un fragment de verre de cobalt; pour le rouge plus réfrangible, c'est-à-dire au voisinage de la raie 5, on emploie à cet usage le verre coloré par l'oxydule de cuivre; et pour l'indigo et le violet, on se sert de nouveau du verre de cobalt.

A la rigueur, ma gravure ne possède qu'une valeur relative, en ce sens qu'elle se rapporte uniquement au prisme de flint-glass employé et dépend par conséquent du degré de dispersion de ce verre particulier. Mais ce verre est du flint ordinaire de Merz, qui, indubitablement, se rapproche beaucoup des autres sortes de flint employées par ce constructeur et par d'autres fabricants; même dans les mesures avec le flint lourd et fortement dispersif de Merz ou celui de Hofmann de Paris, même dans celles avec le sulfure de carbone, je garantis que mon dessin ne laissera jamais l'observateur sérieusement embarrassé.

Enfin, si, dans un cas particulier, il restait quelque doute relativement à l'identité d'une certaine raie, dont on a mesuré la déviation, avec une raie ou une bande de ma gravure, on aurait encore, à condition que la longueur d'onde de cette raie pût être prise dans ma table ou dans celle de M. Ångström ou de M. Ditscheiner, la ressource suivante. On déterminerait avec soin, au moyen d'un prisme quelconque, les indices de réfraction pour 4 raies bien connues et suffisamment éloignées les unes des autres; puis, à l'aide des longueurs d'onde connues, on calculerait les coefficients de la formule de dispersion à quatre termes de Cauchy. En substituant alors pour λ, dans le second membre de cette formule, la longueur d'onde de la raie en question, le premier membre reproduira d'une manière très approchée l'indice de cette raie, qu'on aura d'ailleurs déterminé également, avec soin, par expérience. Comme on le voit, dans cette manière d'opérer, on calcule l'indice à l'aide de la longueur d'onde, et non la longueur d'onde à l'aide de l'indice; la formule dont il s'agit n'est du reste pas construite en vue de ce dernier calcul.

6. Voilà ce que j'avais à dire au sujet de ma nouvelle représentation du spectre; le temps dévoilera successivement les améliorations dont, sans nul doute, elle est encore susceptible sous beaucoup de rapports.

La table ci-jointe contient mes dernières longueurs d'onde; les changements qu'il y a lieu d'y mentionner, et pour l'introduction desquels mes mesures de réfraction sur le sulfure de carbone, exécutées l'été dernier, m'ont surtout été d'un grand secours, sont en petit nombre.

Le principal de ces changements consiste en ce que le chiffre 47, qui dans l'ancienne gravure correspondait à une raie bien limitée, a été transporté, dans la nouvelle, à une bande un peu moins réfrangible; la longueur d'onde qui, dans la table, se trouve vis-à-vis de 47, s'applique donc maintenant à un point moins réfrangible; la raie qui était désignée autrefois par 47 a reçu actuellement le signe (47). Ce changement est pleinement justifié, tant par mes mesures et calculs antérieurs sur le flint-glass Merz nº. V [1]), que par les observations sur le sulfure de carbone, dont je viens de parler.

En second lieu, la longueur d'onde de 38α, qui se trouvait dans la colonne Mλ, table B [2]) copiée ici, a de nouveau disparu; la valeur affectée à 38 appartient au point le plus obscur de la paire rapprochée en une seule et large raie; la première raie de cette paire, 38α, est déjà la plus foncée des deux, et par conséquent la valeur déterminée 38 sera très voisine de celle qui appartient à 38α; la table B montre qu'il en est effectivement ainsi. 38α perd donc toute sa signification. La différence de longueur d'onde des deux raies qui composent 38 s'élève, d'après M. Ångström (je mentionnerai tout à l'heure ces recherches), à 3,29. Quant à moi, instruit par mes mesures avec le sulfure de carbone, la raison que je viens de donner m'a paru suffisante pour rejeter 38α de la table et pour regarder la valeur de 38 comme s'appliquant déjà, à très peu près, à 38α.

La longueur d'onde assignée à 39 doit être regardée comme se rapportant au milieu de la paire, laquelle se compose de deux raies presque également foncées; j'estime, d'après M. Ångström, que la différence de longueur d'onde de ces deux raies monte à 2,35. — J'ai exclu de la table, comme n'offrant aucune utilité, la valeur 41β; la longueur d'onde de 41α a été conservée, mais en l'affectant à 41; cette valeur, aussi d'après mes mesures sur le sulfure de carbone, convient le mieux pour le milieu de la paire, dont la différence de longueur est, d'après M. Ångström, 1,82. — La longueur d'onde assignée dans la table à 45 s'applique le mieux au milieu de la paire ainsi désignée dans la gravure; à en juger d'après M. Ångström, les deux composantes ont une différence de longueur d'onde égale à 2,42; il paraît résulter toutefois des nombres qui, dans la table, expriment les rapports entre M et E, et dont je parlerai plus loin, que la valeur mesurée par moi est un peu trop petite.

Finalement, j'appellerai encore l'attention sur les raies marquées [35]

---

[1]) *Archives*, Vol. II, p. 184.

[2]) *Archives*, Vol. I, p. 318.

et < 36 > dans la gravure. A plusieurs reprises, dans le cours de mes observations de dispersion, j'avais déjà eu l'occasion de regretter de n'avoir dans ces régions, surtout entre 35 et 37, d'autre point bien déterminé que 36: les intervalles me paraissaient un peu grands, mais les raies qu'on y découvre sont presque toutes extrêmement faibles. Je ne m'en suis pas moins décidé, pour parer autant que possible à l'inconvénient signalé, de choisir deux nouvelles raies, parmi celles qui se reconnaissent le mieux, à peu près à mi-chemin entre 35 et 36 et 36 et 37, et de les marquer des signes rapportés ci-dessus; à la première occasion favorable, je déterminerai exactement les longueurs d'onde de (35), [35] et < 36 >, ce qui lèvera définitivement la difficulté en question. En attendant, il ne me sera peut-être pas difficile de découvrir dans les tables de M. Ångström les longueurs d'onde de ces points.

7. Depuis la publication de mon dernier Mémoire sur les longueurs d'onde, dans lequel se trouve la table B, reproduite ici, deux nouveaux travaux sur la même matière ont vu le jour, savoir: *Mémoire sur la détermination des longueurs d'onde des raies métalliques*, par M. Thalèn, Upsal, 1868, et *Le spectre normal du soleil*, par M. Ångström d'Upsal. Les deux savants auteurs de ces Mémoires m'ont fait l'honneur de m'en adresser un exemplaire. Le second contient une liste corrigée et très amplifiée des longueurs d'onde des raies du spectre solaire, raies dont le nombre s'élève maintenant à plus de mille; j'ai déjà fait usage de cette liste il n'y a qu'un instant. Pris dans leur ensemble, les travaux des deux auteurs constituent, en premier lieu, une continuation et une extension de celui de MM. Kirchhoff et Hofmann. Le spectre de la lumière solaire a été dessiné par M. Ångström sur six feuilles, d'après les longueurs d'onde; c'est donc un spectre tel que le donnent les réseaux, dans lequel, précisément à l'inverse de ce qui a lieu pour les spectres de réfraction, le bleu et le violet se trouvent condensés dans un espace relativement restreint, tandis que le rouge et les autres couleurs peu réfrangibles sont étendus sur une longueur plus grande. Antérieurement, il m'est arrivé aussi d'appeler ce spectre le vrai spectre normal: normal, en ce sens que la place des couleurs et des raies n'y dépend plus du pouvoir dispersif de la matière réfringente, mais uniquement de la longueur d'onde. La longueur totale du spectre de M. Ångström est d'environ 3300 millimètres, c'est-à-dire près de neuf fois plus grande que celle du mien; quant au nombre des raies, je l'évalue à près de 1120, par conséquent à plus de $2\frac{1}{2}$ fois celui des raies notées par moi; 800 de ces raies sont identifiées avec des raies brillantes de vapeurs métalliques, ou d'autres vapeurs, ou de gaz.

solaire.

ARCHIVES DU MUSÉE TEYLER 1870.
Vol. III, Fasc. 1, pag. 8.

Le but principal du travail des deux savants Suédois était évidemment l'extension et la rectification de nos connaissances concernant la constitution du soleil, ou plutôt concernant les matières qui existent dans son atmosphère à l'état de vapeurs. M. THALÈN a fourni une série de dessins des spectres de vapeurs métalliques, avec leurs raies brillantes, disposées également d'après les longueurs d'onde, comme M. ÅNGSTRÖM, nous a donné la représentation à grande échelle du spectre solaire, dont je viens de parler, accompagnée de la série extrêmement nombreuse de longueurs d'onde. Il est inutile d'insister sur l'importance de ces travaux pour l'analyse spectrale, tant des vapeurs des matières terrestres que des atmosphères des corps célestes; les deux Mémoires sont certainement dans les mains de tous ceux qui s'occupent de ces questions, et je n'avais à en dire ici que ce qui est strictement nécessaire pour montrer qu'à côté de ces recherches considérables, mon propre travail peut encore avoir son utilité spéciale.

En un certain sens, la représentation spectrale de M. ÅNGSTRÖM forme une opposition avec celle de MM. KIRCHHOFF et HOFMANN, le spectre de ces derniers étant un spectre de réfraction, dans lequel, par conséquent, les parties moins réfrangibles sont plus concentrées, tandis que les parties plus réfrangibles se trouvent au contraire dilatées. Chez MM. KIRCHHOFF et HOFMANN manquait la connaissance des longueurs d'onde, qui a maintenant été donnée par M. ÅNGSTRÖM sur une si vaste échelle. Avant l'apparition des Mémoires de M. THALÈN et de M. ÅNGSTRÖM [1]), d'autres savants, savoir M. HINRICHS [2]), M. AIRY [3]) et M. WOLCOTT GIBBS [4]), avaient essayé, en s'appuyant sur les déterminations antérieures de M. ÅNGSTRÖM et de M. DITSCHEINER, et à l'aide d'une formule, de déduire des nombres de l'échelle de KIRCHHOFF les longueurs d'onde des raies métalliques.

Pour les considérations théoriques et pour la juste appréciation de l'état de nos connaissances, les spectres de M. THALÈN et de M. ÅNGSTRÖM offrent sans doute des avantages très marqués sur celui de MM. KIRCHHOFF et HOFMANN; mais ce dernier, spectre de réfraction, peut provisoirement rendre de plus grands services sous le rapport pratique, vu que la grande majorité des observateurs continuera probablement, pendant longtemps encore, à se servir de prismes, surtout dans l'étude

[1]) Voyez les travaux de M. HUGGINS, *Phil. Transact. of the Roy. Soc. of London*, Vol. CLIV, pag. 139, 1865.

[2]) SILLIMAN *Journal*, XLII, p. 350, 1866.

[3]) *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, Vol. CLVIII, p. 23, 1868.

[4]) SILLIMAN *Journal*, XLIII, pag. 1, 1867 et XLVII, 1869.

des corps célestes; il serait difficile, en effet, de réaliser dans des dimensions aussi considérables le spectre d'interférence d'un réseau, tandis que la simple addition de nouveaux prismes permet d'allonger successivement les spectres de réfraction, aussi longtemps que l'intensité de la lumière demeure suffisante.

8. A côté de ces grandes représentations, j'espère qu'il restera encore une place, si modeste qu'elle soit, pour mon dessin exécuté à une échelle beaucoup plus petite. On ne doit pas oublier que ce dessin et ma détermination des longueurs d'onde ont été conçus primitivement en vue d'un but que j'ai poursuivi maintenant pendant plusieurs années, savoir, l'étude de la réfraction et de la dispersion d'un grand nombre de matières différentes; pour ce but, la série de mes longueurs d'onde et mon dessin sont sans contredit, dans l'état actuel des choses, plus que suffisants. Le calcul de mes longueurs d'onde avait déjà subi antérieurement une révision, dont les résultats sont déposés dans la table B, mentionnée ci-dessus; quant au dessin dont je m'étais servi pendant si longtemps, j'avais eu l'occasion d'en reconnaître successivement les imperfections, ce qui rendait nécessaire cette nouvelle édition. J'espère que, avec les améliorations qu'il a reçues, il rendra quelques services aux observateurs qui, dans un avenir plus ou moins prochain, pourront s'occuper de réfraction et de dispersion, recherches où l'on continuera toujours à travailler avec un seul prisme et, par conséquent, avec des spectres plus ou moins concentrés. L'analyse spectrale des corps célestes est un champ cultivé aujourd'hui par un grand nombre d'explorateurs; pour ceux-là, qui devront aussi se contenter de spectres de réfraction très limités, ma gravure, j'en ai la confiance, ne sera pas non plus dépourvue de toute utilité.

9. Je profite de l'occasion qui m'est offerte ici pour comparer encore mes dernières valeurs des longueurs d'onde aux résultats les plus récents de M. Ångström [1]). Ma table contient à cet effet, à côté de la colonne M où figurent mes résultats, une colonne E renfermant toutes celles des valeurs de M. Ångström que j'ai cru pouvoir identifier avec les miennes. Presque toutes ces valeurs sont extraites de la table qu'on voit p. 31 et 32 du Mémoire de M. Ångström; j'y ai ajouté, un peu à l'aventure peut-être, un très petit nombre de raies ou de paires prises dans les *Mesures Micrométriques* qui se trouvent à la fin du Mémoire, en tenant compte des petites corrections que les longueurs d'onde de raies voisines ont subies dans la table de la page 31. Je me suis permis aussi de corriger ce que

---

[1]) Le titre précis du Mémoire est: *Le spectre normal du soleil*, Berlin, Dümmler, 1869.

je regarde comme une faute d'impression dans la table de la page 32 : au lieu de 4033,9, j'ai pris, conformément aux *Mesures Micrométriques*, 4032,9.

Ce n'est qu'avec beaucoup de réserve que j'ai puisé dans les *Mesures micrométriques* des points correspondants à mes longueurs d'onde, car je ne pouvais juger du degré d'intensité des raies qui y sont données. Je ne tardai pas à reconnaître que je me trouvais sur un terrain très glissant et que j'étais exposé à admettre des concordances là où il n'y en avait pas ; c'est ce qui explique pourquoi, en regard de quelques-uns de mes points, on ne voit pas de points correspondants de M. Ångström. La valeur relativement trop grande de $\frac{M}{E}$ pour 14β provient indubitablement d'une faute de ma part dans les observations de cette raie faible, nommément avec le réseau A.

M. Ångström élève des objections contre la longueur d'onde que j'ai attribuée à G (ma raie 40) [1], laquelle, de même que la valeur de M. Mascart, est trop grande comparativement à la sienne. Je dois donc avoir visé de temps à autre un point trop peu réfrangible. Le faisceau G comprend plusieurs raies assez larges, et entre elles deux raies foncées, mes numéros 40 et 40^{**}; je ne fais aucune difficulté d'admettre que, au moins dans mes mesures avec les réseaux, j'ai pu pointer parfois sur une raie trop peu réfrangible; mais il ne m'est plus possible, aujourd'hui, de vérifier ce point dans mes registres d'observations. Peut-être aussi, la cause de la différence se trouve-t-elle ailleurs. Généralement nos résultats dans la partie la plus réfrangible du spectre offrent çà et là des divergences un peu plus grandes, et il arrive que les miens, en plusieurs autres points de cette région, se montrent un peu trop forts relativement à ceux de M. Ångström, comme on peut le reconnaître facilement par les rapports $\frac{M}{E}$. Or si l'on examine, dans mon dernier Mémoire sur les longueurs d'onde du spectre solaire [2]), les tables générales relatives aux réseaux A, B et C, on remarque de suite que, aux extrémités du spectre, mes longueurs d'onde reposent sur des spectres de diffraction d'ordres inférieurs. Par là, étant déduites de déviations plus petites, elles sont, en premier lieu, sujettes à des erreurs accidentelles plus fortes. Mais, d'un autre côté, il est aussi très possible qu'elles soient affectées d'une espèce de petite erreur constante relativement aux longueurs d'onde au centre du spectre, vu que, en ce qui

[1]) Pag. 24.
[2]) *Archives*, Vol. I, pag. 280.

me concerne au moins, je crois avoir remarqué une sorte de différence constante entre les résultats obtenus, avec un seul et même réseau, par des spectres d'ordre différent.

Dans le Mémoire cité, j'ai cherché, avec raison je pense, la cause de ces divergences entre les résultats de spectres de diffraction d'ordre différent dans les inégalités périodiques de la distance mutuelle des traits du réseau. Par suite des faibles dimensions que présente, relativement à la largeur du réseau, l'image solaire intense formée par la fente du collimateur sur l'objectif et projetée sur ce réseau, les inégalités périodiques en question auront pour effet, si le réseau ou les axes des lunettes sont placés tant soit peu excentriquement, que des parties différentes du réseau, et par conséquent aussi des périodes différentes, concourront de préférence à produire les spectres d'ordres successifs.

Quant à ces légères inégalités dans les distances des traits du réseau, qui s'étendent sur des périodes entières, je me les explique aussi, abstraction faite de petites vibrations et perturbations venues du dehors, par des variations de température qu'ont pu éprouver le verre et la machine à diviser durant l'opération du tracé. A la rigueur, nous devrions connaître la température à laquelle les traits ou lignes ont été gravés, et les variations de cette température. Je regrette beaucoup l'ignorance dans laquelle je me trouve à cet égard, d'une part parce que je regarde comme vraie mon explication des divergences entre les résultats déduits de spectres d'ordre différent, et d'autre part, parce que la connaissance de la température à laquelle ont été construits mes réseaux me serait pour le moment encore utile pour d'autres recherches.

10. En prenant les moyennes des longueurs d'onde trouvées pour 14α et 14γ par les réseaux A, B et C, on aura [1]) 5898,695, 5895,12 et 5895,815 avec les températures moyennes de 19°, 24° et 23°,7 C.; pour les $\frac{2}{3}$ de la largeur du réseau A, laquelle est de 9,0155 Lignes, et pour les largeurs des réseaux B et C, qui portent l'inscription 6 Lignes, j'ai pris [2]) 13^{mm},558272, 13^{mm},55108 et 13^{mm},55315. En divisant ces largeurs par les longueurs, on trouve d'après les trois réseaux, en supposant B et C égaux au deux tiers de A, pour la valeur de 6,01033 Lignes de Paris, exprimée en longueurs d'onde de la moyenne entre 14α et 14γ, les nombres suivants :

A	22985,2	Temp.	19°,0 C	 22987,2	24° C.
B	22986,9	"	24 ,0 "	 22986,9	
C	22987,7	"	23 ,7 "	 22987,7	
			moyenne	 22987,3	± 0,25.

[1]) *Archives*, Vol. I, p. 318 Table B.

[2]) *Archives*, Vol. I, p. 29.

La première de ces valeurs devra encore être réduite à 24° C. pour la dilatation de l'argent et de l'air; il est à présumer en effet que la pellicule d'argent, déposée sur verre, dans laquelle le réseau A est tracé, se dilate et se contracte tout-à-fait librement, nonobstant la surface de verre à laquelle elle adhère. Après ces réductions les valeurs de 6,01033 Lignes deviennent celles qu'on trouve dans la seconde colonne. L'approximation de ces trois valeurs est étonnante et plus grande qu'on n'aurait jamais pu l'attendre des mesures dont elles sont déduites; mais on suppose gratuitement que M. Nobert a réellement donné aux trois réseaux, avec un grand degré d'exactitude, les valeurs de 9,0155 ou 6,01033 Lignes.

En tout cas, on peut bien admettre provisoirement que les largeurs des réseaux s'approchent de très près de ces valeurs. Au lieu de me référer au centimètre de M. Dumoulin-Froment, j'aurais mieux fait de m'en tenir au Pouce de M. Nobert.

Comme 1000^{mm}. = 443,296 Lignes de Paris, on a 6,01033 L. = 13,558272 mill. et 6 L. = 13,534959 mill. La différence est de plus de $\frac{1}{600}$ de la valeur. D'après cela, suivant qu'on donne au réseau A, conformément à l'indication postérieure de M. Nobert, la largeur 9,0155 L., ou, conformément à l'inscription, la largeur 9,0000 L., il en résulte pour mes longueurs d'onde une différence moyenne de dix unités. Nous nous en tiendrons à la largeur indiquée en dernier lieu; la moyenne des largeurs des réseaux B et C, à laquelle j'ai tout réduit, est 13,552115 millim.; si donc nous voulons réduire toutes mes longueurs d'onde à la valeur du Pouce de Paris de M. Nobert, elles devront être augmentées dans le rapport $\frac{13,558272}{13,552115} = \frac{1,000454}{1,000000}$.
J'avais espéré d'abord qu'après l'une ou l'autre réduction mes résultats seraient venus plus près de ceux de M. Ångström; mais, comme on s'en apercevra, ils seront après cette réduction même encore plus au-dessus de ceux-ci, qu'ils ne le sont maintenant. La moyenne des longueurs des deux raies 14α et 14γ de la Table est: 5895,37; en l'augmentant dans la proportion trouvée elle devient 5898,05, ce qui est encore plus éloigné de la valeur 5888 de Fraunhofer. Les valeurs de 14α et 14γ, réduites de la même manière, deviennent 5901,12 et 5894,98.

En réduisant la valeur 22987,3 au vide, à l'aide des données de M. Ketteler [1]), on trouve que 6,01033 Lignes de Paris sont égales à 22981,1 longueurs d'onde de la raie 14; en prenant pour celle-ci la

[1]) E. Ketteler, *Beobachtungen über die Farbenzerstreuung der Gase*, Bonn. 1865.

moyenne des longueurs d'onde de 14α et 14γ. C'est 6 Lignes ou un demi-Pouce = 22941,6. La température du verre est 24° C.; je veux encore réduire cette largeur à 15° C. De même que la valeur de l'échelle de trois centimètres est exacte pour cette température, suivant M. DUMOULIN-FROMENT, de même on peut supposer les réseaux exacts à cette même température moyenne de l'atmosphère.

$$22941{,}6 \text{ deviendra } \frac{1{,}0000132}{1{,}0000211}\, 22941{,}6 = 22941{,}4.$$

J'ai négligé ici l'influence de la différence entre la pression atmosphérique durant mes observations et 760^{mm}, parce qu'elle m'est totalement inconnue. Le Mètre contiendrait 1694985 de ces longueurs moyennes; cette détermination, qui est peut-être déjà exacte à $\frac{1}{100000}$ près, n'est que provisoire. Voilà donc une nouvelle *Mesure prise dans la nature*, qui sera partout invariablement la même: LA LONGUEUR D'ONDE MOYENNE DE LA LUMIÈRE DU SODIUM, DANS LE VIDE.

HARLEM, 10 Mars 1870.

LES INDICES DE RÉFRACTION DES DISSOLUTIONS

de Nitrate, de Sulfate et d'Hydrate de Soude.

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

1. Je vais rendre compte des mesures de réfraction que j'ai exécutées pendant l'été de 1869. Pour la commodité de l'exposition, je répartirai mes observations en trois groupes, dont chacun fera l'objet d'un mémoire particulier.

La détermination des températures des liquides a de nouveau été faite à l'aide du petit thermomètre K. B. II, dont je m'étais déjà servi en 1868. Pour la détermination des températures du local, températures que j'attribuais aussi aux prismes solides, j'ai également employé un thermomètre qui m'avait déjà servi antérieurement, dans des circonstances analogues, savoir K. N°. I.

Comme prisme destiné à contenir les dissolutions de Nitrate et de Sulfate de Soude, j'ai choisi de nouveau le prisme Steinheil V, N°. I; je l'ai retrouvé dans l'état où je l'avais laissé l'année précédente, le 26 Septembre [1]), et j'en ai fait usage sans rien changer à la position des verres obturateurs. Il va sans dire qu'avant de l'employer pour un certain liquide, j'avais soin de le rincer plusieurs fois avec ce même liquide.

L'angle de ce prisme m'a donné les valeurs suivantes:

Date 1869.		Fluide.	T.	Angle.
3	Août	Nitrate de soude ε	21°,40.	60° 37′ 39″,4
7	"	Nitrate de soude α	21 ,45.	42 ,1
24	"	Sulfate de soude γ	23 ,00.	46 ,0
25	"	Sulfate de soude δ	25 ,85.	33 ,8
26	"	Nitrate de soude δ	27 ,80.	36 ,6

[1]) Voyez: *Archives*, Vol. II, Table G, vis-à-vis pag. 237.

Sous le nom de Fluide est inscrit chaque fois le liquide, qui remplissait le prisme pendant la mesure angulaire, et dont la température est indiquée par T. Ces mesures se relient à celles de l'été précédent, dont elles sont séparées par un intervalle de temps de plus de dix mois.

Pour les observations sur le Sulfure de carbone, dont il sera question plus loin, et pour celles relatives à l'Hydrate de soude, qui font partie du Mémoire actuel, je me suis servi du prisme Merz V, n°. I. Préalablement, toutefois, j'avais entièrement démonté et nettoyé ce prisme et j'avais verni à neuf sa monture de cuivre; les mesures angulaires ne se rattachent donc pas à celles de l'été précédent; en voici du reste les résultats, qui peuvent servir, en tout cas, à faire apprécier jusqu'à quel point, après un pareil démontage, on réalise de nouveau le même angle:

Date 1869.	Fluide.	T.	Angle.
30 Août. . .	Sulfure de carbone . . .	21°,50 . . .	59° 55′ 19″,3
31 ″ . . .	Sulfure de carbone . . .	21 ,40 . . .	18 ,4
8 Septembre	Hydrate de soude β. .	24 ,80 . . .	17 ,3

Le prisme ayant ensuite été démonté et nettoyé une seconde fois, on trouva:

21 Septembre . . Sulfure de carbone . . . 16°,50 . . 59° 55′ 34″,6

On voit d'après cela, que l'angle de Merz V, n°. I n'éprouve que des changements relativement faibles, quand, après avoir démonté le prisme, on le met de nouveau dans sa monture. La diminution de l'angle de Steinheil V, n°. I, depuis l'été précédent, montre que lorsque les verres obturateurs ne sont maintenus que par le mastic agglutinatif, ils se déplacent peu à peu avec le temps. Une construction, telle que celle de Merz V, n°. I, où le prisme est enchâssé dans une monture de cuivre, est donc préférable [1]).

2. Les déterminations de la densité des liquides ont été faites avec la même petite balance, avec les mêmes poids et par la même méthode, dont j'avais déjà fait usage pour les mélanges d'acide sulfurique et d'eau. Pour le poids convenablement corrigé du cylindre de verre on a adopté dans le calcul la valeur 7,41134 grammes. Deux fois j'ai déterminé ce poids de nouveau et trouvé 7,41125 et 7,41109 grammes; la valeur employée dans le calcul diffère accidentellement un peu de

[1]) Les derniers résultats de 1868 pour ces prismes étaient: pour Steinheil V, n°. I, 26 Sept. 60° 38′ 1″,2 et pour Merz V, n°. I, 30 Sept. 59° 55′ 34″,9.

ces nombres, mais cela n'a pas la moindre influence. La perte que ce cylindre éprouvait par immersion dans une eau distillée marquée U, qui m'était restée de l'année précédente, s'élevait, à la température de 15°,45 C., à 3,12971 grammes, valeur réduite dans la supposition que la température du cylindre soit de 4° C.; en réduisant pour le cylindre à 4° C. dans l'eau à 4° C., cela donne 3,13254 grammes; c'est ce dernier nombre qui a partout été employé, dans le calcul, pour la perte du cylindre dans l'eau spécifiée. Si l'on compare ces nombres à ceux que j'ai donnés antérieurement [1]), on voit que la différence est très minime. Une petite erreur sur le poids du cylindre est de bien moindre importance qu'une erreur numériquement égale sur sa perte dans l'eau.

3. Le motif qui m'a porté à choisir de préférence les dissolutions des sels désignés en tête de ce Mémoire, est très simple. J'avais déjà donné les indices pour les dissolutions de Chlorure de sodium; il me parut donc convenable et utile de déterminer les indices pour les dissolutions de combinaisons de la même base avec des acides dont les indices étaient également connus par mes observations antérieures. De cette manière, s'il peut être question un jour de trouver le pouvoir réfringent spécifique, ou quelque autre grandeur analogue, on aura sous la main les éléments nécessaires, puisque, pour une base au moins, mes déterminations donneront un ensemble bien défini. Si l'on veut aller plus loin, on pourra probablement, de la valeur obtenue pour le chlore, déduire aussi, à l'aide de mes déterminations, les valeurs qui appartiennent au zinc, au calcium et à l'ammonium. Combinant alors le résultat relatif à l'ammonium avec ceux relatifs à l'eau, à l'acide acétique, à la benzine, à l'alcool, et aux carbures d'hydrogène, on aura des données suffisantes pour arriver à la grandeur désirée pour le carbone, l'hydrogène, l'oxygène et l'azote. J'ai eu un instant l'idée d'étudier aussi le carbonate de soude, mais, la connaissance des indices des dissolutions de ce sel ne m'ayant pas paru très nécessaire pour le moment, j'ai abandonné ce projet. Du reste, le jour est peut-être encore bien éloigné où les matériaux que j'ai réunis porteront quelque fruit pour ces recherches; peut-être aussi, trouvera-t-on plus tard qu'ils ne peuvent être d'aucune utilité, comme ne remplissant pas les conditions requises.

---

[1]) *Archives*, Vol. II, pag. 203 et 216. Page 203, il y a une faute d'impression: au chiffre des unités de la perte dans l'eau est acolé un °, signe de degré, au lieu de gr., abréviation de grammes.

Les indices de réfraction des dissolutions de Nitrate de soude.

4. Les résultats relatifs à ce sel se trouvent réunis dans la table A. On y voit d'abord les tableaux de réfraction; en tête de ceux-ci figure la richesse du liquide en $NaONO_5$; viennent ensuite deux colonnes A et B comprenant les indices de réfraction, et dans lesquelles chaque nombre repose sur la moyenne de deux déviations, ainsi que je l'ai déjà expliqué bien souvent; chacune des raies spectrales mentionnées a donc été mesurée quatre fois; à côté de ces nombres on trouve la température du liquide, obtenue par interpolation, pour le moment auquel se rapporte la mesure de l'indice. On a retranché, comme inutiles, les trois premiers chiffres des indices. Pour ce qui concerne les longueurs d'onde et la signification des *A*, *a*, *B* etc., je renvoie à ces *Archives*, Tom. II, pag. 217, où j'ai donné mes résultats les plus récents et les plus exacts. La troisième colonne fait connaître les différences des colonnes A et B, tant par rapport à la température que par rapport à l'indice; au bas de cette colonne on trouve la variation moyenne de l'indice pour 1° C., en unités de la cinquième décimale. La quatrième colonne renferme les valeurs moyennes des indices déduites des colonnes A et B, c'est-à-dire $\frac{1}{2}$ (A + B), et réduites en même temps à une température générale commune; à cette même température se rapporte la densité de la dissolution, qui est inscrite au haut de chaque tableau, et qui pourra servir éventuellement pour la détermination du pouvoir réfringent. Cette dernière colonne est la seule qui donne les indices d'une manière complète, c'est-à-dire avec les trois chiffres d'abord supprimés; par la pensée il faudra donc toujours rétablir ces trois premiers chiffres au-devant des nombres *n* placés dans les colonnes A et B. Dans ces colonnes, on remarquera toutefois des nombres tels que 997: le trait qui barre le premier chiffre indique alors que le chiffre immédiatement antérieur de l'indice de la colonne finale doit, dans cette colonne A ou B et pour ce cas particulier, être diminué d'une unité. Ailleurs on voit des nombres tels que 001: le trait surmonté d'une virgule signifie alors que le chiffre précédent de l'indice de la colonne finale doit, dans le nombre signalé par le trait, être augmenté d'une unité. Ce sont là tous détails que j'ai déjà fait connaître dans les Mémoires antérieurs, mais que je suis obligé de répéter ici pour ne pas nuire à la clarté. Conformément à ce qui a été dit, *Archives*, T. II, pag. 308, on a déduit ici, des observations, des formules à quatre termes. Pour le Nitrate de soude je suis parti, dans le calcul des premières valeurs approchées des

A.

coefficients, des raies A, D, G et H; ces valeurs ont ensuite été corrigées d'après la méthode des moindres carrés, et les colonnes C — O donnent les écarts restants entre le calcul et l'observation. Au bas des tableaux on trouve encore les sommes des carrés de ces écarts, ainsi qu'un indice moyen qui est la moyenne des treize indices étudiés.

5. La table renferme cinq de ces tableaux d'indices de réfraction, pour les cinq dissolutions successives, et un petit tableau supplémentaire contenant encore quelques mesures relatives à la dernière dissolution. A ces tableaux succède un tableau d'ensemble, dans lequel figurent, d'abord les densités des dissolutions successives pour 22°,80 C., ensuite les richesses en $Na\,O\,NO_5$, enfin les indices des treize raies, tous réduits à cette même température.

Plus bas, on trouve un tableau du degré de concentration des dissolutions de ce sel, d'après M. KREMERS [1]). Les deux premières colonnes A et B de ce tableau contiennent les nombres directement empruntés à M. KREMERS; ce savant donne les densités telles qu'elles sont à 19°,5 C, la densité de l'eau à cette même température étant prise pour unité; quant aux proportions de sel, il les fait connaître en centièmes, le poids de l'eau étant toujours pris égal à cent. Les colonnes C et D ont été déduites par moi des deux précédentes; C donne les densités des dissolutions à 19°,5 C., la densité de l'eau à 4° C. étant regardée comme unité; D fait connaître le poids de sel en centièmes ordinaires, c'est-à-dire, le poids total de l'eau et du sel mélangé étant pris égal à cent. Enfin, le dernier tableau de la table A est consacré aux résultats que j'ai obtenus pour la densité et la richesse de mes liquides, résultats qui supposent toujours la densité de l'eau à 4° C. prise pour unité. La première colonne donne les résultats immédiats des pesées, avec les températures correspondantes. La lettre *a*, jointe au chiffre de la température, indique que le liquide employé dans ce cas avait déjà servi antérieurement pour une pesée, mais non pour une mesure de réfraction. Je voulais ne pas prodiguer inutilement mes dissolutions, et je pouvais, en toute sécurité, utiliser pour une nouvelle détermination de la densité une portion de liquide qui avait déjà servi, après avoir, au besoin, suppléé ce qui y manquait. Quant aux portions dont j'avais fait usage dans les mesures de réfraction, bien que je les eusse conservées, elles étaient trop peu considérables pour que, dans un simple but d'économie, je voulusse les employer ici une seconde fois. La seconde colonne B donne des moyennes, dont la dernière est, pour

[1]) POGGENDORFF'S *Annalen*, T. XCVI, pag. 62.

chaque liquide, une moyenne générale, et fournit par suite la base pour toutes les valeurs déduites subséquentes. La colonne C fait connaître, en unités de la cinquième décimale, le changement de densité pour un degré centésimal, aux températures moyennes inscrites à côté. La colonne D contient les densités calculées dont j'avais besoin, d'abord à la température de 19°,5 C. pour le calcul de la richesse, et ensuite aux températures des différents tableaux de réfraction et à celles du tableau d'ensemble. Les richesses déduites, à l'aide de la densité en question, de la table de M. KREMERS, sont inscrites dans la colonne R, qui précède la colonne D [1]).

6. Les observations de réfraction relatives à la dissolution Na O $NO_5\alpha$ sont du 7 Août, et elles ont toutes été effectuées, pour les colonnes A et B, avec la même portion de liquide et en succession non interrompue, en parcourant le spectre de la raie A jusqu'à H, revenant ensuite de H vers A, puis, immédiatement après, avançant encore une fois de A vers H et rétrogradant de nouveau de H vers A. La moyenne des déviations de la première et de la seconde série a servi pour les indices de réfraction de la colonne A, et celle des séries trois et quatre pour les indices de la colonne B.

Le prisme STEINHEIL V, n°. I étant rempli de cette dissolution, on a trouvé pour l'angle réfringent [2]) :

Temp. du liquide 21°,45 C.

Azimut du cercle	59°	42′	+	0″,6	Angle du prisme	60°	37′	44″,8
" " "	100	15	+	117,9	" " "	—	—	46,8
" " "	140	12	+	143,6	" " "	—	—	40,9
" " "	180	36	+	154,8	" " "	—	—	35,9
					Moyenne . . , ...	60°	37′	42″,1

C'est avec cette valeur de l'angle réfringent qu'ont été calculés, au moyen des déviations moyennes dont il vient d'être question, les indices inscrits dans les colonnes A et B. En effet, les recherches de 1868 avaient appris que les verres obturateurs ne donnaient aucune déviation sensible et ne nécessitaient par conséquent aucune correction. Les cinquante-deux mesures de déviation avaient été entremêlées de treize déterminations thermométriques du liquide, distribuées systématiquement, dont on déduisit par interpolation les températures qui figurent à côté des indices.

---

[1]) En ce qui concerne la densité de l'eau, on trouve les données nécessaires, entre autres, dans HOFFMANN, *Sammlung aller wichtigen Tabellen*, etc., pag. 130.

[2]) *Voir* pour des mesures analogues : *Archives*, Vol. II, pag. 202.

Les mesures de réfraction relatives à la dissolution $Na\,O\,NO_5\beta$ sont du 28 Août; les quatre séries de mesures de déviation ont de nouveau été exécutées avec la même portion de liquide, en suite continue, et on a fait alterner avec elles les déterminnations thermométriques nécessaires. Pour ce liquide je n'avais pas de détermination spéciale de l'angle réfringent; les déviations ont donc été calculées avec une valeur de cet angle égale à 60° 37′ 39″,6, c'est-à-dire avec la moyenne de toutes les déterminations rapportées art 1. Les indices ainsi obtenus occupent les colonnes A et B du second tableau, lequel ne demande d'ailleurs aucune explication particulière.

7. Les mesures de réfraction propres à la dissolution $Na\,O\,NO_5\,\gamma$ sont du 3 Août. Pour ce liquide je m'abstins de nouveau de faire une détermination spéciale de l'angle réfringent; les déviations moyennes ont donc été soumises au calcul avec la valeur 60° 37′ 39″,4, qui venait d'être trouvée, immédiatement avant, pour le prisme rempli de la dissolution $Na\,O\,NO_5\varepsilon$. Le tableau de réfraction peut se passer, comme le précédent, de tout commentaire, après les détails circonstanciés dans lesquels je suis entré ci-dessus; toutes les mesures de déviation ont été accomplies avec la même portion de liquide.

Les mesures de réfraction pour $Na\,O\,NO_5\,\delta$ sont du 26 Août. Le tableau qui y correspond est composé exactement de la même manière que les précédents. Les cinquante-deux déterminations de déviation ont de nouveau eu lieu avec une seule et même quantité de liquide; le prisme étant encore rempli de ce liquide, la mesure de l'angle réfringent m'a donné les valeurs suivantes :

STEINHEIL V, n°. I, Température du liquide 27°.80 C.

Azimut du cercle	59°	36′	+ 247″,4	Angle du prisme	60°	37′	27″,8
〃 〃 〃	150	36	+ 144 ,4	〃 〃 〃	—	—	46 ,7
〃 〃 〃	240	36	+ 60 ,3	〃 〃 〃	—	—	39 ,4
〃 〃 〃	330	24	+ 79 ,3	〃 〃 〃	—	—	32 ,5
				Moyenne	60°	37′	36″,6

C'est avec cette valeur de l'angle réfringent que le calcul a été exécuté.

8. La série complète des mesures de réfraction effectuées sur $Na\,O\,NO_5\,\varepsilon$ date du 3 Août. La disposition du tableau est toujours la même que ci-dessus; et c'est encore une seule et même portion de liquide qui a servi aux cinquante-deux mesures de déviation et aux déterminations subséquentes de l'angle réfringent, déterminations dont la moyenne a été adoptée comme base du calcul des indices.

STEINHEIL V, n^c. I, Température du liquide 21°,40 C.

Azimut du cercle	59°	42′	+ 153″,5	Angle du prisme	60°	37′	41″,5
〃 〃 〃	119	57	+ 79 ,4	〃 〃 〃	—	—	32 ,9
〃 〃 〃	180	27	+ 132 ,5	〃 〃 〃	—	—	48 ,1
〃 〃 〃	239	57	+ 126 ,3	〃 〃 〃	—	—	35 ,2
				Moyenne	60°	37′	39″,4.

Les mesures de réfraction du petit tableau accessoire donné pour Na O NO_5 ϵ, et dans lequel ne figurent que six raies du spectre, sont presque toutes du 10 Septembre; seuls, les résultats relatifs aux raies *A*, *a* et *B* de la colonne B appartiennent au 21 Septembre. Chacun des indices de réfraction calculés qu'on trouve ici repose sur la moyenne de deux déviations observées. Tous ont été calculés avec une valeur de l'angle réfringent = 60^c 37′ 39″,6. L'origine proprement dite de ces mesures supplémentaires, effectuées si longtemps après les autres, fut celle-ci. Jusqu'au 8 Sept. je m'étais constamment servi, pour renforcer l'illumination de la fente, de l'objectif d'une lunette de MOLTENI, dont il a déjà été fait mention dans plusieurs Mémoires antérieurs. En ce qui concerne les dissolutions actuelles toutefois, je n'ai fait usage de ce moyen que pour les raies *A*, *a* et *H*. Les miroirs de héliostat de Fahrenheit dont je me sers sont de verre argenté par derrière, et donnent par suite avec l'objectif en question une sorte d'image double; l'exactitude de la mise au point de mes lunettes laisse naturellement toujours quelque chose à désirer, surtout parce qu'elles ne sont pas parfaitement achromatiques et que je dois bien maintenir le réticule, pour toutes les raies du spectre, dans une position invariable. L'image des raies pourra donc tomber tantôt dans le plan même du réticule, tantôt un peu en avant ou en arrière de ce plan, suivant le degré de réfrangibilité des raies. Il y avait là des motifs suffisants pour essayer si l'abandon de l'emploi de la lentille aurait quelque influence sur les résultats définitifs, et c'est ce que j'exécutai par les observations de mon tableau supplémentaire; je n'étais pas fâché d'ailleurs de m'assurer jusqu'à quel point quelques observations éparses, faites à une époque entièrement différente, fourniraient des résultats en harmonie avec ceux de ma série principale. Ces observations une fois accomplies et calculées, j'ai cru que ce qu'il y avait de mieux à faire c'était de les mentionner avec les autres, pour ne rien laisser dans mon registre d'observation pouvant avoir éventuellement une certaine utilité. Comme on peut le voir, les résultats du tableau supplémentaire concordent d'une manière surprenante avec ceux de la série principale.

9. Les coefficients de λ^{-6} dans les formules sont donnés ici avec huit chiffres : cela a eu lieu uniquement pour rendre les formules plus symétriques et pour pouvoir multiplier ces termes par $(10)^{12}$; les deux derniers de ces chiffres peuvent du reste, comme partout ailleurs, être négligés hardiment.

Les sommes des carrés des déviations restantes ont ici partout une valeur peu considérable; pour $NaO\,NO_5$ γ cette somme est même relativement très petite, pour $Na\,O\,NO_5$ δ elle est un peu plus grande. Je ne trouve toutefois, dans cette inégalité des sommes des carrés, aucune raison suffisante pour attribuer simplement à des erreurs d'observation l'irrégularité de la marche des coefficients de λ^{-2}, λ^{-4} et λ^{-6} pour les dissolutions successives; je suis porté à croire provisoirement que cette irrégularité a son fondement dans la nature même des choses.

Les indices de réfraction des dissolutions de Sulfate de Soude.

10. Les résultats qui concernent le Sulfate de soude sont rassemblés dans la table B.

Après les détails minutieux dans lesquels je suis entré au sujet des tableaux du Nitrate de soude, je n'ai que très peu de chose à ajouter ici. Toutes les colonnes finales des indices de réfraction pour les dissolutions successives reposent de nouveau sur cinquante-deux mesures de déviation; les températures sont déduites par interpolation de treize déterminations directes. Pour toutes ces dissolutions, les premières valeurs approchées des coefficients de la formule [1]) ont été calculées à l'aide des valeurs des indices relatives aux raies A, D, $\bar{G}$ et H, et non à l'aide de celles qui correspondent aux raies A, D, G et H, comme cela avait eu lieu pour le Nitrate de soude. On voit que les sommes des carrés des erreurs restantes ne sont pas devenues plus petites par cette substitution. Les richesses de mes dissolutions ont de nouveau été déterminées d'après M. KREMERS [2]). Les dissolutions ne sont ici à beaucoup près pas aussi fortes que celles du Nitrate, parce que le Sulfate se dissout en bien moindre proportion. La lettre *a* accolée à quelques températures dans la table des densités, a la même signification que pour le Nitrate. La différence entre l'indice pour la raie *b* et

[1]) *Archives*, T. II, pag. 309.
[2]) POGGENDORFF'S *Annalen*, T. XCVI, pag. 62.

la moyenne générale des treize indices, moyenne inscrite au bas de la colonne, s'élève pour les dissolutions successives, en unités de la cinquième décimale, à 34, 35, 37, 35 et 36; dans le faible accroissement de cette différence depuis la dissolution la plus étendue jusqu'à la plus concentrée, et dans l'espèce de parallélisme qu'on remarque entre la marche de cette différence et celle du petit accroissement de la dispersion, il est permis de voir de nouveau un argument en faveur de l'exactitude de mes résultats. Pour les cinq dissolutions successives du Nitrate de soude cette même différence est égale à 48, 55, 66, 75 et 76. Elle s'écarte un peu de la marche régulière précisément pour la dissolution δ du Sulfate, qui donne la valeur la plus forte à la somme des carrés des erreurs restantes.

11. Les mesures de réfraction sur $Na\,O\,SO_3\ \alpha$ sont du 25 Août; les cinquante-deux mesures de déviation ont toutes été faites avec la même portion de liquide. Pour cette dissolution je n'ai pas de mesure directe de l'angle réfringent du prisme employé, Steinheil V, n°. I; les indices ont donc été calculés avec l'angle réfringent 60° 37′ 33″,8 trouvé pour la dissolution $Na\ O\ SO_3\ \delta$, dont l'étude est venue immédiatement après.

Les mesures de réfraction sur $Na\ O\ SO_3\ \beta$ sont du 26 Août; la même portion de liquide a encore servi pour toutes ces mesures. Je n'ai de nouveau aucune détermination de l'angle réfringent, spécialement propre à cette dissolution; par suite, les indices ont été calculés avec Steinheil V, n°. I = 60° 37′ 36″,6, valeur trouvée pour le liquide immédiatement suivant $Na\,O\,NO_5\ \delta$.

Les mesures de réfraction sur $Na\ O\ SO_3\ \gamma$ sont du 24 Août; les cinquante-deux mesures de déviation et la détermination subséquente de l'angle réfringent ont toutes eu lieu avec une seule et même quantité de liquide. Voici les résultats relatifs à l'angle réfringent:

Steinheil V, n°. I, Temp. du liquide 23°,0 C.

Azimut du cercle	59°	39′	+	118″,8	Angle du prisme	60°	37′	45″,2
〃 〃 〃	120	30	+	11 ,2	〃 〃 〃	—	—	37 ,9
〃 〃 〃	180	45	+	60 ,0	〃 〃 〃	—	—	48 ,1
〃 〃 〃	240	18	+	131 ,5	〃 〃 〃	—	—	53 ,0
					Moyenne	60°	37′	46″,0

12. Les mesures sur $Na\,O\,SO_3\ \delta$ sont du 25 Août; les cinquante-deux mesures de déviation et la détermination subséquente de l'angle réfringent ont été effectuées sur la même portion de liquide.

B.

STEINHEIL V, n°. I, Temp. du liquide 25°.85 C.

Azimut du cercle	59°	12′	+	25″,1	Angle du prisme			60°	37′	42″,7
〃 〃 〃	149	48	+	164 ,2	〃 〃 〃			—	—	26 ,5
〃 〃 〃	240	12	+	86 ,3	〃 〃 〃			—	—	34 ,7
〃 〃 〃	330	42	+	27 ,4	〃 〃 〃			—	—	31 ,2
				Moyenne				60°	37′	33″,8.

Les mesures de réfraction sur $NaO\,SO_3$ ε sont du 24 Août; comme elles avaient précédé immédiatement les observations sur $NaO\,SO_3$ γ, elles ont été calculées avec la valeur de l'angle réfringent trouvée pour cette dernière dissolution, c'est-à-dire: 60° 37′ 46″,3.

13. Outre le moyen indiqué ci-dessus, nous possédons encore un autre critérium de la bonté des observations, savoir, la marche de la variation Δn pour 1° C. dans les liquides successifs. Pour nos dissolutions α, β, γ, δ et ε, on trouve que Δn prend les valeurs suivantes: 12,1, 10,7, 11,3, 14,6 et 12,9. Cette marche, qui aurait dû consister, semble-t-il, en un accroissement régulier très lent, n'est pas précisément des plus satisfaisantes; en partie, la valeur un peu forte que Δn prend pour la dissolution δ peut bien être attribuée à la température moyenne plus élevée, et de même la température plus basse peut aussi avoir déprimé légèrement la valeur de Δn pour la dissolution ε. L'irrégularité dont il est question, provient principalement des petites erreurs dans les deux séries qui appartiennent à une même dissolution; j'espère qu'on ne m'en fera pas un trop grand crime, si l'on veut bien remarquer que, pour les dissolutions γ et ε par exemple, cette valeur de Δn est déduite de variations observées ne s'élevant qu'à 0°,7 C.

Ce qui me contrarie davantage, c'est la marche des coefficients B, C et D des formules, lesquels, pour la dissolution δ, se montrent tout-à-fait déréglés. Comme toujours, ce sont les indices des raies E, b et F qui ont le plus à souffrir et qui donnent les plus grands écarts entre le calcul et l'observation, surtout E pour la dissolution δ; ces indices ont pourtant été mesurés, indubitablement, avec la même exactitude que les autres. Ce sont précisément ces écarts qui nous empêchent de voir dans les formules une expression parfaite de la réalité, et même de dire qu'elles reproduisent les indices exactement jusqu'à 2 ou 3 unités de la cinquième décimale près. Je ne m'appesantirai pas ici sur ce sujet; je ferai seulement remarquer encore qu'il paraît bien réel — et cela ne laisse pas d'être assez singulier — que le coefficient B croît pour les dissolutions plus concentrées de $NaO\,NO_5$, tandis qu'ici, pour celles de $NaO\,SO_3$, il décroît d'une manière continue.

Les indices de réfraction des dissolutions d'Hydrate de soude.

14. Les résultats obtenus pour ces dissolutions sont compris dans la table C. Pour la relation entre la densité et la richesse, je n'ai pu trouver de données chez M. KREMERS, de sorte que je me suis servi de celles que m'a fournies M. SCHIFF [1]). Dans le Recueil de M. HOFFMANN on trouve également des tables relatives à ces dissolutions, dues à M. TÜNNERMANN [2]); mais elles donnent la teneur en Na O. La table de M. SCHIFF est calculée dans la supposition de la densité de l'eau à 15° égale à l'unité, et les densités des dissolutions se rapportent aussi à cette même température de 15°; j'ai donc préalablement réduit ces densités à 15° dans l'hypothèse de l'eau à 4° C. prise pour unité.

Les explications circonstanciées données à l'occasion de $Na\,O\,NO_5$, me dispensent, pour les dissolutions de Na O HO comme pour celles de $Na\,O\,SO_3$, de m'arrêter sur la disposition des tableaux qui les concernent. On ne trouve ici que trois dissolutions; mais, comme compensation, les indices de la dernière ont été mesurés deux fois.

Au lieu de STEINHEIL V, n°. I, dont j'avais toujours fait usage jusqu'alors pour les dissolutions salines, j'ai employé ici MERZ V, n°. I; je craignais que par l'action de la soude caustique les verres obturateurs ne vinssent à se détacher; pour toute sécurité, je choisis donc ce second prisme, dont les obturateurs sont maintenus par des étriers.

15. Les mesures de réfraction pour la dissolution Na O HO α sont du 9 Septembre; les cinquante-deux déviations ont été mesurées sur la même portion de liquide; quant à des déterminations de l'angle réfringent du prisme, exécutées avec ce liquide, je n'en possède pas.

J'ai déjà rappelé plusieurs fois que toutes les mesures de déviation pour les deux colonnes A et B d'une même dissolution ont été faites avec une même portion de liquide; aussi longtemps qu'il ne s'agissait pas de dissolutions par trop concentrées, je crois qu'il n'y avait pas d'inconvénient à opérer de cette manière, pour gagner du temps et simplifier le travail. En effet, le prisme restait constamment fermé par un bouchon ou par un morceau de glace; on ne l'ouvrait un instant que pour les déterminations de température, opération dans laquelle l'agitation produite par l'immersion du thermomètre avait d'ailleurs son utilité, en favorisant l'homogénéité du liquide. Si l'on prend maintenant

[1]) STORER, *Dictionary of solubilities*, 1864, pag. 455.

[2]) HOFFMANN, *Sammlung aller wichtigen Tabellen, Zahlen und Formeln für Chemiker*, Berlin, 1862, pag. 48.

en considération que la série entière des cinquante-deux mesures de déviation n'exigeait ordinairement que trois ou, tout au plus, quatre heures, on reconnaîtra que le degré de concentration du liquide n'a pu être altéré notablement entre la première et la dernière observation, soit par évaporation d'eau du liquide, soit par absorption de vapeur d'eau de l'atmosphère. On se souviendra que là où c'était réellement nécessaire, j'ai toujours procédé avec la plus grande circonspection, par exemple dans les mesures sur l'acide sulfurique un peu concentré, sur l'alcool, ou sur une dissolution très concentrée de chlorure de sodium; dans ces cas, j'ai cherché à parer à la difficulté en question, soit en répétant mes mesures, soit en renouvelant le liquide vers le milieu de la série; j'en ai même encore tenu compte dans le choix de la densité qui devait être adoptée, comme valeur finale la plus probable, pour le liquide soumis aux mesures de réfraction.

Si l'on veut supposer toutefois que mes liquides actuels aient éprouvé quelque altération, ce qu'il y a de plus vraisemblable c'est que cette altération a consisté en un léger affaiblissement, vu que la température était relativement élevée et que l'état hygrométrique de l'atmosphère approchait probablement du point de saturation. L'influence de cette altération aura donc été de même nature que celle du changement de température du liquide. En effet, presque toujours je commençais mes mesures de réfraction le matin vers huit heures, et je les continuais jusque vers trois heures de l'après-midi, pour clôturer alors par des mesures de l'angle réfringent. La température était donc toujours croissante, lentement ou rapidement, et la règle générale — règle à laquelle on ne trouverait peut-être pas une seule exception en parcourant mes registres d'observations — est, par conséquent, que les mesures de réfraction des colonnes B correspondent aux températures les plus élevées. Les observations aux températures les plus hautes ont donc eu lieu avec un liquide qui avait déjà servi à 26 mesures, c'est-à-dire avec un liquide éventuellement affaibli, de sorte que l'influence de la température et celle de l'abaissement du degré de concentration tombent dans le même sens, et que Δn pour 1° a dû être trouvé partout, sans distinction, plutôt trop grand que trop petit.

L'absence de mesure de l'angle réfringent, précisément pour le liquide $NaOH\alpha$, n'a aucune importance, vu l'état d'assemblage solide et invariable du prisme employé, MERZ V, n°. I. Les indices de réfraction ont été calculés simplement avec une valeur de l'angle réfringent égale à 59° 55′ 17″,9, valeur qui est la moyenne de celles qui ont été trouvées le 31 Août et le 8 Septembre.

16. Les mesures de réfraction sur Na O HOβ sont du 8 Septembre. Les cinquante-deux mesures de déviation et la détermination subséquente de l'angle réfringent ont eu lieu sans renouvellement du liquide qui remplissait le prisme.

Merz V, n°. I. Temp. du liquide 24°,8 C.

Azimut du cercle	60°	3′ + 135″,3	Angle du prisme	59°	55′	22″,7
〃 〃 〃	151	9 + 150 ,0	〃 〃 〃	—	—	19 ,8
〃 〃 〃	240	54 + 155 ,5	〃 〃 〃	—	—	14 ,6
〃 〃 〃	330	39 + 245 ,0	〃 〃 〃	—	—	12 ,0
			Moyenne	59°	55′	17″,3

C'est avec cette valeur de l'angle réfringent que les indices ont été calculés.

En parlant des observations relatives à Na O NO_5 ε, j'ai mentionné l'influence éventuelle que pouvait avoir sur les déviations mesurées l'adaptation en avant du collimateur de l'objectif Molteni, dans le but d'accroître la visibilité des raies A, *a* et H. C'est à l'occasion des observations sur Na O HO que mon attention s'est portée pour la première fois sur ce point; en conséquence, pour les deux dissolutions Na O HOα et Na O HOβ dont il vient d'être traité, ces raies A, *a* et H ont été mesurées réellement sans l'emploi de la lentille Molteni; on y a eu seulement recours pour la recherche des raies, mais, pendant le pointé ou la mesure proprement dite, on l'a éloignée. J'ai essayé de déterminer l'erreur éventuelle que l'emploi de la lentille pouvait introduire dans la déviation mesurée, et il m'a paru que cette erreur se traduisait, pour les observations de Na O HOβ, par une diminution de quelques secondes (15 tout au plus) pour les raies A et *a*, et par une augmentation de quelques secondes (8 tout au plus) pour la raie H. Ces déterminations sont toutefois, de leur nature, très incertaines; l'influence que de pareilles erreurs peuvent exercer sur la valeur finale des indices est d'ailleurs circonscrite dans d'étroites limites, car 15″ dans la déviation ne donnent ici que 5 unités de la cinquième décimale dans l'indice. En admettant que l'erreur éventuelle de la déviation atteigne effectivement la valeur supposée, on peut donc juger de l'effet qui en résulte sur l'indice. Les mesures données pour les deux dissolutions dont il a été question en dernier lieu sont exemptes de cette cause d'inexactitude; mais je crois bien qu'une erreur de ce genre peut exister réellement. En même temps, toutefois, je pense qu'elle doit être très variable: car elle dépend, d'une part de la position de l'œil par rapport à l'anneau oculaire de la lunette (ou plutôt par rapport à l'image de l'ob-

C.

ARCHIVES DU MUSÉE TEYLER, 1870.
Vol. III, Fasc. 1, pag. 28.

Na O HO γ.

Densité 1,37706. Richesse 34^{x},74.

A.		B.		A — B.		T = 20°,30.	C.-O.
T	n	n	T	Δ T	Δ n	n	
19°,40	808	21°,16	776	1°,76	32	1,40792	0
,41	923	,14	890	,73	33	1,40906	—1
,43	016	,14	981	,71	35	1,40998	2
,44	115	,13	085	,69	30	1,41100	3
,42	379	,12	346	,70	33	1,41362	0
,44	701	,11	670	,67	31	1,41685	+4
,45	761	,10	730	,65	31	1,41745	5
,47	974	,09	945	,62	29	1,41959	3
,50	256	,08	225	,58	31	1,42240	—2
,50	482	,07	453	,57	29	1,42467	3
,47	576	,08	541	,61	35	1,42558	+1
,44	733	,09	698	,65	35	1,42715	0
,41	927	,10	886	,69	41	1,42906	—3

jectif formée par l'oculaire), et d'autre part de la précision plus ou moins grande avec laquelle le réticule se trouve placé au foyer de l'objectif. Ainsi que je l'ai dit, c'est à propos des observations dont nous nous occupons en ce moment, nommément celles de Na O HO γ, que j'ai songé à la différence de lecture qui, pour les raies citées, pouvait se produire suivant que j'opérais avec ou sans lentille de concentration; mais je ne me rappelle plus de quelle manière ou par quelle particularité mon attention fut d'abord éveillée. Lors de mes mesures sur le Nitrate et le Sulfate de soude, cette idée ne m'était pas encore venue, bien que je fisse constamment usage de la lentille pour les raies A, *a* et H, afin de renforcer la lumière; les mesures postérieures sur Na O NO_5 ε, rassemblées dans le petit tableau partiel, pour lesquelles on renonça à l'emploi de la lentille, ne donnent pas lieu de reconnaître une influence sensible exercée par cette circonstance sur les indices des raies en question Je présume d'après cela que l'installation plus ou moins exacte du réticule a joué ici un rôle essentiel, et que pour les dissolutions des deux sels nommés en dernier lieu cette installation a été très bonne, tandis que pour les dissolutions de Na O HO β et γ elle a laissé accidentellement beaucoup à désirer.

17. La première série de mesures sur Na O HO γ est du 8 Septembre et a précédé les mesures sur Na O HO β dont il vient d'être parlé. C'est en opérant sur ce liquide que je remarquai l'influence de l'emploi de la lentille, ce qui me jeta dans un grand trouble. Pour les mesures sur le Sulfure de carbone, que je venais justement de terminer, j'avais fait rentrer et sortir à plusieurs reprises tant le porte-fente du collimateur, que l'oculaire de la lunette, — manœuvres dont je ferai connaître plus tard le but; or je présume que l'exactitude de la mise au point de l'un ou de l'autre, ou peut-être de tous les deux à la fois, a laissé à désirer un peu plus que d'ordinaire, et que telle est la cause de l'influence constatée. Quant à ces mesures sur Na O HO γ de 8 Sept., telles que je les ai donné ici, elles sont affranchies de l'influence de cette erreur, en ce sens que les déviations relatives à A, *a* et H ont été amenées par correction à la valeur qu'elles auraient eue si elles avaient été mesurées sans intervention de la lentille MOLTENI.

Je ne possède pour cette série aucune détermination de l'angle réfringent, de sorte que les indices ont été calculés avec la valeur 59° 55′ 17″,3, qui fut trouvée le même jour pour Na O HO β.

La correction que, dans cette série de mesures, je fis subir aux déviations trouvées pour A, *a* et H, ne s'élevait pas à moins de 54″; elle était en outre mal déterminée et assez incertaine, de sorte que je ne

voulus pas en prendre tranquillement mon parti. Avant de passer, ce même jour, aux mesures sur Na O HO β, qui ont été relatées ci-dessus, je déplaçai l'oculaire et m'efforçai ainsi de réduire autant que possible l'erreur en question; effectivement, cela me réussit, comme on a pu le voir par la valeur beaucoup plus faible qui a été assignée plus haut à cette erreur pour cette dissolution.

Le 9 Septembre je corrigeai de mon mieux l'installation du réticule de la lunette; grâce à ce soin, les observations sur Na O HO α, dont j'ai déjà traité art. 15, eurent lieu dans des conditions beaucoup plus favorables; en outre, pendant ces mesures de α et β, comme je l'ai dit, on s'abstint de faire usage de la lentille.

Préalablement à ces observations pour la solution α, j'exécutai le 9 Sept., pour me mettre à l'abri de l'incertitude mentionnée, dans les mêmes conditions favorables, et sans lentille, une nouvelle série de mesures sur la dissolution Na O HO γ; les résultats, qui se rapportent à une température plus élevée de 3°,2 C., ont fourni le second tableau consacré aux indices de cette dissolution. Pour ces mesures je n'ai pas de détermination de l'angle réfringent; les indices ont été calculés, de même que ceux de Na O HO α, avec la valeur 59° 55′ 17″,9, moyenne des résultats obtenus le 31 Août et le 8 Septembre.

Même pour cette dissolution la plus concentrée, j'ai cru pouvoir me contenter, aussi bien le 8 que le 9 Septembre, de remplir une seule fois le prisme.

Comme moyenne des résultats des deux séries, Δn pour 1° C. s'élève, en unités de la cinquième décimale, à la valeur 19,7, ce qui pour 3°,2 donne 63,0. Or, si l'on prend la différence des indices d'une série à l'autre, on trouve que cette différence, en unités de la même espèce, est, par exemple, pour A égale à 72, pour *a* égale à 68, pour B égale à 67, pour D égale à 65, pour E égale à 61, pour F égale à 60, pour G égale à 63 et pour H égale à 71. On voit que ces différences se rapprochent passablement de 63, — la moyenne de toutes les treize est 64,2; pour A, *a* et H elles sont bien un peu grandes, mais on reconnaît pourtant, à postériori, que la correction apportée à la déviation de ces raies, dans les mesures du 8 Septembre, n'était pas beaucoup trop forte, quoique d'ailleurs de prime abord elle fût assez incertaine pour justifier complétement la mesure de la seconde série, celle du 9 Septembre.

18. De ce qui précède, il ressort suffisamment que la seconde série pour cette dissolution la plus concentrée est probablement la meilleure, et que la première, au moins aussi longtemps qu'on y comprend les

observations relatives aux raies A, *a* et H, mérite beaucoup moins de confiance. En conséquence, pour la réduction à la température générale de 21°,60, dans le tableau récapitulatif, je me suis servi exclusivement de la seconde série. Le chiffre peu élevé qu'atteint pour la première série la somme des carrés des erreurs restantes doit être regardé comme accidentel; la haute valeur qu'il tendrait à faire attribuer à cette série est purement apparente.

Si nous considérons la marche des coefficients B, C et D dans les formules du premier, du second et du quatrième tableau, nous voyons qu'ils croissent régulièrement avec le degré de concentration de la dissolution; pour le liquide le plus faible, tous ces coefficients sont déjà plus grands que pour l'eau. La dispersion augmentant constamment avec le titre du liquide, on pouvait naturellement s'attendre à une pareille marche: dans mes calculs antérieurs [1]), on trouve assez d'exemples où ces coefficients, tout en offrant une succession de valeurs très différente, croissent tous les trois, presque sans exception, à mesure que la dispersion augmente. Comme il était à prévoir, les indices pour E, *b* et F sont de nouveau ceux qui montrent les écarts restants les plus considérables. Les premières valeurs approchées des coefficients ont été calculées, comme pour le Nitrate de soude, à l'aide des indices relatifs à A, D, G et H; mais ce choix n'a ici que peu d'influence.

Les différences entre les indices de *b* et les moyennes inscrites au bas de la colonne s'élèvent pour les quatre tableaux, en unités de la cinquième décimale, à 39, 45, 58 et 56; il y a donc encore, ainsi que cela devait être, accroissement à mesure que la dispersion devient plus forte; mais déjà dans ces nombres se manifeste la divergence entre la première et la seconde série pour la troisième dissolution.

Dans le calcul de la richesse, j'aurais peut-être bien fait de me servir du tableau de M. Tünnermann lui-même au lieu d'employer celui de M. Schiff, lequel, à vrai dire, est déduit du premier. Mais je désirais donner la teneur en Na O HO, ce que me rendait facile le tableau de M. Schiff, tandis que M. Tünnermann ne fait connaître que la teneur en Na O.

---

19. Finalement, on peut se demander ce que deviendraient dans les formules les coefficients de λ^{-2}, λ^{-4} et λ^{-6}, si l'on faisait passer la courbe par quatre raies beaucoup plus rapprochées l'une de l'autre.

[1]) Voir les considérations développées au sujet de l'eau, de l'alcool, de l'acide sulfurique, etc.: *Archives*, Vol. II, pag. 315.

Voulant obtenir quelque éclaircissement à ce sujet, j'ai encore effectué certains calculs à l'égard des dissolutions du Sulfate de soude. Pour les dissolutions δ et ε, j'ai déterminé les valeurs des coefficients d'après les indices des raies B, D, E et G; j'ai trouvé ainsi, pour le liquide ε, une formule qui assignait à l'indice de H une valeur calculée trop forte de 35 unités de la cinquième décimale; pour la dissolution δ, la formule provisoire donnait même à l'indice de H une valeur qui était trop grande de 77 de ces unités. A l'aide de ces formules provisoires, j'ai calculé les indices pour les treize raies observées, et ensuite j'ai réduit les termes constants de ces formules de telle sorte que, pour chaque dissolution, la somme des écarts restants devînt nulle. J'ai alors mis en œuvre la méthode des moindres carrés, qui toutefois, vu la grande valeur des écarts restants, et conformément à ce qui a été dit *Archives*, Vol. II, pag. 309 art. 3, est ici encore beaucoup moins applicable que dans les calculs mentionnés ci-dessus. Aussi, après cette opération, les différences restantes étaient-elles encore très considérables et les sommes des carrés n'étaient rien moins que nulles. La marche naturellement indiquée ici, serait de recommencer successivement le même calcul avec les valeurs obtenues chaque fois dans l'opération précédente, dans l'espoir de voir ainsi les écarts s'évanouir peu à peu et d'arriver à une formule qui ne soit plus susceptible de corrections ultérieures; mais, pour le moment, je n'ai guère l'envie d'entreprendre ce long et pénible travail. Les formules auxquelles je suis parvenu sont les suivantes :

pour $NaO\,SO_3\ \varepsilon$, $n = 1{,}336971 + 530467\ \lambda^{-2} - 5390162(10)^6\ \lambda^{-4} + 42990800(10)^{12}\ \lambda^{-6}$, et

pour $NaO\,SO_3\ \delta$, $n = 1{,}333306 + 665794\ \lambda^{-2} - 9546909(10)^6\ \lambda^{-4} + 80779490(10)^{12}\ \lambda^{-6}$.

J'ai encore fait une autre tentative dans la même direction: j'ai calculé les coefficients d'après les indices des raies B, D, E et F, mais sans leur appliquer le calcul des probabilités. Les formules provisoires ainsi obtenues sont :

pour $NaO\,SO_3\ \gamma$, $n = 1{,}333102 + 598132\ \lambda^{-2} - 7556129(10)^6\ \lambda^{-4} + 66179570(10)^{12}\ \lambda^{-6}$

pour $NaO\,SO_3\ \delta$, $n = 1{,}331754 + 817444\ \lambda^{-2} - 14661509(10)^6\ \lambda^{-4} + 140132740(10)^{12}\ \lambda^{-6}$

pour $NaO\,SO_3\ \varepsilon$, $n = 1{,}335851 + 641424\ \lambda^{-2} - 9171405(10)^6\ \lambda^{-4} + 85997160(10)^{12}\ \lambda^{-6}$.

Il serait inutile de citer d'autres exemples pour montrer que cette manière d'établir le calcul n'est rien moins que propre à faire connaître les valeurs exactes des coefficients et à dévoiler leur marche éventuelle dans le passage d'une dissolution à l'autre. Une petite différence de deux unités, par exemple, dans la cinquième décimale de l'indice, différence dont les observations sont aisément passibles, peut conduire à un changement surprenant dans les valeurs provisoires des indices.

La seule bonne voie à suivre pour atteindre, si possible, un plus haut degré d'exactitude, c'est, comme je l'ai dit, de reprendre le calcul, y compris l'application de la méthode des probabilités, avec les valeurs des coefficients données dans les tableaux numériques, et de répéter cette opération jusqu'à ce qu'un nouveau calcul ne fournisse plus de corrections pour les coefficients.

HARLEM, 8 Janvier 1870.

LES INDICES DE RÉFRACTION

DU QUARTZ ET DU SPATH D'ISLANDE,

Second Mémoire,

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

---

1. De nouvelles recherches entreprises sur le Quartz et le Spath d'Islande vont me permettre de combler les lacunes que mon premier Mémoire sur ce sujet [1]) avait laissées subsister. Avec le prisme Quartz Hofmann n°. II, qui tourne à gauche et dont les arêtes sont parallèles à l'axe, j'avais déterminé les indices ordinaires et extraordinaires au moyen des angles réfringents P et Q; j'ai maintenant mesuré aussi ces indices par l'intermédiaire du troisième angle réfringent R, ce qui me met en état de donner la moyenne des résultats qui ont été obtenus par les trois angles. En outre, je suis devenu possesseur d'un troisième prisme de Quartz, Hofmann n°. III, dont les arêtes sont encore dirigées parallèlement à l'axe, mais qui exerce la rotation à droite; pour avoir des termes de comparaison, j'ai déterminé aussi pour ce prisme, du moins par un des trois angles réfringents, les indices des rayons ordinaire et extraordinaire. Enfin j'ai reçu également un nouveau prisme de Spath d'Islande, Hofmann n°. III, dont les arêtes ont une direction parallèle à l'axe; avec ce prisme je suis parvenu à voir les raies du spectre d'une manière nette et bien tranchée; je donne donc aussi maintenant les indices ordinaires et extraordinaires de ce prisme, déterminés, provisoirement, par le secours d'un seul des trois angles réfringents.

---

1) Archives, T. II, pag. 153.

Les indices de réfraction du Quartz.

2. Le 13 Juillet 1869 j'établis de nouveau mon prisme Quartz Hofmann n°. II sur le spectromètre. La première chose que j'eusse à faire était de trancher une question qui était demeurée en suspens [1]), celle de l'exactitude du parallélisme entre l'axe optique et les arêtes du prisme. Je procédai donc immédiatement à cette recherche pour les trois angles réfringents; il me fut facile de trouver une raie noire horizontale qui traversait les deux spectres, effet dû à la présence d'une particule de poussière sur la fente du collimateur; mais, pour aucun des trois angles réfringents, je ne pus découvrir un défaut de correspondance entre le niveau de la raie dans le spectre extraordinaire et celui dans le spectre ordinaire. Je crois pouvoir admettre d'après cela, que le parallélisme entre l'axe optique et les arêtes verticales du prisme se trouve réalisé d'une manière très satisfaisante.

3. Le lendemain, 14 Juillet, je commençai les mesures relatives à l'angle R; quant à la valeur adoptée pour cet angle réfringent, 59° 59′ 28″,7, je renvoie simplement au Mémoire précédent [2]), vu que j'ai jugé tout à fait inutile d'en faire une détermination nouvelle.

Dès la reprise de mon travail, le 25 Juin, j'avais tendu de nouveaux fils verticaux dans la lunette, parce que les anciens étaient trop rapprochés l'un de l'autre, ce qui rendait les raies du spectre, surtout celles qui sont un peu faibles, très difficiles à voir quand elles tombaient entre les fils. La distance angulaire de mes nouveaux fils se trouva être, il est vrai, un peu grande; mais c'était là un inconvénient beaucoup moins grave, et qui exigeait seulement de ma part un peu plus d'attention lorsqu'il s'agissait d'amener les raies au milieu de l'intervalle entre les deux fils; la distance en question s'élevait à 3′ 20″. Dans toutes les mesures de réfraction je procédai de nouveau d'après la méthode que j'avais constamment suivie jusqu'alors, et qui consiste à parcourir le spectre d'abord de A en H et ensuite de H en A, afin d'obtenir autant que possible des températures égales pour les moyennes dont on a besoin; mais, grâce à la distance plus grande des fils de la lunette, je fus affranchi de l'obligation d'amener les raies entre les fils de gauche à droite pour l'une des séries et de droite à gauche pour l'autre; car, maintenant que les raies restaient bien visibles, même entre les fils, on n'avait plus à craindre d'erreur constante provenant de la direction dans laquelle les raies défilaient.

[1]) *Archives*, Vol. II, pag. 157.

[2]) *l. c.*, pag. 161.

Pour séparer les spectres ordinaire et extraordinaire je me suis servi des mêmes prismes de Nicol que l'année précédente; le renforcement de la lumière pour les extrémités du spectre a aussi été obtenu de la même manière, en disposant devant la fente du collimateur, pendant un temps aussi court que possible, la lentille de Molteni; enfin, pour mieux distinguer les raies à ces extrémités, j'ai de nouveau tenu devant l'œil un fragment de verre coloré; le verre rouge était le même que celui de l'année dernière, épais de 1 millimètre, le verre de cobalt avait une épaisseur beaucoup plus grande que précédemment, égale à 2 millimètres environ. La lentille renforçante placée devant le collimateur ne fut jamais employée pour d'autres raies que 1α, 3α, 4α, 36β, 40, 43, 46, 50α et 51α, et, pour prévenir l'élévation de température, elle était, à moins d'oubli involontaire, éloignée immédiatement après le pointé et avant la lecture.

Durant ces mesures, un doute s'est élevé dans mon esprit concernant la signification véritable de 4α et de 4β; je pense que, dans mes observations avec les réseaux, j'ai toujours mesuré comme 4α le milieu du groupe formé par la raie 4β et par une bande moins réfrangible qui la serre de près, et comme 4β cette raie elle-même. Dans les spectres de réfraction assez dilatés, tel qu'est par exemple le spectre actuel du quartz, cette bande est déjà trop isolée de la raie pour qu'on puisse encore songer à une liaison entre elles; je crois donc que, pour cette espèce de spectres, j'ai pointé, non-seulement ici mais dans beaucoup de cas antérieurs, le bord le moins réfrangible de 4β, lequel ne peut certainement pas coïncider exactement avec le 4α de mes observations avec les réseaux. Il en résulterait que les indices donnés comme correspondant à la longueur d'onde 4α de ma table seraient un peu trop grands. Pour les spectres de réfraction moins dilatés, comme ceux de l'eau, des dissolutions salines, etc., cette difficulté n'existe pas. Mon attention a été éveillée sur la possibilité de cette méprise pendant les mesures et les recherches qu'a nécessitées mon nouveau dessin du spectre de réfraction, dans lequel on verra 4β effectivement séparé de la bande moins réfrangible qui l'accompagne. La remarque que je viens de faire n'a d'ailleurs quelque importance que dans les cas où l'on trouverait pour 4α, dans les tableaux des indices, un écart trop grand entre le calcul et l'observation; le calcul avec la longueur d'onde 4α aura donné alors un indice qui, bien que très approché, devait être un peu trop faible comparativement à l'indice observé.

4. Le 14 Juillet j'ai exécuté quatre séries, une série directe et une série rétrograde pour chacun des deux rayons ordinaire et extraordi-

naire; afin d'obtenir, autant que possible, l'égalité de température pour ces deux rayons comparés entre eux, les deux séries relatives au rayon extraordinaire ont été placées entre la première et la seconde série du rayon ordinaire. Ces quatre séries m'ont occupé depuis 8 heures du matin jusqu'à 1 heure 15 minutes après midi; le temps n'était pas très favorable, car des nuages vinrent fréquemment m'arrêter dans mon travail. Sur cet espace de temps de 5 heures et $\frac{1}{4}$, pendant lequel j'avais pris une demi-heure de repos, sont distribuées 15 observations de la température du local, faites avec le thermomètre K. n°. I et réparties, autant que possible, d'une manière uniforme entre les mesures de réfraction. Comme d'habitude, et à défaut d'indication plus précise, j'ai pris la température interpolée du local pour la température du prisme, quoique je sache fort bien qu'il y a beaucoup à rabattre de l'exactitude de cette hypothèse.

Le 22 Juillet, depuis 9 heures 30 minutes du matin jusqu'à 1 heure 10 minutes après midi, sans prendre de repos et par un temps superbe, j'ai de nouveau mesuré quatre de ces séries et noté les températures correspondantes.

Les résultats sont consignés, de la manière ordinaire, dans la table A, sous l'inscription Quartz Hofmann n°. II, lévogyre. Seulement, comme je n'avais pas besoin de tenir compte de la direction dans laquelle les raies étaient amenées entre les fils, et comme, dans l'intervalle des deux jours d'observation, le prisme avait été enlevé du spectromètre, ce qui ne me permettait plus de répondre de la parfaite identité de position, j'ai combiné mes observations d'une autre façon que dans les cas antérieurs. Pour obtenir l'effet de la température autant que possible affranchi des variations dues au changement de position du prisme, j'ai combiné la première série de déviations du 14 Juillet avec la première du 23 Juillet, en prenant la moyenne des termes correspondants; les indices calculés avec ces moyennes sont ceux qui occupent dans la table la première colonne du rayon ordinaire. La deuxième série du 14 Juillet et la deuxième du 23 Juillet ont donné de la même manière les indices qui se trouvent dans la première colonne du rayon extraordinaire; la moyenne des troisièmes séries des deux jours ont fourni les indices de la seconde colonne du rayon extraordinaire; enfin, de la moyenne des quatrièmes séries pour chacun des deux jours, ont été déduites les indices qui figurent dans la seconde colonne du rayon ordinaire. Il est facile maintenant, d'après les températures de ces quatre colonnes, de reconnaître la marche moyenne de la température du local d'observation pour les deux jours. Un désavantage de ce

mode de combinaison, c'est que les températures relatives aux différentes raies, dans une même colonne, ne deviennent plus, comme précédemment, à peu près égales entre elles. Cet inconvénient disparaît toutefois pour la colonne finale des moyennes; en outre, mon but principal est maintenant complétement atteint, car j'ai obtenu, dans les troisièmes colonnes, des différences relativement assez fortes, et dont je puis mieux garantir l'exactitude.

5. La colonne R du tableau du rayon ordinaire donne les moyennes des deux colonnes d'indices, réduites en outre à la température générale de 23°,30 C.; la colonne R du tableau du rayon extraordinaire donne de même les moyennes, ramenées à la température commune de 23°,70. Les deux colonnes de différences conduisent au résultat: 66°,10 = — 56 et 25°,76 = — 12, par conséquent, 1° C. pour le rayon ordinaire = — 0,85, et 1° C. pour le rayon extraordinaire = — 0,46, le tout en unités de la cinquième décimale de l'indice. Les colonnes P et Q de chacun des deux tableaux renferment les résultats obtenus pour les indices ordinaires et extraordinaires à l'aide des angles réfringents P et Q; on y trouve de plus les sommes des différences et les valeurs qui s'en déduisent pour la variation de l'indice avec la température. Tous ces nombres sont tirés de la table Quartz II, B de mon premier Mémoire; j'ai seulement dû les combiner d'une manière différente, pour obtenir séparément les résultats relatifs à chacun des angles P et Q. Les colonnes finales M donnent les moyennes de P, Q et R; pour le rayon ordinaire ces moyennes se rapportent à la température de 23°,60 C., pour le rayon extraordinaire à 23°,80 C.

Les différences pour le rayon ordinaire donnent, d'après les mesures avec les angles P et Q,

53°,57 = — 2 et 32°,41 = — 31, c'est-à-dire 1° = — 0,04 et 1 = — 0,96;

pour le rayon extraordinaire on trouve:

50°,84 = — 60 et 33°,65 = — 15, c'est-à-dire 1° = — 1,18 et 1° = — 0,45.

Sans insister sur la supériorité probable des résultats obtenus avec l'angle R, comparativement à ceux qu'ont fournis les angles P et Q, je prendrai simplement les sommes et les moyennes, ce qui donne:

	53°,57 = — 2		25°,76 = — 12
	32 ,41 = — 31		50 ,84 = — 60
	66 ,10 = — 56		33 ,65 = — 15
Somme . .	152°,08 = — 89	Somme . .	110°,25 = — 87
Moyenne . .	1° = — 0,59	Moyenne . .	1° = — 0,79

pour l'indice ordin., à la tempér. de 23°,60 C.

pour l'indice extraord. à la tempér. de 23°,80 C.

Partant des quatre points 1α, $14\alpha\gamma$, 40 et 51α, et appliquant la méthode des moindres carrés, j'ai calculé les formules de dispersion de Cauchy, à 4 termes. Les différences restantes, donnant pour sommes de leurs carrés les nombres 52 et 68, se trouvent dans les colonnes C. — O.; les formules elles-mêmes se voient au bas des tableaux. Si l'on trouvait un peu grand l'écart qui correspond à 4α pour le rayon extraordinaire, on devrait se rappeler ce qui a été dit ci-dessus au sujet de la légère incertitude qui plane sur la vraie signification de 4α. Je ne justifierai pas le grand nombre des chiffres admis dans les coefficients des formules, car je reconnais que c'est uniquement pour des raisons de symétrie que je les ai multipliés à ce point. Pour le rayon ordinaire, les resultats qu'on trouve ici sont ceux qui avaient déjà été publiés antérieurement [1]).

6. Les derniers jours de mon labeur ont été consacrés à l'étude du prisme dextrogyre Quartz Hofmann nº III.

Voici les résultats de la détermination des angles réfringents de ce prisme, faite le 29 septembre, par une température moyenne d'appartement de 18°,4 C.:

Angle P.

Série *a*.

Azimut	60°	0′	+	156″,1	Angle =	59°	58′	43″,2
〃	150	48	+	195 ,5	〃	—	—	33 ,1
〃	241	0	+	12 ,8	〃			43 ,5
〃	331	0	+	155 ,5	〃			26 ,6
				Moyenne.	=	59°	58′	36″,6.

Série *b*.

Azimut	61°	6′	+	9″,4	Angle =	59°	58′	24″,5
〃	151	6	+	138 ,8	〃	—	—	20 ,5
〃	240	48	+	229 ,8	〃			30 ,6
〃	330	48	+	108 ,3	〃			30 ,4
				Moyenne	=	59°	58′	26″,5

[1]) *Archives*, II, p. 315. Table D.

Série *c.*

Azimut	60°	57′	+ 68″,9	Angle =	59°	58′	26″,6
"	151	12	+ 174 ,6	"	—	—	33 ,7
"	241	3	+ 124 ,2	"			36 ,5
"	330	48	+ 245 ,2	"			30 ,2
				Moyenne . . . . . =	59°	58′	31″,8

Angle Q.

Série *a.*

Azimut	60°	6′	+ 107″,2	Angle =	59°	49′	13″,2
"	150	54	+ 32 ,5	"	—	—	14 ,3
"	240	41	+ 200 ,6	"	—	—	21 ,1
"	330	51	+ 153 ,5	"	—	—	18 ,0
				Moyenne . . . . . =	59°	49′	16″,7

Série *b.*

Azimut	150°	30′	+ 192″,5	Angle =	59°	49′	33″,0
"	241	6	+ 105 ,7	"	—	—	15 ,8
"	330	57	+ 151 ,6	"			18 ,1
				Moyenne . . . . . =	59°	49′	22″,3

Angle R.

Série *a.*

Azimut	60°	24′	+ 232″,5	Angle =	60°	12′	32″,5
"	150	33	+ 168 ,8	"	—	—	27 ,8
"	241	0	+ 35 ,5	"			35 ,5
"	330	36	+ 55 ,7	"			20 ,5
				Moyenne . . . . =	60°	12′	29″,1.

Série *b.*

Azimut	60°	36′	+ 230″,2	Angle =	60°	12′	16″,8
"	150	36	+ 24 ,4	"	—	—	32 ,9
"	240	42	+ 264 ,4	"			18 ,9
"	332	12	+ 162 ,9	"			7 ,9
				Moyenne . . . . . =	60°	12′	19″,1

Dans aucun de mes Mémoires on ne trouvera une série aussi nombreuse de déterminations des mêmes angles, faites dans les mêmes conditions. Pendant ces mesures le prisme a toujours conservé, à ma

connaissance, la même position sur la plate-forme du spectromètre; seulement, en passant d'un angle à l'autre, il fallait toucher un peu aux vis calantes de la plate-forme, pour rendre perpendiculaires à l'axe optique de la lunette les deux faces latérales dont l'angle devait être mesuré. La détermination des angles fut faite, comme d'ordinaire, au moyen des images réfléchies des fils verticaux. Sur la face latérale B ces images étaient faciles à trouver, mais il n'en était pas de même pour les faces A et C; sur celles-ci j'eus beaucoup à lutter avec des images doubles, circonstance qui, à elle seule, suffisait déjà à montrer que les trois arêtes n'étaient pas exactement parallèles à l'axe optique. L'angle P est formé par les faces A et B du prisme, l'angle Q par les faces C et A, et l'angle R, par conséquent, par les faces B et C. Or, lorsque les images réfléchies du fil horizontal coïncidaient avec ce fil lui-même sur les faces A et B, ce qui indiquait que ces deux faces et leur arête d'intersection étaient parallèles à l'axe de rotation du grand cercle de l'instrument, l'image du fil sur la troisième face C se trouvait à environ 25′ trop haut; lorsque, au contraire, l'arête Q était placée parallèlement à l'axe de rotation et les faces latérales A et C perpendiculairement à l'axe optique de la lunette, l'image du fil horizontal réfléchie par la face B tombait à environ 15′ au-dessous du fil lui-même. Les trois arêtes du prisme n'ont donc pas une direction exactement parallèle: la face latérale C fait un angle de 12′,5 avec l'arête P, et la face B un angle de 7′,5 avec l'arête Q.

Les valeurs assignées aux angles nous donnent un bon moyen pour juger du degré d'exactitude atteint dans ces mesures; entre les séries *a*, *b* et *c* il n'existe aucune différence, si ce n'est qu'elles ont été exécutées l'une après l'autre. En combinant les résultats on trouve:

	Série *a*.		Série *b*.
P =	59° 58′ 36″,6	P =	59° 58′ 26″,5
Q	59 49 16 ,7	Q	59 49 22 ,3
R	60 12 29 ,1	R	60 12 19 ,1
Somme =	180° 0′ 22″,4	Somme =	180° 0′ 7″,9

ou, d'une autre manière:

Angle P.		*Angle* Q.		*Angle* R.	
d'après *a* =	59° 58′ 36″,6	d'après *a* =	59° 49′ 16″,7	d'après *a* =	60° 12′ 29″,1
〃 *b*	— — 26 ,5	〃 *b* =	— — 22 ,3	〃 *b* =	— — 19 ,1
〃 *c*	31 ,8	moyenne	59° 49′ 19″,5	moyenne	60° 12′ 24″,1
moyenne	59° 58′ 31″,6				

Et par conséquent:

$$
\begin{aligned}
P &= 59^\circ\, 58'\, 31'',6 \\
Q &= 59\ \ 49\ \ 19\ ,5 \\
R &= 60\ \ 12\ \ 24\ ,1 \\
\hline
\text{Somme} &= 180^\circ\ \ 0'\, 15'',2
\end{aligned}
$$

L'inclinaison des faces latérales n'explique que 2″ ou 3″ de l'excès que présente la somme des trois angles; le reste doit donc provenir de quelque autre circonstance, probablement d'une légère convexité des faces latérales [1]). Pour le moment, il n'y a à se préoccuper que de l'angle réfringent P, et nous nous en tiendrons à sa valeur moyenne 59° 58′ 31″,6.

7. Les mesures de déviation relatives à cet angle eurent lieu les 22, 23, 27 et 28 Septembre, jours pendant lesquels le temps fut loin d'être toujours favorable aux observations. Dans les spectres ordinaire et extraordinaire de l'angle P je trouvai que la raie noire due à la présence accidentelle d'un grain de poussière au bord de la fente (*voir* plus haut article 2) se continuait sans interruption; mais il n'en était pas de même pour les angles Q et R; ici cette raie tombait dans le spectre extraordinaire environ 35″ plus haut que dans le spectre ordinaire. De crainte d'introduire de petites erreurs en faisant usage de la lentille Molteni pour concentrer la lumière sur la fente [2]), je n'ai employé cette lentille que pour orienter le prisme au minimum par rapport aux raies extrêmes du spectre et pour amener ces raies entre les fils; ensuite, la lentille a été éloignée, et le placement proprement dit des raies au milieu de l'intervalle des fils a eu lieu au jugé, dans la lumière faible. De cette manière, j'ai sans doute évité, aux extrémités du spectre, les petites erreurs constantes qu'aurait pu occasionner l'emploi de la lentille; mais les erreurs accidentelles et variables n'en seront certainement pas devenues plus petites, pour ces raies. Pendant tout le temps que ces observations ont duré, le prisme a conservé une position invariable sur le spectromètre; j'ai donc pu combiner à volonté les diverses séries obtenues avec tant de peine.

8. Les résultats relatifs aux indices sont compris dans la table A, Quartz Hofmann n°. III dextrogyre. La première colonne des indices pour le rayon ordinaire repose sur la moyenne de trois séries de déviations, dont la première a été obtenue le 22, la seconde en grande partie le 23 et pour le reste le 27, et enfin la troisième tout entière le 27 Septembre. La seconde colonne de ce rayon ordinaire repose sur la moyenne de

[1]) *Archives*, Vol. II, p. 161.

[2]) *Voir* le Mémoire précédent, pag. 22 et 28.

deux séries de déviations, qui datent toutes les deux du 28 Septembre. La première colonne des indices du rayon extraordinaire a été déduite de deux séries de déviations, obtenues l'une et l'autre dès le 22; enfin la seconde colonne des indices de ce rayon a pour base la moyenne des déviations de deux séries qui appartiennent toutes les deux au 27 Septembre. La peine qu'il m'en couta, comme on voit, pour rassembler les observations nécessaires, ne contribua certainement pas à augmenter l'exactitude des résultats, et elle donne lieu de présumer des erreurs accidentelles plus fortes que d'ordinaire.

On a calculé comme d'habitude, pour le rayon ordinaire et pour le rayon extraordinaire, les colonnes des variations de la température et de l'indice, et c'est aussi de la manière habituelle qu'ont été obtenues les colonnes finales M, dans lesquelles les indices du rayon ordinaire sont en même temps réduits à la température générale de 16°,0 C. et ceux du rayon extraordinaire à la température de 16°,80 C. Les colonnes des différences n'ont ici pas grande valeur, d'abord à cause des erreurs accidentelles plus fortes que nous avons des raisons de supposer, et ensuite parce que les différences des températures, pour les indices ordinaires, n'atteignent au maximum que 1° et descendent même jusqu'à 0°,5, tandis que, pour le rayon extraordinaire, elles restent encore comprises entre 1°,40 et 1°,25. On ne s'étonnera donc pas beaucoup du fait exceptionnel, que le rayon ordinaire fournit une valeur positive pour la variation de l'indice avec la température; les indices extraordinaires se conforment mieux à la marche négative normale, mais ce n'est là probablement qu'un effet du hasard.

Les formules de dispersion de Cauchy ont été calculées ici de nouveau avec quatre termes; les dernières colonnes donnent les écarts restants, avec les nombres 49 et 78 pour sommes des carrés, le tout, comme d'habitude, en unités de la cinquième décimale. Au bas on trouve les formules mêmes avec leurs coefficients.

Discussion.

9. Dans mon premier Mémoire [1]) on trouve les variations des indices pour le rayon ordinaire et pour le rayon extraordinaire, telles qu'elles ont été données par M. Fizeau. Je déduis de ces valeurs, quant au

---

[1]) *Archives*, vol. II, pag. 173.

rayon ordinaire, que la variation de l'indice pour 1° est de 0,0000054 à la température de 23°,6 C. et de 0,00000535 à 19°,8 C., et quant au rayon extraordinaire, que cette variation atteint 0,0000063 à la température de 23°,8 C. et également 0,0000063 à 20°,3 C. Les valeurs que j'ai obtenues précédemment avec Quartz Hofmann n°. II à 23°,6 et à 23°,8 C, savoir 0,0000059 et 0,0000079, se rapprochent beaucoup des valeurs de M. Fizeau; si les miennes sont un peu plus fortes que celles de ce savant, il n'y a pas lieu de s'en étonner, attendu que pendant mes observations les prismes se sont certainement échauffés un peu plus que l'air atmosphérique à l'intérieur du local, et que c'est aux variations de température de cet air que j'ai été obligé de m'en tenir.

L'accord remarquable entre la formule à quatre termes et les résultats relatifs au Quartz, accord qui a déjà été signalé ailleurs [1]), s'est pleinement maintenu ici.

Il est intéressant d'examiner si, entre les limites d'exactitude de mes observations, les indices de réfraction du Quartz dextrogyre et du Quartz lévogyre peuvent être regardés comme égaux entre eux. La moyenne des dix-neuf indices du rayon ordinaire pour Quartz II lévogyre est 1,548770 à 23°,6, et celle du rayon extraordinaire 1,558013 à 23°,8; pour Quartz III dextrogyre la moyenne du rayon ordinaire est 1,548720 à 16°,0 C. et celle du rayon extraordinaire 1,557954 à 16°,8. Les indices ordinaires donnent donc pour une différence de température de 7°,6 une différence dans l'indice de + 0,000050 et les indices extraordinaires pour 7°,0 une différence de + 0,000059; or, d'après les nombres qui ont été communiqués tout à l'heure comme résultant de mes observations, la variation de l'indice du rayon ordinaire s'élèverait pour 1°, à la température de 19°,8, à — 0,00000585, et par conséquent pour 7°,6 à — 0,000044; la variation de l'indice extraordinaire pour 1°, à 20°,3, serait de — 0,0000079, c'est-à-dire pour 7°,0 de — 0,000054. Les indices du Quartz dextrogyre sont donc, comparés à ceux du Quartz lévogyre, presque exactement autant au-dessous qu'ils devraient être au-dessus; d'après notre calcul, les indices du rayon ordinaire Quartz III seraient de 0,000094 et ceux du rayon extraordinaire de 0,000113 inférieurs à ceux de Quartz II. Cette différence, dont les observations attestent suffisamment la réalité, n'est provisoirement rien de plus qu'un résultat curieux; elle n'acquerra son importance que lorsque je pourrai faire connaître, en même temps que la composition chimique et la densité de mes espèces de verre, la densité de ces échan-

[1]) *Archives*, Vol. II, pag. 315.

tillons de Quartz. Maintenant que mes mesures de réfraction sont terminées, le moment est venu d'entreprendre la détermination de la densité de tous ces prismes, et c'est un travail que je compte accomplir dans le courant de cette année.

Le petit défaut que nous avons constaté ci-dessus dans la position de l'axe du prisme Quartz III ne pourrait expliquer que la valeur trop faible de l'indice extraordinaire; sur les indices ordinaires il ne saurait avoir aucune influence. L'angle réfringent peut bien, par suite des petits défauts de construction, avoir été pris un peu trop grand, ce que semble indiquer en effet l'excès dont il a été question dans le paragraphe 6; par là les indices seraient devenus un peu trop faibles; toutefois, 20″ d'erreur dans l'angle ne donnent pas plus de 0,00007 dans l'indice.

10. Je n'ai plus à revenir ici sur la comparaison de mes résultats avec ceux de mes devanciers, ces derniers ayant été tous donnés dans mon premier Mémoire. Je pense maintenant qu'au lieu de rapporter à 27γ la détermination de M. Mascart relative à *b*, j'aurais mieux fait de la rapporter à 27β. Il n'est pas nécessaire non plus d'entrer dans une nouvelle comparaison avec les résultats obtenus pour Quartz I [1]. On voudra bien considérer comme non avenus, dans mon premier Mémoire, les résultats moyens relatifs à Quartz II, qui ne reposent que sur les angles P et Q, et les remplacer par ceux des colonnes M de la table A, lesquels seront probablement plus exacts, vu qu'ils sont déduits des trois angles P, Q et R.

Si, pour Quartz III, je n'ai pas fait d'autres mesures que celles avec l'angle P, il faut l'attribuer en partie à ce que j'espère reprendre un jour ce prisme en main. Je me propose d'essayer alors de pénétrer dans la partie invisible du spectre, dans celle qui est encore plus réfrangible que 51α; j'ai déja reçu de M. Hofmann, pour ces recherches, les objectifs et l'oculaire, exécutés en quartz, dont j'aurai besoin pour mon spectromètre. Si ce projet se réalise, je pourrai employer comme angles réfringents les angles Q et R, et compléter alors, en même temps, les mesures relatives aux raies du spectre visible.

Les indices de réfraction du Spath d'Islande.

11. J'ai reçu un troisième prisme de Spath d'Islande, marqué Hofmann n°. III et taillé de façon que les arêtes soient parallèles à l'axe optique. Depuis le 23 jusqu'au 31 Juillet je me suis occupé de l'étude

[1]) *Archives*, Vol. II, pag. 168 et 169.

de ce prisme. Ses faces latérales sont polies toutes les trois; j'ai marqué ces faces des lettres A, B et C, et les angles réfringents des lettres P, Q et R. L'angle P est limité par les faces A et B, Q par les faces C et A, et R par conséquent par les faces B et C. Les difficultés que je rencontrai plus tard dans mon travail sur Quartz III, dont les résultats viennent d'être communiqués, ne sont rien en comparaison de celles que j'éprouvai avec Spath d'Islande n°. III. Les images doubles et confuses que fournissait la réflexion des fils, et la nécessité, lorsque l'oculaire de la lunette se trouvait au point pour la distance infinie, de le faire sortir de plusieurs millimètres pour voir nettement les raies spectrales, telles étaient les deux causes principales de tous ces embarras.

Le 30 Juillet, par une température intérieure de 26°,2 C., je mesurai l'angle P et trouvai les valeurs suivantes:

Azimut	59°	57′	+ 144″,6	Angle	=	59° 58′ 27″,5
"	110	0	+ 210 ,2	"		— — 28 ,1
"	159	57	+ 7 ,5	"		39 ,8
"	209	30	+ 240 ,2	"		15 ,5
				Moyenne	=	59° 58′ 27″,7

Les faces A et B montraient toujours par réflexion trois fils verticaux, preuve qu'on avait affaire à deux images réfléchies, dans lesquelles le fil droit de l'une des images coïncidait plus ou moins exactement avec le fil gauche de l'autre. Lorsque l'oculaire de la luuette était placé de telle sorte que les fils réfléchis par les faces A et B se voyaient distinctement, les images des fils sur la troisième face C étaient beaucoup moins visibles; cette troisième face paraissait être la moins bien polie.

Les mesures que je viens de rapporter ne me parurent pas encore suffisantes; elles avaient été obtenues à l'aide de la paire droite de fils réfléchis, et je croyais avoir des motifs de supposer que j'eusse mieux fait de choisir la paire gauche. Le 31 Juillet je répétai donc les mesures après avoir donné à l'oculaire une position telle que je voyais nettement les fils réfléchis par les faces A et B. La température moyenne du local était de 27°,8 C. Le prisme garda une position invariable sur la plate-forme du spectromètre; avant chaque nouvelle mesure d'un des angles réfringents, les faces latérales étaient naturellement amenées, au moyen des vis calantes de la plate-forme, à se trouver approximativement perpendiculaires à l'axe optique de la lunette et parallèles à l'axe vertical du grand cercle du spectromètre. J'ai déjà examiné précédem-

ment [1]) l'influence qu'une petite erreur dans cette installation peut avoir sur la valeur de l'angle trouvé. Toutes les déterminations qui suivent ont été faites avec les images de la paire de fils verticaux situées à gauche :

Angle P.

Azimut	60°	0′	+	57″,8	Angle =	59°	58′	10″,7
〃	110	6	+	176 ,2	〃	—	—	23 ,1
〃	160	12	+	248 ,2	〃			26 ,8
〃	210	39	+	93 ,8	〃			24 ,6
					Moyenne . . . . =	59°	58′	21″,3

Angle Q.

Azimut	60°	9′	+	103″,6	Angle =	59°	53′	56″,6
〃	110	9	+	109 ,6	〃	—	—	57 ,2
〃	140	51	+	196 ,7	〃			50 ,6
〃	210	45	+	99 ,4	〃			52 ,2
					Moyenne . . . . . . =	59°	53′	54″,2

Angle R.

Azimut	111°	30′	+	169″,2	Angle =	60°	7′	59″,0
〃	160	42	+	62 ,6	〃	—	—	44 ,6
〃	210	0	+	32 ,9	〃			54 ,0
					Moyenne. . . . . =	60°	7′	52″,5

par conséquent,

P =	59°	58′	21″,3
Q	59	53	54 ,2
R	60	7	52 ,5
Somme	180°	0′	8″,0

La somme ne présentait donc qu'un excès de 8″; aussi je jugeai bu'il était inutile de répéter davantage ces déterminations, qui étaient accompagnées de plusieurs difficultés.

12. Comme angle réfringent je me suis borné à l'angle P; je n'ai pas employé les angles Q et R, par une raison analogue à celle que

[1]) *Archives*, Vol. I, pag. 202 et 208.

j'ai donnée ci-dessus pour le prisme Quartz n°. III. L'exactitude des résultats obtenus avec cet angle unique est déjà assez grande pour qu'on puisse s'en contenter provisoirement. Les mesures relatives au rayon extraordinaire sont du 28 Juillet et celles qui concernent le rayon ordinaire du 30 Juillet; les résultats déduits pour les indices sont résumés de la manière ordinaire dans la table B.

De grandes difficultés se présentèrent dans l'exécution de ces mesures. J'avais mis au point pour la distance infinie l'oculaire de la lunette avec son réticule, et ensuite j'avais aussi placé convenablement la fente du collimateur; malheureusement, je reconnus qu'avec cette disposition les spectres ne montraient plus de raies nettes. Je laissai la fente à sa place, mais l'oculaire de la lunette, dont l'objectif a une distance focale principale de 30 centimètres, dut être retiré de 5,4 millimètres, avec le réticule qu'il porte, avant que je pusse voir distinctement les raies de Fraunhofer dans le spectre extraordinaire. Mais, dans cette nouvelle position de l'oculaire, je ne voyais plus avec assez de netteté, ni la fente du collimateur, dont j'avais besoin pour déterminer la position du zéro de la division, ni les fils réfléchis par les faces latérales du prisme, à l'aide desquels je devais donner à l'arête P la direction parallèle à l'axe du spectromètre et perpendiculaire à l'axe optique de la lunette. Pour ces deux dernières opérations il fallait donc préalablement faire rentrer l'oculaire; seulement pour l'observation de la fente, destinée à fixer le zéro, je pouvais encore jusqu'à un certain point me tirer d'affaire avec l'oculaire retiré, en visant successivement les deux limites de la fente élargie sous forme de bande. J'ai apporté les plus grands soins à la manœuvre de la lunette et j'ai cherché à opérer avec toute l'exactitude possible; mais il n'en est pas moins certain que la contrariété éprouvée jette sur mes observations une certaine incertitude, que je ne veux pas moi-même estimer trop bas. Pour les raies 1α à 4β et 48 à 51β je me suis servi de l'objectif de Molteni, à l'effet de concentrer la lumière sur la fente du collimateur; j'ai aussi fait usage de nouveau de lames de verre bleu et rouge devant l'œil, là où le besoin s'en faisait sentir. Ici, où les spectres sont si écartés l'un de l'autre, je n'ai heureusement pas eu besoin de prisme de Nicol pour séparer les rayons ordinaire et extraordinaire.

Dès le premier examen je reconnus qu'avec cet angle réfringent P les raies obscures horizontales, produites par des particules de poussière attachées à la fente du collimateur, se trouvaient dans le spectre ordinaire à environ 60″ plus haut que dans le spectre extraordinaire; l'arête P n'est donc pas exactement parallèle à l'axe optique. Relativement

Rayon Ext

	28 Juillet.			
	T	*n*	T	*n*
α	22°,69	265	26°,00	271
β	,73	269	,04	273
3α	,76	337	,07	341
4α	,80	393	,10	400
4β	,83	396	,13	402
5	,92	461	,16	465
5β				
4α				
4α γ	23,00	637	,19	642

¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e Sér., T. LXVI, pag. 429; 1862.

P n'est donc pas e[illegible] [illegible]allèle à l'axe optique. Relativement

aux autres arêtes mon registre d'observations ne fournit aucun renseignement; mais la circonstance que les fils donnent par réflexion des images doubles et confuses sur toutes les faces latérales du prisme, me fait croire que ces arêtes Q et R ne satisfont pas non plus complétement à la condition en question.

13. Dans le spectre ordinaire, je n'ai pu parvenir à voir nettement les raies qu'en éloignant l'oculaire avec son réticule à 8,8 millimètres au-delà du foyer principal de l'objectif; pour les raies 40 à 51β j'avançais même l'oculaire, mais sans le réticule, encore un peu plus, sauf à le faire rentrer d'autant quand j'arrivais de nouveau aux raies moins réfrangibles. La lentille de MOLTENI et les verres colorés ont été employés tout comme pour le spectre extraordinaire; la lentille m'a parfois présenté ici, à l'extrémité la plus réfrangible, le même inconvénient qui a déjà été signalé ailleurs, savoir, que les fils devenaient moins visibles dans la vive lumière résultant de son emploi. Pour ce spectre je dois donc reconnaître, tout comme pour le précédent, la possibilité de petites erreurs.

Quant à la cause des difficultés rencontrées, il est probable qu'elle doit être cherchée en premier lieu dans une légère concavité des faces latérales du prisme. Pour rendre compte de cette concavité, il n'est même nullement nécessaire d'admettre que la taille a été faite d'une manière défectueuse; pourquoi, en effet, aurait-on consacré à cette opération moins de soins que lorsqu'il s'agit de prismes de verre? Je crois que la déformation des faces latérales du prisme actuel, comme des autres prismes analogues faits de matières cristallines, est due à une élévation de la température pendant l'opération de la taille, jointe à l'inégalité des coefficients de dilatation dans les différentes directions. D'après M. FIZEAU [1]), le spath calcaire a dans la direction de l'axe un coefficient de dilatation positif égal à 0,0000268, et dans la direction perpendiculaire à l'axe un coefficient négatif de 0,0000053; une face coupée suivant un certain angle par rapport à l'axe pourrait être parfaitement plane à la température supérieure occasionnée par l'opération mécanique et ne pas le demeurer après le refroidissement. Je sais bien que cette influence ne saurait être grande ici, où les faces sont presque parallèles à l'axe; mais pourtant elle peut exister, et c'est pourquoi j'ai voulu appeler l'attention sur elle. La pression à laquelle le cristal est soumis pendant la taille doit exercer également une influence sensible et peut-être même supérieure à la précédente.

---

[1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e Sér., T. LXVI, pag. 429; 1862.

En second lieu, la cause des embarras que j'ai éprouvés peut encore résider, au moins pour le spectre extraordinaire, dans la position défectueuse des arêtes par rapport à l'axe optique. Par suite de cette position, le rayon réfracté sort du plan d'incidence, et il est possible qu'ainsi un rayon marginal du collimateur devienne plus ou moins central dans la lunette; lorsque cela a lieu, l'aberration de sphéricité des objectifs — et il est certain que les miens ne sont pas exempts de ce défaut — aura pour effet que, le collimateur restant au point pour la distance infinie, la lunette devra cesser de l'être si l'on veut que la vision se fasse d'une manière distincte. Cette seule condition, qu'un rayon marginal du collimateur se change en rayon central dans la lunette, ou vice-versâ, entraîne toujours, et par conséquent même dans le cas du rayon ordinaire, l'obligation de ne pas mettre la lunette et le collimateur simultanément au point pour la lumière parallèle; or il suffit que les faces latérales d'un prisme soient relativement un peu trop petites par rapport à l'ouverture des objectifs et qu'elles soient placées dans une position excentrique, pour que ce changement de rayons marginaux en rayons centraux, dans le passage du collimateur à la lunette, s'effectue à un degré plus ou moins prononcé. Voilà, pour le moment, tout ce que j'ai à dire à ce sujet.

Je présume maintenant que le prisme Spath d'Islande HOFMANN nº. II, que je m'étais un peu trop hâté de mettre de côté l'année précédente, pourrait être employé à peu près de la même manière que le prisme actuel; mais j'ai négligé de m'en assurer.

14. Les résultats du calcul, avec les températures correspondantes du local obtenues par interpolation, sont consignés dans la table. Pour chacun des deux rayons, les indices des deux premières colonnes reposent tous sur la moyenne de deux déviations mesurées. De ces colonnes sont déduites les différences et, finalement, les moyennes réduites à une température commune, qui composent l'avant-dernière colonne.

La variation de l'indice pour 1° C. s'élève pour le rayon extraordinaire à + 0,000025; la température générale des moyennes est de 24°,5. Au bas se voit la formule de CAUCHY calculée avec quatre termes; les écarts restants figurent dans la dernière colonne. La somme des carrés de ces écarts ne dépasse pas 49. On remarquera que le coefficient de λ^{-4} est ici très petit.

Pour le rayon ordinaire la variation de l'indice pour 1° C. n'est que de + 0,0000003; la température générale de la colonne des moyennes est ici de 22°,8 C. On trouve encore au bas la formule de CAUCHY à quatre termes, et dans la dernière colonne les écarts restants, dont les carrés ont une somme égale à 71. D'après mon registre d'observations

je crois pouvoir admettre que j'ai rétabli ici 4α dans sa signification véritable, c'est-à-dire que j'ai visé effectivement le milieu de la raie nette et de la bande moins réfrangible qui l'accompagne; la différence entre les indices de 4α et de 4β, surtout pour le rayon ordinaire, plaide en faveur de cette présomption.

Discussion.

15. Quand on examine l'ensemble des résultats et qu'on considère surtout l'accord intime entre la formule et les observations, on est réellement surpris du degré d'exactitude que, en dépit de toutes les contrariétés, mes mesures paraissent encore avoir atteint. Des résultats qui répondent si bien à la formule ne peuvent être affectés, ce me semble, d'erreurs notables, sauf les erreurs constantes qui pèseraient également sur tous.

M. Fizeau donne, à l'endroit cité ci-dessus, pour la variation de l'indice pour 1° C., dans le cas du rayon extraordinaire:

$$+ 0{,}0000108, \text{ tandis que je trouve } + 0{,}0000253,$$

et dans le cas du rayon ordinaire:

$$+ 0{,}000000565, \text{ tandis que je trouve } + 0{,}0000003;$$

antérieurement, j'avais obtenu pour le rayon ordinaire:

$$+ 0{,}0000147.$$

Mes résultats actuels, s'ils diffèrent de ceux de M. Fizeau en grandeur absolue, s'accordent du moins avec eux en ce qu'ils attribuent aux deux variations le signe positif et qu'ils donnent en outre une valeur très petite à la variation du rayon ordinaire et une valeur assez considérable à celle du rayon extraordinaire. Je dois faire remarquer ici de nouveau que mes résultats ne reposent que sur des différences thermométriques de 2 à 3 degrés, qui même ne se rapportent qu'à la température du local, et que les différences des indices comprennent à vrai dire, par surcroît, toutes les erreurs accidentelles.

16. A côté des résultats actuels pour le rayon ordinaire, j'ai placé ceux que j'avais obtenus précédemment avec le prisme Hofmann n°. I, dans lequel l'axe est perpendiculaire au plan bissecteur de l'angle réfringent. L'accord est des plus satisfaisants, à la seule condition qu'on me

permette de rapporter à 4β le résultat relatif à 4α d'autrefois, ce qui me paraît justifié par la remarque faite ci-dessus. La température de ces observations avec le prisme HOFMANN n°. I est de 28°.0 C. La moyenne des 17 résultats du prisme n°. I est 1,667854, et celle des 17 résultats correspondants du prisme n°. III 1,667855. Ces nombres sont très rapprochés l'un de l'autre. A la rigueur, comme la température du dernier résultat est de 5°,2 plus basse que celle du premier, celui-ci aurait dû surpasser celui-là de 0,000003, en faisant usage du coefficient de variation de M. FIZEAU; mais des différences si minimes sont bien en dehors des limites d'exactitude de mes observations, ou du moins de mes calculs, dans lesquels je ne me suis servi que de logarithmes à six décimales et où l'indice n'a été calculé que jusqu'à la cinquième décimale.

La valeur qu'on trouve ici pour $14\alpha\gamma$ dans le spectre ordinaire du n°. III est simplement la moyenne des résultats obtenus pour 14α et 14γ, raies que j'avais vues séparées et pour chacune desquelles j'avais mesuré la déviation en particulier.

17. Il ne me reste plus qu'à mettre mes résultats en regard de ceux d'autres observateurs. C'est à quoi est destiné le tableau ci-joint α. Pour la facilité des comparaisons, on y a répété encore une fois les résultats relatifs au rayon ordinaire des prismes Spath d'Islande n°. III et n°. I; à côté se trouvent les résultats relatifs au rayon extraordinaire, tels que qu'ils viennent d'être obtenus, avec les valeurs correspondantes de RUDBERG [1]) et de M. MASCART [2]). Les nombres que ces observateurs donnent pour la raie B ont été rapportés ici à 4β. Pour les raies moins réfrangibles de ce spectre extraordinaire, RUDBERG est, en moyenne, de 0,00007 au-dessous de moi, mais pour 34, 40 et 51α nous approchons très près l'un de l'autre. Cette marche des écarts ne paraît que médiocrement satisfaisante; mais M. MASCART me dépasse d'abord d'environ 0,00016, conserve encore une supériorité de 0,00017 pour 40 et se confond avec moi pour 51α; si la différence entre RUDBERG et moi provenait d'une erreur à marche régulière, qui affecterait mes observations, M. MASCART devrait s'éloigner de plus en plus de moi dans le sens positif à l'extrémité plus réfrangible du spectre. Il est donc probable que les écarts qui se voient ici dépendent d'erreurs accidentelles. La moyenne des sept résultats de RUDBERG est 1,489510, avec la température de 17°,75; celle de mes sept résultats correspondants est 1,489553,

[1]) POGGENDORFF's *Annalen*, T. XIV, pag. 54; 1828.

[2]) *Annales scientifiques de l'École normale à Paris*, T. I, pag. 237; 1864.

Spath d'Islande.

α.

	Rayon Ordinaire.			Rayon Extraordinaire.			
	HOFMANN III. T = 22°,8 C.	HOFMANN I. T = 28°,0 C.	Calcul.	HOFMANN III. T = 24°,5 C.	RUDBERG. T=17°,75 C.	MASCART.	Calcul.
1α	1,65003			1,48268			
1β	1,65008	1,65006		1,48271		1,48285	
3α	1,65166	1,65166		1,48339			
4α	1,65295			1,48397			
4β	1,65299	1,65302		1,48399	1,48391	1,48409	
5	1,65448	1,65449		1,48463	1,48455	1,48474	
8β	1,65601						
14α	1,65841						
14αγ	1,65844	1,65842		1,48639	1,48635	1,48654	
14γ	1,65847						
16	1,66049			1,48733			
19	1,66183						
22α	1,66352	1,66351		1,48874	1,48868	1,48885	
25	1,66436	1,66435		1,48912			
27β	1,66452			1,48919			
30	1,66584			1,48980			
31	1,66680	1,66677		1,49025			
34	1,66792	1,66794		1,49076	1,49075	1,49084	
35	1,67044	1,67045		1,49193			
36β	1,67247	1,67248		1,49287			
40	1,67617	1,67622		1,49456	1,49453	1,49470	
43	1,67772	1,67773		1,49525			
46	1,68025	1,68029		1,49643			
48	1,68109	1,68110		1,49684			
50α	1,68181	1,68178		1,49714			
51α	1,68331	1,68325		1,49780	1,49780	1,49777	
51β	1,68412			1,49820			
L			1,68722			1,49941	1,49954
M						1,50054	1,50073
N						1,50256	1,50288
O						1,50486	1,50521
P			1,70447			1,50628	1,50669
Q						1,50780	1,50818
R			1,71496			1,51028	1,51063

avec la température de 24°,5 C. Il y a donc entre ces résultats une différence de 0,000043. La différence des températures, 6°,75, multipliée par le coefficient de variation de M. FIZEAU, donne 0,000073; en apportant cette correction à la moyenne de RUDBERG, celle-ci s'élève à 1,489583, c'est-à-dire qu'elle devient même encore un peu plus grande que la mienne.

Il paraît résulter de ce qui précède, que dans le prisme de RUDBERG et dans le mien le parallélisme entre les arêtes et l'axe se trouvait réalisé avec une exactitude à peu près égale, mais que chez M. MASCART cette condition laissait un peu plus à désirer, ce qui lui a fait obtenir des indices un peu plus grands que les nôtres. Mais, — et ceci ne doit pas être perdu de vue dans l'appréciation de la marche des écarts que les trois séries présentent entre elles, — qu'est-ce qui nous garantit que des échantillons différents de Spath d'Islande possèdent rigoureusement les mêmes indices et la même dispersion?

Le tableau donne encore quelques indices qui ont été calculés d'après les formules de la table B.

Il était inutile de reproduire ici les observations de RUDBERG et de M. MASCART relatives au rayon ordinaire, cela ayant déjà eu lieu dans mon premier Mémoire [1]). On trouve aussi en cet endroit l'indication des longueurs d'onde que j'ai employées dans le calcul dont je viens de parler. Les résultats des deux observateurs en question, placés derrière 4α, me paraîtraient maintenant s'adapter mieux à 4β, et de même j'inclinerais à rapporter à 27β plutôt qu'à 27γ le résultat donné par M. MASCART pour *b*. L'accord intime qu'on peut remarquer ici entre les spectres ordinaires des prismes n°. I et n°. III, nous autorise à dire que la concordance qui existait, sous ce rapport, entre mes devanciers et moi, n'a pas été altérée par mes nouvelles mesures; au contraire, elle se trouve légèrement améliorée pour $14\alpha\gamma$, 40 et 51α.

[1]) *Archives*, Vol. II, pag. 181.

HARLEM, 29 Mars 1870.

LES INDICES DE RÉFRACTION

DU SULFURE DE CARBONE,

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

---

1. Je me suis aussi occupé de la détermination des indices du sulfure de carbone. Les seules mesures antérieures, relatives à ce liquide, qui me soient connues, sont celles que donne M. BADEN POWELL [1]), celles de MM. DALE et GLADSTONE [2]) et celles de VERDET [3]). De même que tous mes autres produits chimiques, cette combinaison a été obtenue par l'entremise de M. PAUL, qui l'avait reçue de M. TROMSDORFF d'Erfurt; je puis donc bien admettre qu'elle présentait un assez grand degré de pureté; les poids spécifiques, que je ferai connaître plus loin, pourront donner à cet égard quelque éclaircissement supplémentaire. Je me suis servi dans ces expériences du prisme MERZ V, n°. I, parce que je craignais que la matière employée pour fixer les verres obturateurs du prisme de STEINHEIL ne fût attaquée par le liquide. Par suite de la grande dispersion, le spectre qu'on obtient est très beau; dans le bleu et le violet surtout, les raies sont bien distinctes et le spectre fortement dilaté, de sorte qu'on éprouve parfois quelque difficulté à s'orienter dans ces raies débrouillées et éloignées l'une de l'autre à un degré exceptionnel.

La saison étant déjà un peu avancée à l'époque où ces observations eurent lieu, les températures se trouvèrent être relativement assez basses. C'était là un avantage, vu que, à travers les joints du prisme

1) *The undulatory theory*, 1841, pag. 117.

2) *Philosophical Transactions*, Vol. CXLVIII, pag. 887; 1858.

3) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, T. LXIX, pag. 451.

et par dessous les bords du morceau de verre à glace qui recouvrait son ouverture, il s'évaporait continuellement une certaine quantité de liquide. Si la température avait été plus élevée, j'aurai certainement dû remplacer, dans le cours d'une seule et même série de mesures, le liquide évaporé, car déjà maintenant j'étais obligé d'enlever le prisme après chaque série, pour le remplir de nouveau. Le fait de cette évaporation lente a servi toutefois à m'apprendre que mon sulfure de carbone renferme probablement encore une trace de soufre; en effet, à l'un des joints du prisme il s'était formé peu à peu un petit bord jaune bien visible, qui ne pouvait guère être attribué qu'à du soufre abandonné par le liquide.

2. La lunette et le collimateur ayant été mis au point pour la distance infinie, en d'autres termes, la fente du collimateur et le réticule de la lunette ayant été amenés respectivement au foyer principal de leur objectif, il me fut de nouveau impossible, tout comme dans le cas du Spath d'Islande (voir pag. 49), de voir nettement les raies spectrales. Mais, au lieu de faire sortir un peu l'oculaire de la lunette, j'éloignai maintenant la fente du collimateur, d'une quantité qui s'élevait à 7,2 millimètres. Il semblerait, d'après cela, que le prisme agît comme lentille dispersive ou concave. Je pense toutefois pouvoir indiquer, avec encore plus de précision que je ne l'ai fait en traitant de mes mesures sur le Spath, la vraie cause de ce phénomène.

Le diamètre de la cavité cylindrique du prisme est de 24 millimètres, et comme l'angle réfringent mesure environ 60°, les deux ouvertures deviennent des ellipses, dont le diamètre vertical est de 24 et le diamètre horizontal de 28 millimètres. La déviation minimum du sulfure de carbone s'élève pour les raies D ou 14 à environ 49°, ce qui donne pour la projection du diamètre horizontal sur les plans perpendiculaires aux axes optiques des lunettes, une valeur de 16 millimètres; le faisceau de lumière qui traverse le prisme a donc un diamètre horizontal de 16 millimètres seulement. Avec les dissolutions salines et les liquides analogues, pour lesquels la déviation minimum ne dépasse pas 20 à 30°, ce diamètre horizontal reste compris entre 21,5 et 19,8 millimètres. L'ouverture des objectifs des lunettes mesure 26 millimètres; quand le prisme occupe la position centrale convenable par rapport aux deux lunettes, les rayons marginaux, à droite et à gauche, sont donc, dans le faisceau lumineux plus étroit du sulfure de carbone, arrêtés en plus grand nombre qu'avec les liquides moins réfringents. Or je présume que, sous le rapport de la correction de l'aberration de sphéricité, les objectifs laissent beaucoup à désirer, et que la distance focale principale y est sensiblement plus grande pour les rayons cen-

traux que pour les rayons marginaux; il peut d'ailleurs en être de même pour l'oculaire. Si alors une portion notable des rayons marginaux est supprimée à droite et à gauche, il pourra très bien arriver, comme cela paraît avoir lieu pour le sulfure de carbone, que la distance focale principale de la lunette s'en trouve augmentée de 3 à 4 millimètres; en effet, au lieu de retirer de 7,2 millimètres le porte-fente du collimateur, j'aurais pu tout aussi bien obtenir la netteté voulue des raies, en faisant sortir le porte-fente et le réticule de la lunette chacun de 3,6 millimètres. La section des faisceaux de rayons est une ellipse dont l'axe vertical mesure 24 millimètres et l'axe horizontal 16 millimètres; ce n'est donc pas seulement à droite et à gauche, mais dans toutes les directions autour du centre de cette ellipse, que les rayons marginaux sont supprimés. Cette explication me paraît tout-à-fait satisfaisante, et il sera très facile de la vérifier en plaçant devant les objectifs des écrans percés d'ouvertures ayant les dimensions indiquées. Pour le moment, il m'est impossible de faire cette vérification, attendu que les objectifs en question se trouvent depuis quelque temps chez M. MERZ, à Munich, qui les remplacera par d'autres. Aussi-tôt qu'ils seront de retour, je m'assurerai du plus ou moins de fondement de l'explication que je viens de donner et qui ne s'est présentée à mon esprit que longtemps après le départ des objectifs.

La dimension horizontale des faces de mes prismes de Quartz et de Spath d'Islande est de 29 millimètres; dans tous mes prismes de verre cette dimension est beaucoup plus grande. Le diamètre de la cavité du prisme à liquide STEINHEIL n°. I est de 21 millimètres, et le diamètre horizontal de l'ellipse extérieure mesure 25 millimètres. Mes mesures sur l'hydrure de cinnamyle ont été faites avec ce dernier prisme, de même que celles qui concernent l'essence d'anis. Durant ces observations, qui datent de 1867, il ne paraît pas que j'aie reconnu la nécessité de retirer un peu le porte-fente ou l'oculaire; pourtant, par suite du défaut de netteté, je dus m'arrêter dès la raie 35 pour le spectre de l'hydrure de cinnamyle, et à partir de 46 pour celui de l'essence d'anis; il y a tout lieu de penser maintenant que j'aurais très bien pu parer à ce défaut de visibilité à l'aide d'un léger déplacement de la fente ou de l'oculaire.

L'explication donnée ci-dessus, qui s'applique très bien au sulfure de carbone, ne peut servir, comme il est aisé de le voir, pour le prisme de Spath d'Islande n°. III; pour ce prisme, la cause des déviations paraît résider dans la concavité des faces latérales.

3. Mes mesures sur le sulfure de carbone ont eu lieu du 30 Août

au 3 Septembre; les séries complètes proprement dites sont du 31 Août et du 3 Septembre; le 21 Septembre j'ai encore mesuré quelques raies dans un but de vérification. Les résultats sont consignés dans les tables A et B.

Le 30 Août j'ai fait une couple de séries de déterminations, qui ne comprenaient pas toutes les raies, et dont les résultats se trouvent dans la table B. Immédiatement après, pendant que le prisme renfermait encore le liquide, j'ai mesuré l'angle réfringent; cette mesure a donné:

MERZ, V. n°. I. Temp. du liquide 21°,4 C.

Azimut du cercle	61°	39′	+ 224″,7	Angle du prisme	59°	55′	20″,7
" " "	150	0	+ 127 ,1	" " "	—	54	59 ,5
" " "	240	42	+ 123 ,2	" " "		55	32 ,7
" " "	330	39	+ 214 ,7	" " "			23 ,8
				Moyenne	59°	55′	19″,2

On sera frappé peut-être des écarts considérables qui existent entre ces valeurs de l'angle, et particulièrement du nombre beaucoup plus faible qu'a fourni la seconde détermination. Il m'est arrivé plus souvent de voir un des résultats s'éloigner fortement des trois autres, et parfois j'ai cru devoir rejeter, pour ce motif, une pareille détermination. La cause du fait peut être cherchée, soit dans un peu de jeu ou de relâchement d'une des vis tangentielles des cercles, ayant pour résultat un serrage imparfait; soit dans un léger dérangement du prisme, par suite de quelque maladresse dans la manœuvre du cercle; soit dans l'inexactitude de la mise au point de l'oculaire de la lunette, ce qui a pour effet que l'image réfléchie des fils ne tombe plus précisément dans le même plan que les fils eux-mêmes. Le relâchement des vis, dont il vient d'être question, m'a gêné plus d'une fois dans les mesures de ce genre, où il est si facile à constater; il est dû sans doute à l'élasticité insuffisante des ressorts tendus. Lorsque la cause des déviations observées ne peut être assignée avec certitude, celles-ci tombent sous la rubrique des erreurs accidentelles; c'est pourquoi j'ai fait entrer ici dans le résultat final la détermination qui s'écarte des autres, d'autant plus que ce résultat ne s'en trouve que peu modifié.

4. Le 31 Août j'ai fait d'abord, à basse température, quelques mesures sur chacune des raies 49, 50 et 51α, afin d'obtenir des différences extrêmes de température; les résultats calculés figurent dans la table B. Ensuite, j'ai mesuré deux séries complètes; avant de commencer la seconde série, je dus enlever le prisme, pour suppléer le liquide

que l'évaporation avait fait disparaître. J'avais commencé mon travail, ce jour-là, dès 8 heures du matin; à 3 heures je mesurai l'angle réfringent, sans rien ajouter dans le prisme, qui toutefois contenait encore une bonne portion du liquide. Les résultats obtenus sont les suivants :

Merz V, n°. I. Temp. du liquide 21°,4 C.

Azimut du cercle	60°	3′	+	41″,3	Angle du prisme	59°	55′	18″,3
〃 〃 〃	150	45	+	117 ,6	〃 〃 〃	—	—	8 ,2
〃 〃 〃	240	51	+	255 ,8	〃 〃 〃	—	—	20 ,3
〃 〃 〃	330	30	+	134 ,2	〃 〃 〃	—	—	26 ,9
					Moyenne	59°	55′	18″,4

Il est assez singulier que la plus petite valeur de l'angle se rapporte ici, tout comme dans le cas précédent, à la valeur 150° de l'azimut du cercle. Cela pourrait faire croire à un défaut dans la graduation de ce cercle; mais la comparaison avec les autres mesures d'angles réfringents, qu'on trouve en grand nombre dans mes Mémoires antérieurs, ne légitime pas cette conclusion. La moyenne du résultat actuel et du précédent est 59° 55′ 18″,8; comme ce nombre diffère extrêmement peu de la valeur qui vient d'être obtenue, je m'en suis tenu simplement au calcul des indices avec l'angle réfringent 59° 55′ 18″,4. Pour toutes les observations du 30 Août au 3 Septembre, c'est donc cette dernière valeur de l'angle réfringent qui a servi de base au calcul. Les résultats des deux séries du 31 Août se voient dans la table A.

5. Le 3 Septembre j'ai de nouveau mesuré deux de ces séries. De même que la première fois, le prisme a été enlevé avant le début de la seconde série, pour le remplacement du liquide évaporé; de plus, cette fois-ci, on a veillé expressément à ce que le prisme fut placé de nouveau dans une position telle que ses faces latérales fussent perpendiculaires à l'axe optique de la lunette. Le 31 Août cette précaution avait été négligée; mais, en général, après que le prisme a été ôté de la plate-forme, puis replacé, son installation n'est pas très défectueuse, et chacun sait — au besoin on pourra en trouver le calcul dans un Mémoire antérieur [1]) — qu'une erreur relativement assez grande dans la positition des faces latérales ne donne qu'une erreur très petite dans l'angle réfringent. Le 3 Septembre, de même que le 31 Août, j'ai profité de cet enlèvement forcé du prisme pour vérifier la position du zéro. Il n'a pas été fait de mesure de l'angle dans l'oc-

[1]) *Archives*, Vol. I, pag. 201.

casion présente. Les indices, calculés avec la valeur de l'angle refringent qui a été indiquée ci-dessus, sont compris dans la table A.

Dans les mesures du 31 Août et du 3 Septembre, la lumière a toujours été concentrée sur la fente du collimateur, au moyen de la lentille de Molteni, pour les raies 1 à 3 et 45 à 51α; les autres raies ont été mesurées sans le secours de la lentille. Il est à supposer que j'aurai opéré à peu près de la même manière le 30 Août, bien que mon registre d'observations ne fournisse aucun renseignement à cet égard.

Le 21 Septembre, après que j'eus rencontré dans l'étude des dissolutions salines les difficultés dont il a été rendu compte précédemment, j'ai mesuré encore une fois différentes raies, toutes sans l'emploi de la lentille. Les raies dont j'ai répété ainsi la détermination sont celles pour lesquelles j'avais eu recours antérieurement à la lentille, et de plus quelques autres, prises parmi les plus distinctes et destinées à fournir des moyens de vérification. Ce nouvel examen ne m'a heureusement pas donné de motifs suffisants pour douter de l'exactitude de mes déterminations antérieures; du moins, sauf pour la raie 51α, qui est assez difficile à voir sans lentille, on retrouve très bien les nombres du 21 Septembre, en partant des indices de la colonne finale de la table A et leur appliquant la variation pour la température. Ces observations du 21 Septembre ont encore de l'utilité en ce qu'elles nous donnent, comme le montre la table, des différences de température de 6°,70 C.

J'ai trouvé pour l'angle réfringent, le prisme étant encore à moitié plein, les valeurs suivantes :

Merz, V., n°. I. Temp. du liquide 16°,C.

Azimut du cercle	60° 30′ + 90″,0		Angle du prisme	59° 55′ 34″,9
» » »	301 0 + 60 ,1		» » »	— — 34 ,2
			Moyenne	59° 55′ 34″,6

Dans l'intervalle du 3 au 21 Septembre le prisme avait été démonté; il n'y a donc pas lieu d'être surpris que l'angle ait donné une valeur différente. C'est avec cette valeur qu'ont été calculés les résultats du 21 Septembre dans la table.

6. Les résultats des quatre premières colonnes de la table A reposent chacun sur une seule déviation mesurée. Si l'on fait abstraction des petits écarts qui ont pu résulter de l'enlèvement et du replacement du prisme, opérations inévitables, les résultats de ces quatre colonnes sont compa-

rables entre eux, pour ce qui concerne la détermination de l'influence de la température; ici, en effet, j'ai aussi toujours observé avec deux fils relativement assez éloignés l'un de l'autre, de sorte que, sous ce rapport, toutes les colonnes ont été obtenues dans des conditions analogues. Les cinquième et sixième colonnes donnent $\frac{1}{2}$ (I + III) et $\frac{1}{2}$ (II + IV); la septième fait connaître les différences de température et d'indice, ces dernières en unités de la cinquième décimale, et, en outre, la variation de l'indice pour 1° C., déduite de ces différences. Les nombres de cette colonne méritent un assez grand degré de confiance; car, en général, la température du liquide fut notée de cinq en cinq raies, et on calcula ensuite par interpolation la température correspondante à chaque raie séparément; les irrégularités qu'on remarque dans cette colonne sont le résultat d'erreurs d'observation, erreurs qui ici, naturellement, ressortent davantage. La huitième colonne donne les moyennes de la cinquième et de la sixième; la neuvième colonne donne ces mêmes moyennes réduites à la température commune de 18°,75 C.; pour cette réduction on ne s'est pas servi des nombres bruts, tels qu'ils se trouvent dans la dernière section de la colonne VII, mais on a pris la moyenne des valeurs appartenant à quelques raies voisines l'une de l'autre, afin d'éliminer jusqu'à un certain point les erreurs éventuelles de ces grandeurs.

A la place de chacune des raies 38, 39, 41 et 45, on trouve ici deux raies distinctes, savoir 38α et 38β, etc. Cela provient de ce que, grâce à la forte dispersion du sulfure de carbone, les deux raies qui composent chacune de ces paires ont pu très bien être observées séparément.

7. La table supplétoire B renferme d'abord les mesures des deux séries du 30 Août; chaque résultat repose encore ici sur une seule déviation; pendant ces mesures, l'oculaire, sans les fils, fut tantôt un peu retiré, tantôt de nouveau enfoncé, pour rendre les raies plus visibles, en sacrifiant, il est vrai, une partie de la netteté des fils. La colonne III donne les résultats moyens; dans la colonne IV ces résultats sont réduits, à l'aide des variations de la colonne VII de la table A, à la température moyenne de 19°,5 C. La colonne V donne, comme termes de comparaison, les résultats de la colonne IX de la table A, réduits à la même température de 19°,5; on voit que les nombres de ces colonnes IV et V cadrent passablement bien entre eux.

La colonne VI fait connaître les résultats du 21 Septembre, dont il a été question ci-dessus, et qui sont fondés chacun sur la moyenne de deux déviations mesurées; à côté, dans la colonne VII, on trouve les

moyennes des colonnes II et IV de la table A; les valeurs de Δn pour 1° C, déduites de VI et VII et consignées dans la dernière colonne, possèdent donc le même degré d'exactitude que celles de la colonne VII de la table A, en ce sens que chacune des deux colonnes, dont les différences mutuelles ont fourni ces valeurs, repose sur deux déviations mesurées; mais, sous un autre rapport, elles méritent la préférence sur les valeurs de la table A, car les différences de température sont ici environ une fois plus fortes.

Au-dessous des nombres relatifs au 21 Septembre, se trouvent les trois résultats du 31 Août, dont il a également déjà été parlé, qui se rapportent aux raies 49, 50 et 51α, et dont chacun repose aussi sur deux déviations mesurées; ces résultats sont de nouveau combinés avec ceux du 31 Août et du 3 Septembre, pour le calcul de l'influence exercée sur l'indice par la température.

Le thermomètre dont je me suis servi ne donne directement que les cinquièmes de degré, ou, par estime, les dixièmes. On ne sera donc pas surpris de trouver fréquemment entre les colonnes IV et V de la table B des différences de 4 et 5 unités de la cinquième décimale, si l'on réfléchit qu'une erreur de 0°,05 dans la température entraîne une erreur de 4 à 4,5 de ces unités dans l'indice. Je n'attribue pas ces écarts à l'inexactitude des déviations mesurées, mais à celle des indications thermométriques et au défaut d'uniformité dans la distribution de la chaleur au sein du liquide.

8. Le tableau suivant fait connaître les résultats de mes devanciers:

T.	B. P. 15°,65.	15°,65.	D. et G. 15°,0.	17°,0.	VERDET. 24°,4.	24°,65.
A— 1β			1,6114	1,61136		
B— 4β	1,6182	1,61865	,6177	,61756	1,6114	1,61143
C— 5	,6219	,62195	,6209	,62086	,6147	,61462
D—14$\alpha\gamma$	,6308	,63145	,6303	,63034	,6240	,62403
E—22α	,6438	,64432	,6434	,64320	,6368	,63682
F—34	,6555	,65644	,6554	,65529	,6487	,64875
G—40	,6799	,68096	,6799	,67975	,6728	,67293
H—51α	,7020	,70405	,7035	,70277	,6956	,69554

21 Sept. $n = 1$

La première colonne donne les signes des raies; la seconde, les résultats de M. BADEN POWELL, qu'on trouve à l'endroit cité précédemment; la troisième, mes valeurs finales de la table A, réduites à la même température; la quatrième, les nombres de MM. DALE et GLADSTONE, pris à l'endroit cité ci-dessus; la cinquième, mes résultats de la table A, réduits à la température de 17°,0 C.; la sixième, les mesures de VERDET sur du sulfure de carbone pur du commerce, à la température de 24°,4 C.; la septième, enfin, les résultats de ma table A, après réduction à la température de 24°,65 C.

L'accord entre mes observations et celles de M. BADEN POWELL est assez satisfaisant. On ne peut en dire tout-à-fait autant des observations de MM. DALE et GLADSTONE comparées aux miennes; l'accord devient passable, si je réduis mes résultats à la température 17°,0 C. Déjà à une époque antérieure [1]), en rassemblant les observations sur la réfraction de l'eau, j'avais rencontré chez MM. DALE et GLADSTONE des difficultés analogues, c'est-à-dire que leurs nombres étaient trop petits relativement aux miens. Je présume maintenant que les indications thermométriques de ces savants ne sont pas assez exactes, car, quant au degré de pureté des liquides employés, il n'est pas probable qu'il y ait eu de bien grandes différences entre eux et moi; le point d'ébullition peu élevé qu'ils attribuent à leur sulfure de carbone est bien de nature à faire craindre une erreur dans les températures, au moins si ce liquide n'a pas contenu de l'éther en mélange. La circonstance que, pour me rapprocher davantage des résultats de VERDET, j'ai dû prendre les miens à une température supérieure de 0°,25, tient peut-être à ce que la variation de l'indice par la température diminue à mesure que la température s'élève; du reste, à cela près, l'accord entre nos résultats ne laisse pas beaucoup à désirer.

9. J'ai calculé les coefficients de la formule de CAUCHY à quatre termes, qui conviennent pour ce liquide, et, à cet effet, j'ai fait passer la courbe par les quatre points 1β, $14\alpha\gamma$, 40 et 51α. J'ai cru toutefois pouvoir m'épargner la peine d'appliquer aux nombreuses raies observées la méthode des moindres carrés, et cela avec d'autant moins de scrupule, que mes calculs antérieurs m'avaient appris que la formule fondée sur les quatre raies désignées ne reçoit, en général, que de faibles corrections; pour la table A, j'ai donc annulé la somme des écarts restants, au moyen d'une augmentation extrêmement petite du terme constant de la formule. Pour les résultats du 21 Septembre,

[1]) *Archives*, Vol. I, pag. 74, table G.

table B, j'ai de même calculé l'équation de la courbe qui passe par les quatre points 1β, $14\alpha\gamma$, 40 et 51α, après avoir, bien entendu, réduit ces indices à une même température, celle de 13°,75 C.; j'ai trouvé ainsi :

Temp. 18°,75 . . . . $n = 1{,}583671 + 1483490\,\lambda^{-2} + 786867(10)^{6}\,\lambda^{-4} + 79422900(10)^{12}\,\lambda^{-6}$.

" 13°,75 . . . . $n = 1{,}587969 + 1475157\,\lambda^{-2} + 817184(10)^{6}\,\lambda^{-4} + 83695070(10)^{12}\,\lambda^{-6}$.

p.c. pour 5° C. . . $\Delta n = 0{,}004398 - 8383\,\lambda^{-2} + 30317(10)^{6}\,\lambda^{-4} + 4272170(10)^{12}\,\lambda^{-6}$.

et pour 1° C. . . $\Delta n = 0{,}000860 - 1677\,\lambda^{-2} + 6063(10)^{6}\,\lambda^{-4} + 854434(10)^{12}\,\lambda^{-6}$.

La forte dispersion que le sulfure de carbone imprime à la lumière rend la comparaison avec le spectre de diffraction de plus en plus difficile à mesure qu'on avance vers le bleu et le violet, au moins pour les points qui consistent en faisceaux de raies ou en bandes. C'est ainsi, premièrement, que le faisceau 36 est dilaté à un tel degré, qu'il devient très difficile de retrouver son point le plus obscur, celui pour lequel a été mesurée la longueur d'onde; de là le chiffre élevé, savoir — 15, qu'on trouve derrière ce point dans la dernière colonne de la table, celle des écarts C. — O. La paire 38 est décomposée ici en ses deux éléments, dont 38α est le plus foncé; la longueur d'onde correspond au point le plus obscur de la raie plus large qui résulte de la fusion de la paire; cette longueur d'onde s'applique donc le mieux à 38α, et c'est pourquoi j'ai négligé 38β dans la colonne IX. Les deux raies 39 ont une intensité égale; par suite, c'est leur moyenne, inscrite dans la colonne finale, qui convient le mieux pour la raie unique plus large des tables de diffraction. Les deux raies 41α et 41β, provenues du dédoublement de 41 des tables de réfraction, sont de nouveau réunies dans la colonne finale, à l'instar des raies 39. La même chose a encore eu lieu pour les raies 45. Si l'on examine maintenant la marche et la grandeur des écarts, qui, naturellement, sont tous exprimés en unités de la cinquième décimale de l'indice, je crois qu'on aura lieu d'être satisfait de l'exactitude avec laquelle la formule, bien que ne reposant que sur quatre points, représente ce spectre si étendu.

Pour les observations du 21 Septembre, j'ai calculé quelques raies à l'aide de la formule, ce qui m'a donné :

n pour T. = 13°,75 C.

	Observat.	*Calcul.*	C. - O.
4β	1,62031	1,62036	+ 5
5	,62361	,62366	5
34	,65815	,65809	— 6
47	,67858	,67863	+ 5
40	,68270	,68271	1
43	,68752	,68764	12
46	,68580	,69594	14
49	,69994	,70007	13
50	,70097	,70091	— 6

Ici encore, je crois que l'approximation donnée par la formule sera jugée suffisante, quoique les différences trouvées pour 43, 46 et 49 soient bien un peu fortes. Un petit changement des coefficients de la formule atténuerait peut-être rapidement ces différences.

10. Les deux tables montrent clairement que le décroissement de l'indice, quand la température s'élève, est assez considérable, et qu'il devient de plus en plus grand à mesure qu'il s'agit de rayons plus réfrangibles. MM. Dale et Gladstone donnent pour le décroissement de l'indice de la raie D, entre 15° et 20°, la valeur 0,0042, c'est-à-dire, pour 1° C. 0,00084; nombre qui s'accorde d'une manière remarquable avec le résultat de mes déterminations. Il résulte en outre des données de MM. Dale et Gladstone — mes propres mesures ne permettent aucune conclusion à cet égard — que cette variation de l'indice diminue quand la température s'élève.

Si l'on calcule d'après la différence des formules, trouvée ci-dessus, la variation de l'indice pour les raies 1β, 22α et 51α, variation qui alors s'appliquera à la température de 16°,25 C., on trouve:

pour 1β Δn pour 1^c égale à 83,7
〃 22α 〃 〃 1 〃 〃 84,7
〃 25α 〃 〃 1 〃 〃 99,6

Ce qui reproduit à peu près les différences trouvées directement.

11. MM. Dale et Gladstone placent le point d'ébullition du sulfure

de carbone, qu'ils ont employé, à la température de 43° C.; pour celui qui a servi à mes expériences ce point n'a pas été déterminé. Il est permis d'admettre que mon liquide, sortant de la solide fabrique de M. TROMMSDORFF, était très pur. J'ai trouvé pour la densité, celle de l'eau à 4° C. étant prise pour unité, les nombres suivants:

A.		B.		C.		D.	
T.	d.	T.	d.	T.	Δd pour 1°	T.	d.
13°,60	1,27395						
15,40	1,27006			14°,62	204,4		
15,86	1,26949	15°,63	1,26978				
16,85	1,26824			16,27	133,0		
16,95	1,26792*a*	16,90	1,26808			13°,75	1,27336
18,59	1,26181			16,10	242,8	18,75	1,26367
		16,21	1,26853	M.	193,4		

La colonne A donne les résultats directs des pesées; le liquide marqué *a* avait déjà servi une fois pour la détermination du poids spécifique; les autres échantillons furent pris dans le flacon au moment même de la pesée. La colonne B donne une couple de moyennes et le résultat final général pour la température de 16°,21. La colonne C fait connaître la variation de la densité pour 1° C.; la valeur qui correspond ici à 16°,27 paraît être trop petite, bien qu'elle repose pourtant sur les deux moyennes de la colonne précédente; s'il n'y a pas quelque erreur dans mes annotations primitives pour 13°,60 et 18°,59, erreur que je n'ai pu découvrir, une pareille incertitude dans la densité d'un liquide si mobile demeure inexplicée. Je n'en ai pas moins fait concourir toutes les données à l'établissement du résultat final général, car aussi longtemps que la cause de l'écart est inconnue, il doit être considéré comme faisant partie des erreurs accidentelles. La dernière colonne donne la densité calculée pour les températures des tables de réfraction; dans ce calcul on a adopté comme valeur moyenne de la variation pour 1° C. le nombre 193,4. En consultant les traités de chimie, j'y trouve indiqués pour le point d'ébullition du sulfure de carbone la température de 46°,6 C. et pour le poids spécifique le nombre 1,272. Si l'on suppose que ce dernier nombre se rapporte à la température de 15° C. et que la densité de l'eau à 15° C. soit prise pour

unité, comme il est d'usage ordinaire parmi les chimistes, alors ce poids spécifique, ramené à celui de l'eau à 4° C, qui est notre unité, devient un peu plus petit, savoir 1,27089; d'après mes résultats, le poids spécifique du liquide employé est, à 15° C., égal à 1,27092.

HARLEM, 23 Avril 1870.

QUELQUES ADDITIONS

AUX

mémoires précédents,

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

---

1. M. LISTING *a déterminé récemment les indices de réfraction de la glycérine pure* [1]; je crois qu'il convient de mentionner ici ce travail et d'en comparer les résultats à ceux que j'ai obtenus moi-même antérieurement [2].

M. LISTING avait reçu de M. WÖHLER de la glycérine pure, limpide comme de l'eau et d'une consistance sirupeuse, qui provenait de la fabrique de M. F. A. SARG, de Vienne; sa densité à 19° C. était de 1,2535, la densité de l'eau à 4° C. étant prise pour unité.

Le tableau suivant résume les résultats de M. LISTING et, à côté, ramenés à la même température de 15° C., ceux que m'a fournis la glycérine dite PRICE's *Patent.* La seconde colonne du tableau donne les indices de réfraction, et la troisième leurs variations, d'après M. LISTING; ces indices ont été déduits de cinq séries de déviations minima, obtenues avec un prisme dont l'angle réfringent était égal à 59° 38′ 46″. La quatrième colonne donne mes indices, tous réduits en comptant — 25,0 de variation de l'indice pour 1° C. d'élévation de la température, vu que cette valeur moyenne, applicable à toutes les raies, était la seule que j'avais pu déterminer. La cinquième colonne fait connaître

[1]) POGGENDORFF's *Annalen*, T. CXXXVII, pag. 487; 1869.

[2]) *Archives*, Vol. II, pag. 209.

les différences entre les résultats de M. LISTING et les miens, exprimées en unités de la cinquième décimale.

Temp. 15ᶜ C

	LISTING.		v. d. WILL.	L.-W.
A	1,466151	310	1,45843	772
B	,467739	313	,46010	773
C	,468770	316	,46097	780
D	,471092	320	,46321	788
E	,474053	325	,46610	795
F	,476556	332	,46863	793
G	,481286	341	,47329	800
H	,485320	350	,47722	810

La marche des différences est très satisfaisante. 22β, point le plus obscur de la bande, sur lequel j'ai aussi dirigé la lunette pour ce liquide, a une longueur d'onde un peu plus courte que 22α, milieu des deux raies fines, qui est probablement le point visé par M. LISTING; mais cela n'explique pas l'écart que présente la marche des différences pour E et F, car la différence pour E aurait alors dû être plutôt trop petite que trop grande.

L'instrument employé par M. LISTING pour ces mesures était sans doute un spectromètre de MEYERSTEIN, semblable à celui dont je me sers. La glycérine sur laquelle il a opéré était évidemment beaucoup plus réfringente que la mienne; la PRICE's *Patent* renferme donc probablement encore quelques centièmes d'eau, ce qui résulte d'ailleurs aussi de la circonstance que j'ai eu beaucoup moins à souffrir que M. LISTING du défaut d'homogénéité du liquide; le poids spécifique de ma glycérine, pris, comme chez M. LISTING, à la température de 19° C. et par rapport à l'eau à 4° C., est de 1,24111.

---

2. *Les coefficients et les logarithmes nécessaires pour l'application de la méthode des moindres carrés* demandaient une certaine extension, du moment que j'employais, pour représenter les observations,

la formule de Cauchy à quatre termes. Déjà pour les calculs précédents j'ai eu besoin d'une grande partie de ces nouveaux nombres. Pour moi-même et pour d'autres j'ai rassemblé ces grandeurs dans le tableau A; beaucoup d'entre elles ne sont que la répétition d'un tableau analogue, publié antérieurement; je me suis servi ici, pour la commodité de l'emploi, pour l'impression de chiffres plus petits. Les logarithmes à six décimales ne donnent les nombres exactement que jusqu'à six chiffres tout au plus. Cette règle m'a guidé dans la construction de ce tableau; ce n'est qu'exceptionnellement que les nombres y vont jusqu'à sept chiffres.

---

3. *Il y a dans la physique bien des idées qui, reçues par tradition, sont admises sans contestation et ont pris le rang d'axiomes.* La science entière s'en trouve comme imbue et empoisonnée, et la première condition pour arriver à une connaissance vraie est de s'affranchir de ces notions et de les rejeter.

L'observation a prouvé, par exemple, qu'une même matière solide, à une température exactement la même, peut encore offrir des densités différentes; il est vrai qu'on se tire alors d'affaire en parlant de groupement des molécules, de structure différente, comme si l'on avait pénétré dans l'intérieur du corps et constaté par l'observation exacte ces modifications intimes. Mais on oublie qu'il n'y aurait rien d'impossible à ce qu'un même liquide, pris à la même température, présentât également une densité variable, puisque, en définitive, l'état liquide n'est qu'un degré différent de l'état solide. Or, personne n'a jamais montré que le mercure ou l'eau possèdent toujours le même poids spécifique à la même température; et pourtant on adopte, sans aucune hésitation, comme unité des densités, la densité de l'eau à une certaine température. Mais passons sur ces scrupules.

De même, qui pourrait prouver que, dans tous les cas, l'eau pure, à une température égale, doive nécessairement jouir du même indice de réfraction pour la même raie du spectre? Je ne veux pas faire ici la chasse aux découvertes; je veux même admettre qu'on est tout-à-fait dans le vrai; mais quand je vois deux échantillons d'eau dans lesquels on ne peut plus découvrir d'impuretés chimiques, donner des indices de réfraction différents, ainsi que mes tables le montrent, j'ai bien le droit de conserver quelques doutes au sujet de cette prétendue invariabilité des indices de réfraction. Il est nécessaire de soulever de temps en temps de pareilles questions, car, justement alors qu'on

se croit en présence d'une vérité très simple et très évidente, on court le plus grand risque de s'égarer dans une voie fausse et de poser comme axiome ce qui est loin d'être démontré.

Lorsqu'il s'agira dorénavant de caractériser, par exemple, l'eau, l'alcool ou d'autres liquides, il sera bon peut-être d'ajouter à l'assurance de leur pureté chimique les résultats d'une analyse spectrale, et de faire connaître, en même temps que le poids spécifique, l'indice de réfraction à une température déterminée.

---

4. *J'ai encore un mot à dire au sujet de l'exactitude de mes mesures de réfraction.* Il est probable, en effet, que je ne reviendrai plus sur les mesures de ce genre; pour la vérification de la théorie de la dispersion, je regarde les matériaux rassemblés comme provisoirement suffisants, du moins pour autant que les données nécessaires peuvent être trouvées dans la partie visible du spectre et qu'on se contente du degré d'exactitude que j'ai su atteindre. Il n'est donc pas inutile de chercher encore une fois à préciser ce degré.

Avec un angle réfringent de 60° et une déviation minimum de 50°, 20″ d'erreur dans cette déviation donnent une erreur de 5,2 unités de la cinquième décimale dans l'indice; avec une déviation minimum de 30°, ces 20″ donnent une erreur de 6,8 dans l'indice; enfin, lorsque la déviation se réduit à 20°, ces mêmes 20″ correspondent à une erreur de 7,6.

Je ne pense pas que mes résultats le cèdent beaucoup en exactitude à ceux de FRAUNHOFER; la seule voie à suivre pour juger de la bonté des observations de ce savant, est de comparer entre eux les résultats qu'il a obtenus pour la même substance, tels que ceux qu'ils nous a heureusement fait connaître [1]) pour l'eau et pour le flint-glass n°. 13; l'étude de la marche des différences entre les indices des raies correspondantes est le moyen d'appréciation qui se présente naturellement. Je crois déjà avoir eu l'occasion de m'expliquer à cet égard.

Dans mon spectromètre, deux microscopes opposés diamétralement permettent la lecture jusqu'à 2″ près et, par conséquent, à 1″ près par taxation. Or, d'après ce qui a été dit tout à l'heure, 2″ donnent, avec des déviations de 50°, 30° et 20°, des erreurs de 0,5, 0,7 et 0,8. En ce qui concerne la lecture, mes résultats possèdent donc une exactitude qui s'étend jusqu'à la cinquième décimale. Si l'on consulte maintenant les colonnes C. — O. dans les tables, surtout dans celles du

---

[1]) SCHUMACHER'S *Astron. Abhandl.*, *Heft* II, pag. 31.

SIGNE.	λ	log. λ^2	log. λ^4
1α	7633,98	7,765502	15,531004
1β	7609,18	,762676	,525352
2β	7243,90	,719944	,439888
3α	7189,57	,713406	,426812
4α	6874,83	,674524	,349048
4β	6871,32	,674080	,348160
5	6565,57	,634544	,269088
6	6519,61	,628444	,256888
7	6498,17	,625582	,251164
8α	6281,27	,596096	,192192
8β	6280,39	,595972	,191944
9	6194,23	,583974	,167948
10	6165,10	,579880	,159760
11	6139,73	,576298	,152596
12	6125,59	,574296	,148592
13	6105,54	,571448	,142896
14α	5898,44	,541474	,082948
14β	5896,34	,541166	,082332
½ (14α + 14γ)	5895,37	,541022	,082044
14γ	5892,30	,540570	,081140
15	5626,96	,500548	,001096
16	5618,09	,499176	14,998352

Quartz et du Spath d'Islande, on trouve une assez grande probabilité que les valeurs finales sont effectivement exactes jusqu'à *une* unité près de la cinquième décimale, au moins pour les parties claires du spectre. Si l'on examine les colonnes de différences, dressées en vue de la température, on voit que là aussi il existe un accord très satisfaisant dans l'étendue lumineuse du spectre, et des écarts plus grands aux extrémités, où les raies se distinguent beaucoup plus difficilement. A ces extrémités, les résultats de FRAUNHOFER deviennent aussi passablement incertains. De la double constatation à laquelle on arrive ainsi, je conclus que dans mes opérations l'exactitude du pointé a dû être assez bien en rapport avec celle de la lecture.

Plusieurs observateurs ont fait usage de spectromètres dans lesquels la lecture, faite au moyen de verniers, ne donne qu'une précision de 10″, et par conséquent ne dépasse pas 5″ quand on procède par estime; en pareil cas, même lorsque le pointé a eu lieu avec la dernière précision, on ne peut admettre dans les déviations trouvées une exactitude supérieure à 5″. Ces observations laissent donc subsister de ce côté, dans les valeurs finales, des écarts possibles cinq fois plus grands que ceux dont les miennes sont passibles. Je crois avoir respecté les droits de la vérité dans l'exposé et la discussion de mes résultats, et avoir assez souvent fait ressortir les défauts dont ceux-ci sont entachés. Mais ce n'est pas une raison pour que je me laisse troubler quand je trouve, chez d'autres observateurs, les indices calculés avec six décimales, d'après des données obtenues également à l'aide du spectromètre, et surtout lorsque la précision des lectures n'a pas été supérieure à la mienne. Il est à croire du reste, d'après la nature des choses, que l'exactitude des indices des liquides restera toujours un peu inférieure à celle qu'on peut atteindre pour les solides; d'abord parce que la déviation est ordinairement beaucoup plus faible, et ensuite parce que la température demeure une source féconde d'erreurs.

HARLEM, 26 Avril 1870.

SUR L'INFLUENCE QUE LE MOUVEMENT

DE LA

Terre exerce sur les Phénomènes de Diffraction,

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

---

1. Dans mon premier Mémoire sur les longueurs d'onde du spectre solaire j'ai parlé [1]) de l'influence exercée par le mouvement de la terre sur les phénomènes de diffraction. J'ai montré que, quelle que soit l'origine de la lumière, la composante du mouvement terrestre, perpendiculaire à la direction du rayon qui tombe directement de la source lumineuse sur le réseau, ne peut avoir aucune influence sur la déviation mesurée du rayon diffracté. Pour l'influence de la composante parallèle à la direction de ce rayon, j'ai trouvé, dans le cas où la lumière du soleil ou d'une étoile arrive directement au réseau, qu'elle est égale à $\Delta\,\varphi = a\ tg.\varphi$, a représentant cette composante et φ la déviation. Quant au cas où le collimateur vient se placer entre l'astre et le réseau, je l'avais interprété comme si la fente éclairée pouvait être regardée comme source lumineuse terrestre, et j'avais fait voir que, d'après cette hypothèse, le mouvement de l'appareil, estimé suivant la direction de la lumière incidente — c'est-à-dire suivant la direction du collimateur — n'avait plus aucune influence sur la déviation mesurée; en cela, j'arrivais à un résultat différent de celui obtenu par M. Ångström. Si l'on substitue à la fente du collimateur une source réellement terrestre, c'est-à-dire participant au mouvement, par exemple une flamme de sodium, mon raisonnement est en effet inattaquable, et il prouve que, dans la supposition ordinaire de l'éther en repos, la

---

[1]) *Archives*, Vol. I, pag. 8.

lumière qui vient directement d'une source lumineuse terrestre donne des phénomènes de diffraction tout à fait indépendants du mouvement de la terre.

Mais je dois reconnaître maintenant, que j'avais admis trop facilement, et sans me rendre un compte bien clair du rôle joué par la fente, que la lumière projetée sur celle-ci par l'héliostat la transforme, en quelque sorte, en source lumineuse terrestre. J'étais trop heureux de voir mes mesures des longueurs d'onde ainsi affranchies, à ce que je croyais, d'une correction importune, pour songer en ce moment à scruter davantage le principe d'où j'étais parti. M. Ångström toutefois est revenu sur la question [1]), et par là il m'a forcé de la reprendre à mon tour et de l'approfondir plus que je n'avais fait d'abord. C'est le résultat de cette nouvelle étude que je vais exposer; on verra que l'erreur de mon raisonnement provient de ce que je n'avais pas analysé d'assez près la signification de l'héliostat.

2. Soient, Fig. 1 Pl. II., A B le collimateur, A la fente et B la lentille objective; sur la fente tombe, après réflexion sur le miroir E F, la lumière solaire qui arrive suivant C D. Chaque point de la petite image virtuelle du soleil, formée à une distance infinie derrière le miroir, enverra alors un cône de lumière à la fente. Ne considérons, pour plus de simplicité, qu'un seul point lumineux de cette petite image; la surface d'onde qui se propage vers la fente pouvant être regardée comme plane, tous les points de cette fente entreront, au même instant, dans la même phase de vibration, et chacun de ces points deviendra pour nous une source lumineuse secondaire, selon le principe de Huyghens. Le cône lumineux secondaire, qui émane d'un de ces points de la fente, est transformé par l'objectif en cylindre de lumière parallèle. La phase de cette source lumineuse secondaire, située dans la fente, dépend naturellement de la phase dans laquelle la lumière solaire est rencontrée par le miroir en mouvement, ainsi que de la distance qui sépare le miroir de la fente. C'est ici que, faute de réflexion suffisante, j'avais laissé se glisser une erreur dans mon raisonnement, en élevant simplement chacun des points de la fente à la condition de source lumineuse indépendante.

Nous avons maintenant à remonter à ces nouvelles sources élémentaires de lumière pour la recherche de l'influence exercée sur les phénomènes de diffraction; il est clair qu'il existe, sur la largeur de la

[1]) *Recherches sur le spectre solaire; spectre normal du soleil*, pag. 15.

fente, des milliers de ces sources lumineuses secondaires excitées par le même point de l'image solaire. En outre, d'après le principe de la superposition des petits mouvements, les mêmes particules d'éther sont aussi les véhicules des vibrations qui, parties de chacun des millions d'autres points de l'image solaire, atteignent simultanément la fente. Pour le moment, la différence qui peut exister entre les phases de la lumière projetée sur la fente par ces millions de points, n'a aucune importance pour nous.

Des divers points de la partie éclairée du miroir il part en outre des rayons de lumière diffuse, dont la phase originelle est liée par un rapport fixe, bien qu'il nous soit inconnu, avec la phase de la lumière incidente. Chacun de ces rayons, en nombre infini, forme à son tour une nouvelle série de centres de vibrations secondaires, lesquels, sur toute la largeur de la fente, se trouvent l'un par rapport à l'autre dans une phase égale; toutefois, comme la distance entre la surface réfléchissante et la fente n'est pas infiniment grande, l'identité de phase des centres laissera bien quelque chose à désirer, si peu que ce soit. Toutes les vibrations de cette espèce, qui sont fournies par les divers points du miroir, se superposent de nouveau, cela va sans dire, entre elles et avec toutes les autres; et de cette manière, chacune des particules d'éther situées dans la fente est, en dernière analyse, centre d'un nombre infini de vibrations secondaires, superposées et de phases différentes.

Chaque vibration secondaire, dérivée d'un point quelconque de la fente, donne ses propres phénomènes de diffraction; le spectre que nous observons est la superposition de tous les spectres élémentaires.

La fente agit à la façon des petites ouvertures et forme sur l'objectif une image du soleil dont le diamètre horizontal, vu de la fente, est naturellement égal au diamètre apparent du soleil, de sorte que la grandeur linéaire de cette image peut facilement être calculée; cette image est la base du cylindre de lumière réfléchie directement qui tombe sur le réseau.

3. Tout ce qui vient d'être dit s'applique également à la lumière d'une source lumineuse terrestre, qui tombe directement sur la fente; seulement, on n'a pas à s'occuper ici de lumière diffuse, comme dans le cas précédent. Il est indifférent que la source lumineuse soit placée à une grande ou à une petite distance de la fente; aussi longtemps que celle-ci occupe le foyer principal de l'objectif, les rayons qui quittent l'objectif sont parallèles entre eux; la seule différence qu'on ait à attendre, c'est que les phénomènes offriront un peu moins de clarté, vu que la distance de la flamme est loin d'être infinie, et que, par suite, les particules d'éther situées dans la fente ne seront pas ébran-

lées tout à fait dans la même phase par la lumière qui part d'un même point déterminé.

Mais, revenons au point qui fait l'objet spécial de notre étude, et considérons en premier lieu la composante du mouvement de la terre qui est parallèle à l'axe du collimateur. Soit, pour un instant, D Fig. 1 Pl. II. une particule d'éther en vibration primaire, faisant partie d'une source lumineuse terrestre et par conséquent entraînée dans le mouvement, par exemple d'une flamme; alors, dans le temps que le collimateur et la fente mettront à parcourir le chemin A a, cette particule lumineuse reculera d'une quantité égale D d = A a. Les considérations développées dans mon premier Mémoire ont fait voir que, dans ce cas, le mouvement de la terre n'aura aucune influence sur les phénomènes de diffraction, aussi longtemps qu'on peut admettre tacitement que les phases des vibrations qui émanent de D se succèdent régulièrement et sans altération. En effet, les phases des centres secondaires situés dans la fente suivront celles de ce centre primaire.

Lorsque c'est la lumière solaire réfléchie qui transforme les particules d'éther de la fente en centres secondaires, le déplacement A a de la fente est encore exactement contrebalancé par le déplacement D d du miroir; en effet, si C D est le rayon incident parti d'un point déterminé de la surface du soleil, ce rayon, dans la seconde position du miroir, sera remplacé par un autre qui lui est parallèle et qui provient du même point de la surface solaire, savoir par $c\,d$. Sous ce rapport, le mouvement du miroir restera donc sans effet. Mais, en abaissant sur C D la perpendiculaire d H, cette perpendiculaire représente une section de la surface d'onde, et on voit alors que le rayon lumineux, qui rencontre le miroir en d, est dans une phase antérieure à celle du rayon qui tombe en D; la différence est $\mathrm{DH} = \mathrm{D}d \times \cos.\, d\mathrm{DH} = \mathrm{D}d \times \cos.\, \psi$, c'est-à-dire, égale au déplacement du miroir dans la direction du collimateur, multiplié par le cosinus de l'angle que fait avec cette direction le rayon venant du soleil. L'influence exercée dans ce cas sur les phénomènes de diffraction peut donc être résumée en peu de mots. La conclusion de mon premier Mémoire demeure intacte pour autant que le miroir est assimilable à une source lumineuse terrestre, qui se déplace de la même quantité, $\mathrm{D}d = \mathrm{A}a$, que la fente du collimateur; mais, de plus, toutes les longueurs d'onde mesurées sont raccourcies de la quantité $\mathrm{D}d \times \cos.\, \psi$. En faisant $\mathrm{D}d = a$, on a donc : $\Delta\lambda = a \cos.\, \psi$. Or, pour le premier spectre par exemple, on a $\lambda = \mathrm{U} \sin.\, \varphi$, où U représente la largeur d'une fente du réseau et φ la déviation mesurée dans le spectre; par conséquent

$\Delta\lambda = U\, cos.\, \varphi.\ \Delta\varphi = a\, cos.\, \psi$; d'où $\Delta\varphi = \frac{a\, cos.\, \psi}{U\, cos.\, \varphi} = \frac{a\, cos.\, \psi\, sin.\, \varphi}{\lambda\, cos.\, \varphi}$ $= \frac{a}{\lambda}\, cos.\, \psi\, tg.\, \varphi$. La correction, qu'exige dans ce cas la déviation, est donc égale à la projection du déplacement sur la direction du rayon incident, multipliée par la tangente de la déviation dans le spectre de diffraction et divisée par la longueur d'onde. En dépit de l'emploi du miroir, l'aberration du soleil reste la même, c'est-à-dire $\frac{a\, sin.\, \psi}{\lambda}$, ainsi qu'on le verra encore plus loin; mais nous sommes dispensés d'y avoir égard ici pour les phénomènes de diffraction, attendu que le déplacement du collimateur et de sa fente a lieu dans la direction même du mouvement.

4. Passons maintenant à l'autre cas, celui où le mouvement du miroir et de tout l'appareil est perpendiculaire à la direction du collimateur. Dans la Fig. 2 Pl. II, A B représente de nouveau le collimateur et E F le miroir, qui, en demeurant parallèles à eux-mêmes, se déplacent de quantités égales A a = D d. La distance du miroir à la fente ne changeant pas pendant cette translation, A D et $a\,d$ ont même longueur. Mais, si l'on mène d H perpendiculaire à C D et à $c\,d$, on voit que, dans la seconde position, le miroir est frappé par un rayon incident dont la phase est en retard sur celle de C D, de la quantité D H; ou, pour parler plus exactement, la vibration doit encore parcourir la distance D H le long du rayon $c\,d$, avant d'atteindre le miroir dans sa nouvelle position. Dans mon premier Mémoire j'ai montré que le déplacement A a n'a, en lui-même, aucune influence sur les phénomènes de diffraction, c'est-à-dire qu'il ne nécessite aucune correction. Mais il faut tenir compte maintenant du changement de phase, qui revient à un accroissement de la longueur d'onde égal à D H. En appelant de nouveau ψ l'angle compris entre le rayon incident et le rayon réfléchi, et faisant D d = b, on a D H = D d *sin.* D d H = b *sin.* ψ. Par conséquent $\Delta\lambda = \Delta\ (U\, sin.\, \varphi) = b\, sin.\, \psi$ et $U\, cos.\, \varphi.\, \Delta\varphi = b\, sin.\, \psi$, d'où $\Delta\varphi = \frac{b\, sin.\, \psi}{\lambda}\, tg.\, \varphi$. L'aberration proprement dite du soleil est $= \frac{\lambda}{b}\, cos.$ D d H; le miroir n'y change rien et n'a aucune influence sur la détermination de la position du soleil; mais cette aberration n'a rien de commun avec les phénomènes de diffraction, pour lesquels il n'y a à tenir compte que de l'aberration pour la direction A D. La correction à faire à la déviation du rayon diffracté est donc ici, comme dans le

cas précédent, égale à la projection du déplacement sur le rayon incident, multipliée par la tangente de la déviation et divisée par la longueur d'onde.

5. Soient, Fig. 3 Pl. II, A B le rayon incident, A C le rayon réfléchi vers le collimateur, A H la direction du mouvement de la terre, et A D et A G les deux composantes de ce mouvement que nous venons de considérer. Si l'angle D A H est égal à A, on a l'angle H A G $= 90° - A$. D A B est l'angle ψ de tout à l'heure et G A I est $= 90° - \psi$. La composante A D se projette sur le rayon incident dans le sens A B et donne un raccourcissement de la longueur d'onde, tandis que la composante A G donne une projection dirigée suivant A I, c'est-à-dire un accroissement de la longueur d'onde; la somme algébrique de ces deux projections est la projection de A H sur le rayon incident. En représentant donc par T le déplacement de la terre dans le temps que la lumière met à parcourir une longueur d'onde, l'influence exercée sur les phénomènes de diffraction est égale à la projection de ce déplacement sur le rayon incident, divisée par la longueur d'onde et multipliée par la tangente de la déviation, c'est-à-dire $\Delta\varphi = \frac{T \cos. \chi}{\lambda} tg. \varphi$, si φ représente la déviation et χ l'angle H A B; cette correction doit être *ajoutée* à la déviation mesurée, aussi longtemps que l'angle H A B est inférieur à 90°.

L'étude de la question est maintenant complète; les nouvelles considérations dans lesquelles je viens d'entrer se rattachent à celles que j'avais présentées antérieurement [1]). En cherchant l'influence exercée par le mouvement de la terre sur la déviation φ, aussi longtemps que la lumière arrive directement de l'étoile ou du soleil au collimateur, j'avais trouvé alors que cette influence est nulle lorsque la direction du mouvement de la terre est perpendiculaire à celle du rayon incident, et qu'elle devient égale à $\frac{T}{\lambda} tg. \varphi$ dans le cas où ces deux directions sont parallèles; ces premières recherches conduisaient donc déjà, pour le cas général, au résultat $\Delta\varphi = \frac{T \cos. \chi}{\lambda} tg. \varphi$. Maintenant j'ai fait voir que l'emploi d'un miroir réflecteur ne change rien à la question, et qu'en définitive, pour la lumière du soleil et des étoiles, l'influence dont il s'agit reste encore égale à $\Delta\varphi = \frac{T \cos. \chi}{\lambda} tg. \varphi$.

J'arrive donc exactement au même résultat que M. Ångström, bien

[1]) *Archives*, Vol. I, pag. 6 et suiv.

que j'aie suivi une tout autre voie dans mes déductions. Parmi les diverses manières de se représenter l'effet produit, je donne la préférence à celle qui regarde simplement les longueurs d'onde comme devant être diminuées ou augmentées de $T \cos. x$, parce qu'alors il devient de suite évident que l'influence possède, au même instant, le même signe pour les déviations à gauche et à droite. On peut se figurer que les choses se passent de la manière suivante. La crête d'onde qui a quitté le miroir au point D, excite une vibration secondaire dans la fente A; cette vibration secondaire arrive à l'un des bords d'une des ouvertures de la plaque de diffraction, — qui dans mes mesures était placée obliquement, — et elle n'y a encore décrit qu'une surface d'onde de rayon $\lambda - T \cos. x$, au moment où arrive déjà à l'autre bord de cette ouverture la crête d'onde suivante, originaire du même point du soleil et partie du point d; la construction de HUYGHENS donne pour la surface d'onde résultante une position telle, que la déviation mesurée se trouve être trop petite de $\frac{T \cos. x}{\lambda} tg. \varphi$. Dans mes mesures je me suis servi d'un héliostat de Fahrenheit, par conséquent de deux miroirs réflecteurs; cela ne peut rien changer au résultat final, puisque les deux miroirs, avec tout l'appareil du spectromètre et du réseau, se meuvent comme un ensemble unique; je crois qu'il est inutile de tracer spécialement, pour ce cas, la marche des rayons lumineux.

De tout ce qui précède, il résulte donc la conclusion suivante. La lumière qui nous arrive du soleil est, partout et toujours, presque exactement perpendiculaire au mouvement de la terre dans son orbite, puisqu'on peut admettre que le rayon vecteur de l'ellipse, peu différente d'un cercle, que décrit la terre, reste à très peu près perpendiculaire à la tangente. Les mesures de diffraction faites avec la lumière solaire n'auront donc besoin, pour le mouvement de la terre dans son orbite, que d'une correction extrêmement petite, correction qui devient tout à fait nulle aux deux apsides. Le changement qu'il y aurait à faire, de ce chef, à mes valeurs des longueurs d'onde, tombe indubitablement dans les limites des erreurs d'observation; car, si même l'angle compris entre la tangente et la perpendiculaire au rayon vecteur pouvait atteindre 20°, le changement de la longueur d'onde ne s'élèverait encore qu'à $\sin. \alpha \cos. 70° \times \lambda = \frac{\lambda}{30000}$, expression où α représente la constante de l'aberration; si cet angle était de 10°, on aurait $\sin. \alpha \cos. 80° \times \lambda = \frac{\lambda}{60000}$ seulement. Le mouvement de a terre autour de son

axe est beaucoup trop lent pour donner lieu, même quand son influence est au maximum, à une correction tant soit peu sensible. Il ne reste donc que le mouvement par lequel le système solaire entier est entraîné dans l'espace; pour celui-là, je conviens qu'il apporterait à mes observations une correction, dont l'effet serait d'allonger ou de raccourcir les longueurs d'onde de B *cos. x*, valeur dans laquelle B représente le mouvement effectué dans le temps que la lumière met à parcourir la distance λ, et x l'angle compris entre le rayon émis par l'astre et la direction de ce mouvement.

La grande majorité de mes mesures tombe entre 9 heures du matin et 3 heures de l'après-midi, et, par la nature même des choses, elles sont condensées surtout aux environs de midi. Il ne me coûterait relativement pas beaucoup de peine pour déduire de mes annotations primitives, avec un assez grand degré d'approximation, l'heure moyenne de chaque observation, vu que, en prévision de la possibilité de corrections ultérieures, j'avais marqué de temps en temps les indications de ma montre; je possède aussi les dates des observations, qui sont déjà inscrites dans les tables générales. Je répète toutefois ce que j'ai déjà dit dans une occasion précédente: plutôt que de fouiller encore une fois mes anciens registres d'observation, j'aimerais mieux mesurer quelques séries entièrement nouvelles, entourées de toutes les précautions que pourrait me suggérer l'expérience maintenant acquise et de tous les instruments nécessaires pour déterminer l'état de l'atmosphère.

6. La cause de l'erreur dans laquelle j'étais tombé d'abord, par trop de précipitation, est maintenant manifeste. J'avais admis simplement que, par l'intervention de l'héliostat, la lumière solaire était transformée en lumière terrestre, et que comme telle, et pour autant que le déplacement a lieu dans la direction du collimateur, elle était seulement affectée de la diminution ou de l'augmentation de longueur d'onde qui résulte de ce déplacement et qui est compensée par celui du réseau. Tout cela est vrai; mais, de plus, il y a encore à considérer une altération de la longueur d'onde, qui ne trouve pas de compensation. Jusqu'à ces derniers temps, j'avais cru voir dans l'emploi de l'héliostat la justification des vues que j'ai émises primitivement.

Ici, toutefois, nous sommes arrivés au point le plus délicat de la question, celui de savoir: quelle relation il existe entre la phase de vibration du point qui émet la vibration et celle de l'onde propagée, dans le cas où ce point de départ est animé d'un mouvement de translation. Selon ce que j'ai admis dans ce qui précède, le mouvement du miroir, suivant la direction du rayon, allonge ou raccourcit la longueur

d'onde de la lumière incidente, parce que le miroir la recueille continuellement dans une phase différente; ensuite, le miroir allonge ou raccourcit encore la longueur d'onde de la lumière réfléchie, en vertu de son propre déplacement dans la direction de la lumière réfléchie, Fig. 1; le raccourcissement qui se fait d'un côté est égal à l'allongement de l'autre côté dans le cas où le miroir se meut suivant la direction de sa normale, ce qui n'annule pourtant pas la correction nécessaire. Sur ce point, toutefois, il me reste encore des doutes, qui m'éloignent, je ne l'ignore pas, de l'opinion le plus généralement adoptée. —

7. Soient, Fig. 4 Pl. II, E F le plan réflecteur et C D cd le faisceau incident; d H, perpendiculaire à Cd et à cd, représentera la surface d'onde. Du point d comme centre et avec D H comme rayon, décrivons une circonférence de cercle, et du point D menons à cette circonférence la tangente D I; d I A est alors la direction du rayon réfléchi, et d A D a le faisceau réfléchi. Admettons que H D soit proportionnel ou, pour plus de simplicité, égal à la longueur d'onde λ, et désignons par φ l'angle que le rayon incident et le rayon réfléchi font avec la normale à la surface réfléchissante; on a alors $d\,\mathrm{D} = \frac{d\,\mathrm{I}}{sin.\,\varphi} = \frac{\lambda}{sin.\,\varphi}$. Dans la Fig. 5 Pl. II, le miroir se meut en arrière, suivant la direction du rayon réfléchi, de la quantité dK, dans le même temps que la vibration met à parcourir le chemin dI égal à λ. Le rayon incident et le plan réflecteur sont marqués ici par les mêmes lettres que dans la Fig. 4. Prolongeons C D jusqu'en D', alors $\mathrm{D\,D'} = d\mathrm{K} = a$; décrivons de d, avec le rayon $d\mathrm{I'} = \lambda + a$, un cercle, et menons de D' la tangente D' I' à ce cercle; d I' A' sera maintenant le rayon réfléchi. L'angle I d D est encore égal à $90° - \varphi$; faisons l'angle I' d D' égal à $90° - \varphi'$; on a : $d\mathrm{D} = \frac{d\mathrm{I}}{sin.\,\varphi} = \frac{\lambda}{sin.\,\varphi}$; $\mathrm{B\,D} = d\mathrm{L} = \mathrm{D\,D'} \times cos.\,\mathrm{B\,D\,D'} = a \times cos.\,\varphi$ et $\mathrm{B\,D'} = \mathrm{D\,D'} \times cos.\,\mathrm{B\,D'\,D} = a\ sin.\ \varphi$; $(d\,\mathrm{D'})^2 = (d\,\mathrm{L})^2 + (\mathrm{L\,B} + \mathrm{B\,D'})^2 = (d\,\mathrm{L})^2 + (d\,\mathrm{D} + \mathrm{B\,D'})^2 = a^2\ cos.^2\ \varphi + \left(\frac{\lambda}{sin.\ \varphi} + a\ sin\ \varphi\right)^2 = a^2\ cos.^2\ \varphi + \frac{\lambda^2}{sin^2\ \varphi} + a^2\ sin.^2\ \varphi + 2\,a\,\lambda = a^2 + \frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi} + 2\,a\,\lambda$; $cos.\,\mathrm{I'}d\mathrm{D'} = sin.\ \varphi' = \frac{d\,\mathrm{I'}}{d\,\mathrm{D'}}$ et $sin.\ \mathrm{I'}d\mathrm{D'} = cos.\,\varphi' = \sqrt{\frac{(d\mathrm{D'})^2 - (d\mathrm{I'})^2}{(d\mathrm{D'})^2}}$.

$$Cos.\ \varphi' = \sqrt{\frac{a^2 + \frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi} + 2\ a\ \lambda - (\lambda + a)^2}{a^2 + \frac{\lambda}{sin.^2\ \varphi} + 2\ a\ \lambda}} =$$

$$\sqrt{\frac{a^2 + \frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi} + 2a\lambda - \lambda^2 - a^2 - 2a\lambda}{a^2 + \frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi} + 2\ a\lambda}} = \sqrt{\frac{\frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi} - \lambda^2}{a^2 + \frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi} + 2\ a\ \lambda}}$$

$$= \frac{1}{sin.\ \varphi}\sqrt{\frac{\lambda^2 - \lambda^2\ sin.\ \varphi}{a^2 + 2\ a\lambda + \frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi}}} = \frac{cos.\ \varphi}{sin.\ \varphi}\sqrt{\frac{\lambda^2}{a^2 + \frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi} + 2\ a\ \lambda}},$$

ou, négligeant les puissances supérieures de a:

$$Cos\ \varphi' = \frac{cos.\ \varphi}{sin.\ \varphi}\sqrt{\frac{\lambda^2}{\frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi} + 2\ a\ \lambda}} =$$

$$\frac{cos.\ \varphi\ \ sin.\ \varphi}{sin.\ \varphi}\left\{1 - \frac{a\ \lambda^2}{\lambda^3}\ sin.^2\ \varphi + \ldots\right\} = cos.\ \varphi - \frac{a}{\lambda}\ sin.^2\ \varphi\ \ cos.\ \varphi + \ldots$$

et par conséquent, vu que $sin.\ (A - B) = sin.\ A\ cos.\ B - sin.\ B\ cos.\ A$, et que, en outre, B peut être regardé ici comme très petit:

$$90^\circ - \varphi' = arc.\ cos.\ \varphi - \frac{a}{\lambda}\ \frac{sin.^2\ \varphi\ \ cos.\ \varphi}{sin.\ \varphi} = 90^\circ - \varphi - \frac{a}{\lambda}\ sin.\ \varphi\ cos.\ \varphi.$$

On a encore

$$sin.\ D\ d\ D' = \frac{D\ D'}{D'\ d} \times sin.\ d D\ D' = \frac{a \times cos.\ \varphi}{\sqrt{\left(a^2 cos.^2\varphi + a^2 sin.^2\ \varphi + \frac{\lambda^2}{sin.^2\varphi} + 2a\lambda\right)}}$$

$$= \frac{a\ cos.\ \varphi}{\sqrt{\left(a^2 + \frac{\lambda^2}{sin.^2\ \varphi} + 2\ a\ \lambda\right)}} = \frac{a\ cos.\ \varphi\ \ sin.\ \varphi}{\lambda} \ldots,$$

quand on néglige les puissances deuxième et suivantes de a.

Par conséquent:

$$I'dD' - DdD' = 90^\circ - \varphi' - DdD' = I'd\,D = 90^\circ - \varphi - \frac{a\ sin.\ \varphi\ cos.\ \varphi}{\lambda} -$$

$$\frac{a\ sin.\ \varphi\ \ cos.\ \varphi}{\lambda} = 90^\circ - \varphi - \frac{2\ a\ \ sin.\ \varphi\ \ cos.\ \varphi}{\lambda} = 90^\circ - \varphi - \frac{a}{\lambda}\ sin.\ 2\varphi.$$

L'angle $I\,d D = 90^\circ - \varphi$; le déplacement angulaire de la surface d'onde est donc $\frac{a}{\lambda}\ sin.\ 2\ \varphi$; mais cette valeur est aussi celle de l'aberration astro-

nomique pour un rayon C D faisant un angle 2 φ avec la direction A d K du mouvement de la terre. On voit que le miroir, par le déplacement angulaire de la surface d'onde, reproduit exactement l'aberration. Tout comme pour le cas particulier considéré, l'égalité en question se laisserait démontrer dans tous les autres.

8. On comprendra maintenant encore mieux comment j'avais commis dans mon premier Mémoire la méprise relevée dans celui-ci. D'une manière générale, j'avais cru que la lumière solaire, par suite simplement de la réflexion, devient identique avec la lumière d'une source terrestre. Or, il est bien vrai que, dans ce cas, nous n'avons plus à nous préoccuper de l'aberration astronomique : nous pouvons considérer le miroir comme nouvelle source terrestre, entraînée, dans la Fig. 1 par exemple, de D en d; mais il y a à tenir compte en outre — et c'est ce qui m'avait échappé — de la différence de phase proprement dite D H, du changement qui en résulte dans la longueur d'onde.

9. Je pourrais finir ici; mais j'ai encore à développer un point auquel il a été fait allusion plus haut, celui de savoir : si le mouvement de translation de la source lumineuse ou, plus généralement encore, d'une particule d'éther en vibration primaire, en supposant qu'il ait lieu dans la direction du rayon, allongera ou raccourcira la longueur d'onde de la vibration émise d'une quantité égale à ce mouvement lui-même. A cette question on fait ordinairement, à l'exemple de Doppler, une réponse affirmative, et, par suite, on cherche à déterminer, par des expériences de réfraction, les mouvements des corps célestes. Néanmoins, il est permis de conserver des doutes à cet égard; car, pour autant que je sache, il n'est pas encore prouvé qu'une vibration primaire unique d'une particule ne puisse donner naissance qu'à une seule onde propagée. D'ailleurs, la propagation de la vibration dans l'éther se fait aussi bien en arrière qu'en avant; l'onde ramenée vers la source se confond avec une nouvelle onde émise à l'origine; mais lorsque, entre temps, l'origine s'est déplacée, cette coïncidence cesse d'avoir lieu.

Voici comment on pourrait se représenter les choses. La particule d'éther en vibration primaire transmet la force vive à l'éther qui l'entoure, non à quelques particules peu nombreuses, mais à un grand nombre de particules formant une sphère autour de la particule ébranlée initialement. La vibration persiste pendant quelque temps dans cette sphère, et ne passe, en un certain sens, que lentement à l'éther ambiant. Il est clair que si chacune de ces masses d'éther mises en mouvement pouvait donner, par exemple, 100 ondulations secondaires de même intensité, le déplacement de la particule ébranlée initialement ne

se traduirait en diminution ou accroissement de la longueur d'onde qu'avec réduction au centième.

Il est à croire que l'étincelle électrique se compose de particules matérielles incandescentes, animées d'un mouvement rapide, et dont l'incandescence est peut-être un effet de ce mouvement même, des frottements et des chocs auxquels il donne lieu. Personne ne contestera que ce mouvement ne doive être très rapide; quant à la régularité et la constance de la direction, on peut élever des doutes légitimes. Mais je ne vois pas encore bien clairement comment, si chaque particule incandescente, lancée à grande vitesse, n'envoyait à l'œil, en chaque point de sa course, qu'une seule ondulation, l'étincelle pourrait produire sur la rétine une image si vive et si continue, alors que tout le monde convient qu'une impression lumineuse doit persister pendant quelque temps pour devenir sensible.

D'ailleurs, si le mouvement de la source lumineuse donne lieu à un déplacement des raies dans le spectre de réfraction, — car c'est là le vrai nœud de la question, — comment se fait-il que, parmi des centaines d'observateurs, personne n'ait jamais constaté quelque déplacement des raies dans le spectre de l'étincelle électrique, malgré la vitesse prodigieuse avec laquelle les particules lumineuses s'y meuvent? On ne doit pas invoquer ici la possibilité que ces mouvements soient enchevêtrés dans tous les sens et qu'une même particule suive successivement toutes les directions imaginables; car, d'abord, cela n'est guère admissible, et il y aura bien, pour toutes les particules, une direction prédominante, savoir celle de pôle à pôle, que le point de départ soit d'ailleurs le pôle positif ou le pôle négatif; ensuite, ces changements continuels dans la direction du mouvement auraient pour effet, semble-t-il, de jeter de la confusion dans le spectre, c'est-à-dire, de rendre les raies méconnaissables.

HARLEM, 16 Mai 1870.

DESCRIPTION

D'UN NOUVEL EXEMPLAIRE DE

PTERODACTYLUS MICRONYX

DU

MUSÉE TEYLER.

PAR

T. C. WINKLER.

La collection paléontologique qui est confiée à mes soins s'est enrichie, l'année passée, d'un nouvel exemplaire de ptérodactyle. C'est par l'intermédiaire de M. Friedrich Spaeth, K. Oberförster à Schernfeld près d'Eichstaett en Bavière, que le musée Teyler a fait l'acquisition de cet objet intéressant. Je crois qu'une description de ce fossile, accompagnée de quelques figures, sera agréable aux paléontologistes. Quoiqu'on connaisse à présent une trentaine d'individus du genre de ptérosauriens auquel on donne le nom de ptérodactyle, une description détaillée d'un exemplaire non encore étudié ne sera pas sans intérêt pour la science, même si cet exemplaire appartient à une espèce déjà connue: le nombre des individus qui constituent une espèce de ptérodactyle étant encore très restreint, la connaissance exacte de chaque échantillon peut être à l'avantage de la science, parce que cet individu pourra montrer des particularités de conformation qu'on ne saurait observer chez les autres exemplaires.

Le fossile est provenu des couches de calcaire lithographique d'Eichstaett en Bavière. Les restes osseux de l'animal, fig. 1, se trouvent sur une seule plaque pierreuse. La couche calcaire qui a recouvert cette plaque n'a gardé que des débris insignifiants des os de l'animal, et on n'a pas pu ôter cette couche sans qu'elle tombât en petites pièces, qui ont été perdues ultérieurement, de sorte qu'une empreinte de la plaque qui contient le squelette n'existe pas. Les parties osseuses qui ont été perdues par la dénudation de la plaque ont laissé des empreintes nettes

et très visibles, de manière qu'on peut dire que le squelette s'est conservé à peu près en entier. L'animal a été enseveli dans le limon calcaire, gisant sur le côté gauche; c'est par conséquent le côté droit du corps qui se montre à nos regards. La liaison naturelle des os dans les articulations n'a pas été rompue, seulement il me semble que la tête de l'humérus et celle du fémur ont quitté leurs cavités articulaires. Il est vrai que la deuxième phalange du long doigt de la main droite s'est perdue, mais cette perte a eu lieu, non avant, mais après la pétrification, et même pendant l'opération de dénudation de la plaque, car la phalange a laissé une impression dans la pierre, preuve irrécusable que l'animal possédait encore cet organe quand son cadavre fut enseveli. On peut donc admettre que notre ptérodactyle se trouvait dans un état assez frais, et ne subissait pas encore les effets de la putréfaction lorsqu'il fut couvert par une couche limoneuse calcaire dans les eaux de la mer qui s'étendait là où nous trouvons aujourd'hui le calcaire jurassique de Bavière. Il paraît aussi que les parties molles de l'animal en se dissolvant n'ont pas coloré la matière inorganique environnante; au contraire, on observe que la masse pierreuse est plus blanche entre les extrémités du corps et aux environs immédiats des autres ossements que dans le reste de la plaque, où elle est colorée en gris-jaunâtre par du fer oxydé hydraté.

Passons maintenant à la description du fossile.

La tête a une légère ressemblance avec celle d'un oiseau, quoiqu' elle soit en général plus longue. La longueur, de l'extrémité antérieure de l'intermaxillaire jusqu'à la partie occipitale, fig. 2 *o*, est de 0,035 m. La hauteur du crâne en arrière de l'articulation de la mâchoire inférieure est de 0,011, de sorte que la hauteur est à la longueur comme 1 est à 3.

L'os frontal principal, fig. 2 *f*, qui forme la partie supérieure antérieure du crâne, se voit en entier. Il est séparé de l'os temporal, fig. 2 *t*, par une suture plus ou moins semilunaire, qui est ici d'une couleur plus foncée que les parties environnantes. Des autres os qui composent le crâne on ne trouve que des débris cachés dans la pierre, de sorte qu'ils ne permettent pas une détermination. Les figures 1 et 2, qui accompagnent cette description, donnent une idée suffisamment claire des os de la tête et de la forme générale de cette partie du squelette.

L'intermaxillaire, fig. 2 *i*, l'os long qui forme la pointe du museau et se termine en arrière entre les orbites, ne dessine pas dans notre exemplaire une ligne droite comme dans la plupart des ptérodactyles : il montre en avant une espèce de petit tubercule, comme si l'extrémité antérieure était renflée, et à cause de ce renflement il semble exister une légère

dépression sur le milieu de l'os. Il se peut aussi que cette dépression ne soit due qu'à la circonstance que l'extrémité antérieure ne se présente pas précisément de profil, mais découvre en même temps une petite partie de la surface supérieure. Toutefois on rencontre des ptérodactyles dont le museau a naturellement une légère dépression [1]). La longueur de l'intermaxillaire est de 0,017.

La cavité orbitaire, fig. 2 *o r*, me semble avoir un diamètre de 0,008, par conséquent d'environ un cinquième de la longueur de la tête. On y voit la plus grande partie d'un anneau osseux, qui a une largeur d'environ 0,001. Il est à présumer que cet anneau ne se trouve plus à la place qu'il occupait pendant la vie de l'animal, mais qu'il a glissé tant soit peu en bas et en arrière. Ce cercle osseux présente à ses bords, surtout à son bord interne, quelques rainures transversales, comme s'il était composé d'une série de petits osselets plats et quadrangulaires soudés ensemble, mais montrant encore les sutures ou les rainures aux places où les bords de ces osselets se touchent. En outre, la surface supérieure de l'anneau est plus ou moins ondulée.

En avant de l'orbite on remarque une autre cavité qui se confond avec elle, probablement parce que les osselets qui ont séparé un jour ces deux cavités ne se trouvent plus. Mais quoique ces osselets, qui, d'après Hermann Von Meyer, seraient un osselet apophysaire descendant, peut-être l'os lacrymal, et une apophyse ascendante de l'os zygomatique, soient perdus, on voit encore quelques débris d'un os qu'on pourrait comparer à l'os frontal antérieur des oiseaux, et qui sépare cette cavité de la cavité nasale proprement dite.

L'ouverture nasale, fig. 2 *o n*, formée en arrière par l'os dont nous venons de parler, en haut par l'intermaxillaire, et en avant comme en bas par l'os maxillaire supérieur, est d'une forme triangulaire, l'apex du triangle étant dirigé en avant.

La branche droite de la mâchoire inférieure, fig. 2 *m i*, s'est conservée entièrement, la branche gauche se trouve probablement au-dessous de la première, cachée dans la pierre. Elle a une longueur de 0,025. Il paraît que cet os était creux; c'est du moins ce que semble indiquer une cavité longitudinale, à présent remplie de matière calcaire grise. On voit très bien le condyle articulaire, et en avant de ce condyle, sur le bord supérieur de l'os, un processus coronaire peu élevé, pointu, à large base. Je viens de nommer cette apophyse le processus coronaire, quoique M. Pictet dise [2]) que la mâchoire inférieure des ptérodactyles est composée comme

[1]) Hermann Von Meyer < *Palaeontographica*, T. X. p. 48.

[2]) Pictet, *Traité de Paléontologie*. T. II. p. 524.

dans le crocodile, sans processus coronaire. On voit dans notre exemplaire en avant et en haut du condyle articulaire une espèce d'apophyse plate, triangulaire, à pointe dirigée en haut: pourquoi ne pas donner à cette apophyse le nom de processus coronaire? M. Quenstedt dit [1]) dans sa description de l'ordre des ptérosauriens: „das Kronenbein wird durch eine schmale Lamelle vertreten." Pour montrer que le processus coronaire de notre individu ne saurait être qualifié comme une lamelle étroite, mais au contraire doit être nommé un processus à base assez large, je l'ai dessiné trois fois agrandi dans la fig. 3.

Les dents s'étendent jusqu'à la pointe du museau; elles sont coniques et petites. Le nombre des dents ou des alvéoles vides qu'on voit à la mâchoire supérieure est au moins de 11; à la mâchoire inférieure il est de 5 ou 6. En général la longueur de ces dents est d'environ 0,001. Elles ont une superficie unie, luisante, la partie visible en dehors des alvéoles étant couverte d'une couche d'émail. Il ne m'a pas été possible de m'assurer si les racines de ces dents sont creuses, comme cela se voit dans les autres ptérodactyles.

Plus bas que la mâchoire inférieure se trouve l'os hyoïde, fig. 2 *h y*. C'est un os long, mince, bifurqué, et qui gît ici la partie dichotomée en arrière. Les cornes ont une longueur de 0,007, et le corps de l'os mesure 0,004. Quoiqu'on trouve des restes plus ou moins complets de l'os hyoïde dans quelques autres exemplaires de ptérodactyles, je crois que cet os de notre individu est jusqu'à présent le seul qui soit conservé parfaitement; c'est pourquoi j'en donne un dessin trois fois agrandi, dans la figure 4.

Le cou de notre exemplaire est courbé. Les vertèbres cervicales, fig. 2 *v c*, se sont transformées en petites accumulations de chaux spathique, et par conséquent elles ne sont pas conservées de manière à me permettre d'en faire la description ou d'en donner les mesures. On ne voit plus de trace d'apophyses soit épineuses, soit transverses. La seule chose qui paraisse certaine, c'est que les vertèbres cervicales sont plus robustes que les dorsales, fig. 2 *v d*. Ces dernières sont encore moins distinctes que les premières. Il ne m'est pas possible non plus de compter les vertèbres du cou, pour m'assurer si la septième appartient au cou ou bien au thorax de l'animal.

De même que celles du cou et du dos, les vertèbres lombaires et les vertèbres ankylosées qui constituent l'os sacrum ne sont plus reconnaissables.

---

[1]) Quenstedt, *Handbuch der Petrefaktenkunde*. p. 171.

La queue, fig. 2 *q*, est courte: elle paraît se composer de 9 ou 10 petites vertèbres.

Les os du bassin ont été perdus, ou sont encore cachés dans la pierre.

On ne voit que quelques débris de vraies côtes, fig. 2 *c*, assez minces. Je n'ai pu apercevoir un seul indice de fausses côtes, et je crois avec Hermann Von Meyer [1]) que les parties qu'on a prises quelquefois pour des restes de ces organes sont des côtes abdominales. Les côtes dorsales ou thoraciques ne sont pas robustes, mais pourtant encore plus fortes que les côtes abdominales, fig. 2 *c a*, qui se montrent dans notre exemplaire dans un état de conservation parfaite. Bien qu'on voie ces organes dans la figure 1 ainsi que dans le dessin au trait fig. 2, je les ai encore dessinés, agrandis trois fois, dans la fig. 5, au lieu d'en faire une description qui naturellement laisserait beaucoup à désirer, vu la situation et l'arrangement compliqué de ces os. Par ce dessin on aura une bonne idée de ces organes et en même temps de la forme de l'abdomen de notre ptérodactyle, forme qui sans doute a été déterminée par ces os longs, minces et courbés.

Il me semble que l'os qui est visible un peu plus bas que l'humérus est le sternum, fig. 2 *s*, vu de son bord latéral droit. S'il en est ainsi, cet os a une hauteur ou longueur de 0,007. L'os sternum paraît donc être resté à la place et dans la position qu'il a eues pendant la vie de l'animal.

L'os un peu courbé qu'on remarque en avant du sternum, se dirigeant en haut, pourrait être l'os coracoïdien, fig. 2 *c o*. D'après Hermann Von Meyer [2]) cet os touche avec sa partie inférieure au bord antérieur ou à la surface postérieure du sternum.

Le reste d'os qui se trouve en avant et en haut de la tête de l'humérus et au-dessous de la septième ou de la huitième vertèbre, est sans doute une partie de l'omoplate, fig. 2 *o m*. Ces trois derniers os, le sternum, le coracoïdien et l'omoplate, sont trop cachés dans la pierre pour me mettre à même d'en faire la description.

En abordant l'étude des os des extrémités antérieures de notre fossile, on a d'abord quelque peine à les déterminer convenablement. L'humérus, fig. 2 *h*, du côté droit est assez facile à reconnaître; les os de l'avant-bras de ce côté sont plus confus, mais ce sont surtout les deux os longs qui suivent l'avant-bras, qui peuvent induire en erreur l'observateur. Ne semble-t-il pas en effet qu'on ait ici deux métacarpiens ap-

[1]) Hermann Von Meyer, *Zur Fauna der Vorwelt, Lithographischer Schiefer*, p. 43. *Neues Jahrbuch*, 1850, p. 199.

[2]) Hermann Von Meyer, *Palaeontographica*, T. X. p. 4.

partenant au même bras, deux métacarpiens grands et forts, qui portent les doigts courts et terminés par des ongles crochus, et le doigt externe très long et sans ongle d'une seule main? Réellement, j'ai cru un moment que notre ptérodactyle se distinguait de tous ses congénères connus par l'existence de deux métacarpiens robustes dans une seule main. On sait que les animaux du genre ptérodactyle n'ont qu'un seul os métacarpien fort et épais pour le long doigt, et trois métacarpiens minces, même filiformes dans les petites espèces, pour les autres doigts. Toutefois, en étudiant attentivement tous ces os, on reconnaît bientôt qu'on a affaire à des os longs, non d'un seul bras, mais des deux bras superposés, et qu'on voit ici:

1 l'humérus du bras droit.
2 l'extrémité supérieure du radius et le cubitus du bras droit.
3 l'extrémité inférieure du cubitus et le radius du bras gauche.
4 le tendon ossifié du radius, ou l'os écarteur ou tenseur de l'avant-bras gauche.
5 le même os du cubitus du même bras.
6 quelques indices des os carpiens du bras gauche.
7 le gros métacarpien de la main gauche.
8 le même os de la main droite.
9 les trois petits doigts de la main gauche.
10 les mêmes os de la main droite.
11 le long doigt de la main droite.
12 l'extrémité antérieure de la première phalange et l'extrémité postérieure de la deuxième phalange du long doigt de la main gauche.

C'est surtout cet amas assez confus d'os qui m'a engagé à dessiner au trait notre ptérodactyle: dans cette esquisse j'ai marqué tous les os par leurs initiales; voyez l'explication de la figure 2.

Passons maintenant à la description de ces os.

L'humérus, fig. 2 *h*, du côté droit se voit encore à la place qu'il a occupée pendant la vie de l'animal, et dans la position qu'il a dû avoir quand le ptérodactyle ne faisait point usage de ses ailes membraneuses ou plutôt de ses parachutes. Cet os est plus ou moins courbé, ou plutôt il semble être un peu courbé à cause de l'élargissement de son extrémité supérieure et de la grosseur de son extrémité cubitale, tandis que le corps de l'os est moins épais que ses extrémités. La longueur de cet os est de 0,018, la largeur de l'extrémité acromiale est de 0,003, et celle de l'extrémité cubitale de 0,005.

L'avant-bras se compose de deux os longs appliqués si étroitement l'un contre l'autre qu'ils ont l'air d'être soudés ensemble. L'os marqué

c d dans la fig. 2 est le cubitus du bras droit. Il a une longueur de 0,023. L'os signé *r d* est l'extrémité supérieure du radius droit. La longueur de ce fragment d'os est de 0,012. Les portions d'os marquées fig. 2 *c g* et *r g* sont des fragments des deux os qui forment l'avant-bras gauche. Ces pièces se trouvent au-dessous des os de l'avant-bras droit. Il semble que tous ces os aient été creux, comme les os longs des oiseaux et ceux des autres ptérodactyles.

A côté de ces restes d'avant-bras on voit deux petits os très minces, effilés et pointus, plus larges à la base qu'à l'extrémité supérieure, fig. 2 *to, to*. En voyant ces petits os pour la première fois, je m'imaginai d'abord être en présence des organes osseux nommés *Spannknochen* par les savants allemands qui, les premiers, ont étudié les restes de ptérodactyles trouvés dans le sol de leur pays. Le *Spannknochen*, cet os petit, faible, terminé en un petit bout émoussé, a servi à étendre le membrane à l'aide de laquelle le ptérodactyle pouvait ralentir la vitesse de sa descente des rochers ou des branches d'arbres sur lesquelles il perchait à la manière des oiseaux. Mais, en regardant de plus près, j'acquis bientôt la conviction que les petits os en question ne pouvaient être des os tenseurs: ils n'ont point de pointe élargie, au contraire ils sont effilés. Je compris que je voyais ici ces petits os remarquables dont on n'a trouvé des traces que dans un seul échantillon de ptérodactyle, savoir dans le *Pterodactylus wurtembergicus* Quenst. M. Quenstedt dit en parlant de cette espèce [1]. „Sehr merkwürdig ist neben Ulna und Radius je ein pfriemförmiger Knochen, unten dick und oben spitz, den ich nur für Sehnenknochen halten kann. Denn wären es Spannknochen so sollten sie nicht spitz sondern etwas breitlich endigen, wie das an der Spitze des letzten Flugphalangen so klar ist." Il me semble que ce sont des tendons ossifiés des deux os du bras gauche que nous possédons ici: la rareté de ces restes me porte à en donner une représentation agrandie trois fois dans la fig. 6.

Il se pourrait néanmoins qu'on dût regarder ces parties comme des os servant à étendre ou tenir déployée la membrane. Hermann Von Meyer en parlant de ces organes [2]) dit:

„Bei den Pterodactyln im engeren Sinn wie bei den Rhamphorhynchen habe ich in der Nähe des Vorderarmes einen Faden- oder Rippen-förmigen Knochen aufgefunden, den ich anfangs für nichts anderes als für eine verknöcherte Sehne, wie sie bei den Vögeln vorkommt, hielt.

---

[1]) Quenstedt, *Handbuch der Petrefaktenkunde.* p. 176.

[2]) Hermann Von Meyer, *Fauna der Vorwelt*, *Lithogr. Schief.* p. 18.

Dieser Deutung entsprach indess das regelmässige Auftreten dieses Knochens, so wie der Umstand, dass immer nur ein solcher Knochen den Vorderarm begleitet, dann auch die stumpfe Beschaffenheit seines freien Endes, wenig. Als ich hierauf fand, dass der Knochen in die Handwurzel einlenkte, war kein Zweifel mehr darüber, dass es sich hier nicht um eine verknöcherte Sehne, sondern um einen wesentlichen Theil im Skelet der Pterodactyln handele, dessen Bestimmung darin gelegen haben müsse, für die Flughaut eine knöcherne Stütze während des Fliegens abzugeben. Zu derselben Ansicht gelangte auch Wagner. Quenstedt dagegen glaubt an dem von ihm untersuchten Pterodactylus Würtembergicus gefunden zu haben, dass jeder der beiden Knochen, woraus je ein Vorderarm besteht, von einem solchen Knochen unterstützt war; den Knochen hält er für eine verknöcherte Sehne. Burmeister (*Kritische Beleuchtung einiger Pterodactylus-Arten*, S. 4) ist eher der von mir und Wagner ausgesprochenen Ansicht zugethan. Nach ihm kann der Knochen keine verknöcherte Sehne seyn, weil er an dem einem Ende eine knopfartige Anschwellung zeigt, von der er behauptet, dass sie bei Sehnenknochen nicht vorkomme, was Quenstedt später (*Würtemb. Jahresb.*, XIII 1857. S. 42. t. 1, f. 4, 5) zu widerlegen sucht, indem er nachweist, dass bei den Sehnenknochen lebender Vögel wie im fossilen Knochen der dickere Theil nach unten gerichtet ist. Bei der grossen Länge, die die Flughaut nach dem Flugfinger zu urtheilen besass, ist zu verwundern, dass diese Haut nur einen solchen Spannknochen in jedem Flügel besessen haben sollte. Bedenkt man indess, dass nach vorhandenen Andeutungen die Flughaut unmöglich eine grosse Breite besitzen konnte, so wird man finden, dass ein Spannknochen als Stütze genügte. Die Länge dieses Knochens wird ein Mittel seyn, Aufschluss über die Breite der Haut in der Gegend, wo er auftrat, zu erlangen.

„Dieser Knochen liegt gewöhnlich dem Vorderarm mehr oder weniger dicht seitlich an, was wohl seine natürliche Lage bei nicht ausgespannten Flügeln gewesen sein wird. Seine Einlenkung in die Handwurzel könnte ihm sogar einigen Anspruch auf die Bedeutung eines Mittelhandknochens einräumen. In Pterodactylus longirostris wurde dieser Knochen von Goldfuss für den Mittelhandknochen des Daumens gehalten, wohl nur deshalb, weil Goldfuss von der Ansicht ausging, dass der Pterodactylus fünf ausgebildete Finger besessen habe. Dem Daumen kann er aber nicht angehören, da dessen Mittelhandknochen sonst vorhanden ist."

On voit donc que Von Meyer ne croyait pas à l'existence de tendons ossifiés, et l'autorité de ce grand paléontologiste me ferait douter si les os pointus de notre exemplaire sont bien des tendons ossifiés; seulement

il paraît que, premièrement, l'os écarteur de la membrane ne se termine jamais en pointe, mais est toujours émoussé, et je ne trouve point de trace d'une tubérosité au bout de ces os. En second lieu, la partie la plus épaisse du tendon ossifié se trouve toujours en bas, comme le fait observer M. Quenstedt, et cela est aussi le cas dans notre exemplaire, tandis que le *Spannknochen* est toujours plus épais en haut qu'en bas. Troisièmement, l'os tenseur fait partie de l'articulation carpienne, et nous ne voyons pas dans notre exemplaire une pareille liaison. En quatrième lieu: les os que nous offre notre spécimen paraissent appartenir à un seul bras, comme c'est le cas des tendons ossifiés, un pour le radius et un pour le cubitus, tandis que chaque bras n'a qu'un seul os tenseur: si ces os étaient des os tenseurs, il faudrait supposer que celui du bras gauche a été déplacé considérablement. Voilà les raisons qui me portent à y voir des tendons ossifiés, et non des os tenseurs.

Les os carpiens, fig. 2 *c r*, sont cachés dans la pierre, de sorte qu'il est impossible de les reconnaître.

Portons maintenant notre attention sur les os métacarpiens. On sait que les quatre doigts des ptérodactyles véritables sont portés par autant d'os métacarpiens, dont les trois premiers sont en général très minces — dans les espèces de petite taille ils sont même filiformes — tandis que le dernier, celui qui porte le doigt allongé, est en proportion gros et fort. Comme je l'ai indiqué plus haut, on ne trouve ici point de trace des os métacarpiens minces, mais en revanche on voit les deux métacarpiens robustes des deux longs doigts. Dans la figure 2 j'ai marqué celui de la main droite par *m d* et celui de la main gauche par *m g*. Les deux os, quoique des deux mains, se ressemblent tout à fait, ils sont posés dans la même direction, ils ont la même longueur et la même largeur, ils présentent la même forme, et la description de l'un peut donc servir également pour l'autre. Leur longueur est de 0,022, leur largeur dans le milieu de 0,001 et aux deux extrémités de 0,0015. Il est évident que ces os, comme les autres os longs, ont été pourvus d'une cavité aérienne; dans notre individu les parois sont déprimées et fissurées dans la longueur, et une couche longitudinale corticale étant perdue, probablement avec les débris restés adhérents à la couche calcaire qui recouvrait la plaque, les parties qui sont restées se présentent comme des creux longs, comme des gouttières.

Les doigts des deux mains sont tous restés, et visibles pour la majeure partie. De ceux de la main gauche, fig. 2 *d g*, qui sont posés sur ceux de la main droite, fig. 2 *d d*, le premier est composé de deux phalanges; la phalange unguéale possède encore l'impression de son ongle crochu; cet ongle

est proportionnellement petit. Le second doigt a trois phalanges : quoique la phalange unguéale soit à peu près entièrement cachée dans la pierre, on peut reconnaître néanmoins ses contours et ceux de l'ongle. Il est douteux si le troisième doigt est composé de trois ou de quatre phalanges; cependant, en regardant attentivement, on remarque, en avant des trois phalanges visibles, un petit point brun et luisant dans la masse pierreuse, précisément à la place où doit se trouver la quatrième phalange. Il se peut toutefois que ce point brun soit un reste de l'ongle.

Les trois petits doigts de la main droite se trouvent, comme je viens de le dire, au-dessous de ceux de la main gauche. Quoiqu'ils soient cachés dans la pierre encore plus profondément que ces derniers, il est assez facile de voir qu'ils sont tout à fait semblables à ceux de l'autre main.

Le long doigt ou le dernier de la main droite, qui forme ici un angle très aigu avec l'os métacarpien, position qu'on peut regarder comme celle de repos, est composé de quatre phalanges. La longueur de la première phalange est de 0,03. Une couche calcaire recouvrant l'articulation de cet os avec le métacarpien, il n'est pas possible de voir l'apophyse de l'extrémité carpienne, qui, d'après Hermann von Meyer [1]), se voit chez le *Pterodactylus spectabilis*, apophyse qui tombe dans une excavation se trouvant en arrière de l'articulation phalangienne-métacarpienne. La deuxième phalange a été perdue, à l'exception d'un petit débris touchant à la première phalange; mais cet os a laissé une impression très exacte dans la pierre, de sorte qu'on peut aisément prendre la mesure de sa longueur, qui est de 0,025. La troisième phalange est séparée de la précédente par le fémur du côté droit, qui semble comme pressé dans l'interstice articulaire de ces deux phalanges. Sa longueur est de 0,02. La quatrième phalange, plus mince que la troisième, — laquelle est moins épaisse que la deuxième, qui à son tour est moins forte que la première, — se termine en pointe effilée, sans ongle. La ténuité excessive de cette dernière phalange est sans doute la raison pour laquelle elle est un peu courbée. Sa longueur est de 0,021. La longueur totale de ce doigt est par conséquent de 0,096. Voyez fig. 2 1*p d*, 2*p d*, 3*p d* et 4*p d*.

Le long doigt de la main gauche est caché en partie par le gros métacarpien et les os de l'avant-bras de l'autre côté, par quelques côtes abdominales, par la colonne vertébrale et par une couche de pierre au-dessus de cette colonne. Ce qu'on en aperçoit, la moitié antérieure de la première phalange, la moitié postérieure de la deuxième phalange,

---

[1]) Hermann Von Meyer < *Palaeontographica.* T. X. p. 1.

un petit bout de la troisième phalange et la quatrième phalange entière, correspond en tous points aux parties décrites du doigt droit, et par conséquent il n'est pas nécessaire de nous y arrêter spécialement. Voyez fig. 2 1*pg*, 2*pg*, 3*pg* et 4*pg*. Toutes les extrémités articulaires de ces phalanges sont plus larges que le corps de ces os.

Les deux fémurs sont conservés. Celui du côté gauche, fig. 2*fg*, n'est dénudé qu' imparfaitement, mais celui du côté droit, fig. 2 *f d*, est tout à fait visible. Il est un peu courbé, et nous présente le condyle articulaire et une petite tubérosité qu'on peut regarder comme un trochanter. Une dépression longitudinale dans le corps de cet os semble indiquer qu'il a eu une cavité aérienne, et que, par une pression de haut en bas, les parois de cette cavité ont plus ou moins cédé. L'extrémité inférieure ou tibiale est renflée. La longueur du fémur est de 0,018.

Le tibia, fig. 2 *t d* et *t g*, est un os long, creux et droit. Sa longueur est de 0,026; ses deux extrémités sont plus larges que le corps de l'os.

Je ne trouve pas de trace d'un péroné, ni à côté du tibia de la jambe droite, ni à côté de l'autre.

Le tarse, fig. 2 *t*, se compose d'au moins trois osselets bulbiformes, et d'un quatrième os d'une forme irrégulière, qui a quelque ressemblance avec un os astragale. Ces osselets sont situés sur deux rangées, de manière que chaque rangée en contient deux.

Les deux pieds sont parfaitement visibles, ils ont été conservés sans avoir subi aucune mutilation, à l'exception de la perte d'une petite partie du pied droit, dont nous parlerons tout-à-l'heure. Les deux pieds se présentent dans la même position, savoir avec les bords extérieurs en haut. Il faut donc que l'un des deux (le gauche) ait été tourné ou renversé. Ce renversement de l'un ou des deux pieds n'est point du tout rare chez les ptérodactyles, il paraît même qu' il est assez ordinaire, témoin le *Pterodactylus Kochi* [1]) et aussi le *Pterodactylus longirostris* [2]). On reconnaît ce renversement surtout à la place qu'occupe le petit moignon, organe qui se trouve au bord extérieur du pied. Dans le cas de notre ptérodactyle, nous voyons par conséquent la surface supérieure des métatarsiens et des doigts du pied droit, et la surface inférieure de ces mêmes os du pied gauche. Il est manifeste que notre individu avait des pieds à quatre doigts, comme les autres espèces de ptérodactyles proprement dits.

Les os métatarsiens, fig. 2 *m d'* et *m g'*, sont d'une longueur différente.

---

[1]) Hermann Von Meyer, *Zur Fauna d. Vorwelt*, *Lithogr. Schiefer* pl. III fig. 1.

[2]) Le même ouvrage pl. I fig. 1.

Le premier est le plus long, ayant une longueur de 0,008. Le deuxième a une longueur de 0,007, le troisième de 0,005 et le quatrième de 0,0035, d'où il résulte que ces os deviennent plus courts à mesure qu'on les compte du premier au dernier. La grosseur de tous ces os est à peu près la même: il me semble pourtant que le deuxième est le moins fort. Les phalanges des pieds, fig. 2 *ph*, *ph*, sont de petits os longs, à corps mince et avec des extrémités articulaires élargies. Le premier doigt montre deux phalanges, le deuxième, le troisième, et le quatrième paraissent en avoir chacun trois. Je dis que cela paraît ainsi; il se peut en effet qu'une phalange du quatrième doigt, l'unguéale, soit encore cachée dans la pierre.

Au bord extérieur du pied gauche, et, fort confusément, aussi au bord extérieur du pied droit, on reconnaît un petit organe composé de deux phalanges courtes et assez robustes, qui semble être lié par une articulation à l'un des os du tarse. Ce petit os ne saurait être nommé un cinquième doigt, parce qu'il ne possède point d'os métatarsien. C'est pourquoi Hermann Von Meyer donne à cet organe le nom de *Stümmel*, mot qui se traduit le mieux par celui de moignon, fig. 2 *m*. Le savant que je viens de nommer dit dans sa description du *Pterodactylus micronyx* [1]). „An dem einen Fuss erkennt man aussen von der vierten Zehe sehr deutlich einen weniger dicht sich an die benachbarte Zehe anschliessenden, in die Fusswurzel einlenkenden Stümmel von 0,003 Länge, der zweigliedrig war und mit einem kleinen Klauengliede geendigt zu haben scheint." Cette description est en tous points applicable au petit moignon de notre individu.

Après avoir décrit notre ptérodactyle il sera nécessaire de voir s'il est le représentant d'une espèce nouvelle, ou bien s'il doit être rapporté à une espèce déjà connue. Confrontons les caractères de quelques espèces avec ceux de notre échantillon.

D'abord il conviendra de déterminer le genre auquel appartient l'animal. On sait qu'on a divisé autrefois l'ordre des ptérosauriens en trois genres: le genre *Ornithopterus*, le genre *Ramphorhynchus* et le genre *Pterodactylus*. On sait aussi que le genre ornithopterus n'était basé que sur un fragment d'un long doigt à deux phalanges, qu'un tel genre, ainsi qu'on l'a démontré, ne saurait exister [2]) et qu'il est par conséquent aujourd'hui effacé du système. Notre exemplaire appartient

---

[1]) Hermann Von Meyer < *Palaeontographica* T. X p. 51.

[2]) Hermann Von Meyer, *Zur Fauna der Vorwelt*, *Lithografischer Schiefer* p. 141. Quenstedt, *Handbuch der Petrefaktenkunde* p. 172.

donc au genre rhamphorhynchus ou bien au genre pterodactylus. Il est connu que les reptiles du premier genre ont des mâchoires dépourvues de dents vers l'extrémité antérieure, qui était probablement recouverte par un bec corné, et que leur queue est roide, longue, et composée d'environ trente vertèbres. Eh bien, de notre description il résulte que ces caractères génériques ne se trouvent pas dans notre individu. Nous venons de voir qu'il a des dents coniques aux deux mâchoires jusque vers l'extrémité du museau, et qu'on n'observe pas de trace d'un bec corné dépourvu de dents. Nous venons de voir que sa queue est petite, faible et composée d'une dizaine de petites vertèbres. Notre exemplaire ne pourrait trouver place dans le genre rhamphorhynchus, donc il devra être un ptérodactyle. On sait que feu Hermann Von Meyer a partagé les ptérodactyles en trois sous-genres: ce savant donnait le nom de *Macrotrachelus* à ceux de ces reptiles qui ont cinq doigts et $\frac{11}{17}$ dents, et celui de *Brachytrachelus* à ceux qui ont cinq doigts et 11/[illegible] dents, tandis qu'il laissait le nom de *Pterodactylus* à ceux qui ne possèdent que quatre doigts aux pieds postérieurs. Nous avons constaté ci-dessus que notre exemplaire a quatre doigts aux pieds, et qu'il réunit en outre tous les autres caractères des ptérodactyles: c'est donc un ptérodactyle véritable.

Le genre étant reconnu, il convient de passer à l'espèce. Cette détermination est moins facile que la première, vu que le nombre des espèces de ptérodactyles est plus grand que celui des genres, et que les caractères spécifiques sont moins tranchés que les caractères génériques. Tâchons néanmoins d'atteindre le but.

Les espèces qui doivent être confrontées avec notre échantillon sont:

1 le *Pterodactylus brevirostris* Soemm. [1]).
2 le *Pterodactylus Meyeri* Münst. [2]).
3 le *Pterodactylus Kochi* Andr. Wagner [3]).
4 le *Pterodactylus spectabilis* Von Meyer [4]).
5 le *Pterodactylus micronyx* Von Meyer [5]).

---

[1]) Soemmering, *Denkschr. Munch. Akad.* 1816 pl. 1 et 2. Hermann Von Meyer, *Zur Fauna d. Vorw. Lith. Schief.* p. 55 pl. 4 fig. 1.

[2]) Münster, *Beiträge* T. V. pl. 7 fig. 2. Hermann Von Meyer, *Zur Fauna d. Vorw. Lith. Schief.* p. 56, pl. 4 fig. 2, 3.

[3]) Andr. Wagner < *Abhandl. Bayr. Akad.* T. II. 1837 pl. 5. Hermann Von Meyer, *Zur Fauna d. Vorw. Lith. Schief.* p. 35 pl. 3 fig. 1; pl. 17, fig. 1.

[4]) Hermann Von Meyer < *Palaeontographica* T. X. pl. 1 fig. 1, 2.

[5]) Hermann Von Meyer < *Palaeontographica* T. X. pl. 8 fig. 1, 2. Hermann Von Meyer, *Zur Fauna d. Vorw. Lith. Schief.* p. 59 pl. 4 fig. 4, 5.

1 Le *Pterodactylus brevirostris* Soemm. quoiqu'il ait une ressemblance assez grande avec notre échantillon, s'en distingue cependant en beaucoup de points, surtout par la brièveté, la petitesse des vertèbres cervicales, le nombre et les dimensions des phalanges des pieds, et la longueur relative des os métacarpiens: notre individu ne saurait être rapporté à cette espèce.

2 Le *Pterodactylus Meyeri* Münst. diffère de notre ptérodactyle par la longueur de son avant-bras, plus grande que celle de son métacarpe. Nous venons de voir que ces deux parties de membre ont la même longueur dans notre individu: il ne pourrait donc pas porter le nom de *Pt. Meyeri.*

3 Le *Pterodactylus Kochi* Andr. Wagner, nous présente entre autres la même différence que le *Pt. Meyeri*, savoir que son avant-bras et son métacarpe n'ont nullement la même longueur: notre individu est donc naturellement d'une autre espèce.

4 Le *Pterodactylus spectabilis* Von Meyer, nous montre une tête plus longue, un métacarpe plus court, un long doigt plus faible et plus court, un métatarse très différent en ce qui concerne la longueur relative de ses os, de sorte qu'il est impossible, même pour un œil non exercé, de voir un *Pt. spectabilis* dans l'échantillon qui nous occupe.

5 Le *Pterodactylus micronyx* Von Meyer, au contraire, diffère si peu, dans presque tous ses caractères, de notre individu, que je ne saurais hésiter à rapporter celui-ci à l'espèce qui vient d'être nommée. En effet, nous voyons dans notre exemplaire, comme dans les trois autres échantillons connus de cette espèce, — celui de la collection de Pesth, celui de M. Redenbacher, et celui décrit par feu Hermann Von Meyer dans le Tom. X du *Palaeontographica*, — un métacarpe qui égale en longueur les os de l'avant-bras, des os métatarsiens dont le premier est le plus long et le quatrième le plus court, un long doigt robuste à première phalange plus longue que l'os métacarpien qui le porte, des dents petites et coniques qui s'étendent jusqu'à l'extrémité antérieure des deux mâchoires, des vertèbres cervicales fortes, une queue petite, des côtes abdominales longues et fines, des ongles courts et faibles, un moignon à côté du dernier doigt du pied, en un mot une ressemblance si frappante que l'espèce de notre échantillon ne saurait être méconnue, et qu'il est impossible de douter qu'il ne doive porter le nom de *Pterodactylus micronyx* Von Meyer.

Cependant, quoique la ressemblance de notre exemplaire avec les trois autres de son espèce soit si grande, on y trouve néanmoins quelques différences assez remarquables, et qui méritent d'être traitées à fond. En premier lieu, il est plus petit que les autres, surtout que l'individu

figuré pl. VIII du tome X du *Palaeontographica*. Secondement, la forme de la tête diffère sensiblement de celle de l'exemplaire que je viens de citer. En troisième lieu, le cercle osseux de l'orbite présente une conformation différente de celle qu'il affecte dans les autres specimens.

1. La taille plus petite que celle des autres membres de son espèce est facile à expliquer, si nous supposons que l'animal n'était pas adulte à l'époque de sa mort. En effet, toutes les parties, sans aucune exception, sont plus faibles, les os sont plus courts, plus minces que ceux des autres exemplaires de l'espèce, de sorte qu'on est forcé de regarder notre individu comme se trouvant encore dans le jeune âge, tandis que les autres sont des adultes.

2 Il reste à savoir si les différences qu'on observe dans la forme et la longueur de la tête, peuvent également être expliquées par la jeunesse de notre individu. Nous venons de voir que la longueur de la tête de notre ptérodactyle est de 0,035, tandis que celle de l'individu figuré pl. VIII du tome X du *Palaeontographica*, le seul des trois dont la tête existe encore, est de 0,05, ce qui donne une différence en longueur de 0,015. Mais nous avons vu également que l'os intermaxillaire de notre échantillon a la longueur de 0,017, tandis que le même os dans l'individu de Von Meyer a une longueur de 0,03, ce qui constitue derechef une différence en longueur de 0,013. Il résulte de là que cette différence est causée uniquement par la plus grande longueur de l'intermaxillaire du ptérodactyle de Von Meyer, et non par une différence notable dans les os du crâne, cette dernière partie ayant dans notre exemplaire une longueur de 0,018 et dans l'autre de 0,02. Serait-il absurde d'admettre que l'os intermaxillaire ou plutôt que les mâchoires des ptérodactyles ont été moins étendues, moins longues dans le jeune âge de l'animal que dans l'état adulte? Ne trouve-t-on pas, dans la nature vivante, plusieurs exemples d'un tel changement avec l'âge dans les os de la face? Ne sait-on pas que Wagler [1]) considérait le *Pterodactylus brevirostris* comme le jeune âge du *Pterodactylus longirostris*, et que dans ces deux espèces? la longueur des crânes est la même, la différence de longueur se montrant uniquement dans les mâchoires?

3 On sait qu'on a trouvé dans l'œil de plusieurs espèces de ptérodactyles un cercle osseux, qui dans la plupart est formé d'un seul os circulaire. On sait de même qu'on a rencontré des espèces, comme le *Pterodactylus Meyeri* Münst., la plus petite de toutes les espèces connues, où ce cercle est composé de plaques osseuses, qui se recou-

---

[1]) Wagler, *System. d. Amphybien* p. 73.

vrent comme les tuiles d'un toit, et qui sont granulées sur la surface supérieure. Nous venons de voir que dans notre ptérodactyle ce cercle osseux présente à ses bords, surtout à son bord interne, quelques rainures transversales, comme s'il était composé d'une série de petits osselets plats et quadrangulaires, soudés ensemble, et que sa surface supérieure a un aspect ondulé; voyez fig. 7. De ces particularités il me semble permis de tirer la conséquence que le cercle osseux de l'œil des ptérodactyles est composé dans la jeunesse de l'animal de plusieurs osselets séparés, qui plus tard se soudent ensemble en un seul anneau. M. Quenstedt [1], en parlant du *Pterodactylus Meyeri* Münst. que nous venons de nommer, dit: „Ein vollständiges Skelet besitzt Hr. Dr. Oberndorfer in Kehlheim, und hieran besteht merkwürdiger Weise der Augenring nicht aus einem Stück sondern aus mehreren sich dachziegelförmig deckenden Plättchen, vielleicht Zeichen des *jugendlichen* Zustandes, wo die Verknöcherung noch nicht vollendet war." Et M. Pictet, en parlant de ce même ptérodactyle [2], dit: „Le cercle osseux des yeux est composé de plusieurs pièces en forme de tuiles, ce qui est peut-être un caractère du *jeune âge.*" S'il est donc permis de voir dans le cercle osseux non encore ossifié et soudé, tel qu'on le trouve dans notre exemplaire, un signe de jeunesse, d'un autre côté un état non interrompu de ce cercle semble dénoter l'âge mûr du ptérodactyle, car Hermann Von Meyer [3]) dit en parlant du *Pt. micronyx* adulte: „Unten sowie oben mehr hinten glaubt man am Augenhöhlenrande Spuren von einem einfachen, glatten, knöchernen Augenring wahrzunehmen."

En résumé, je crois que la petite taille, la brièveté de l'intermaxillaire, et l'état d'ossification incomplète de l'anneau osseux indiquent que nous possédons dans notre ptérodactyle un animal qui a été enseveli avant d'être adulte, tandis que les autres particularités de son organisation ne laissent point de doute qu'il ne soit un *Pterodactylus micronyx.*

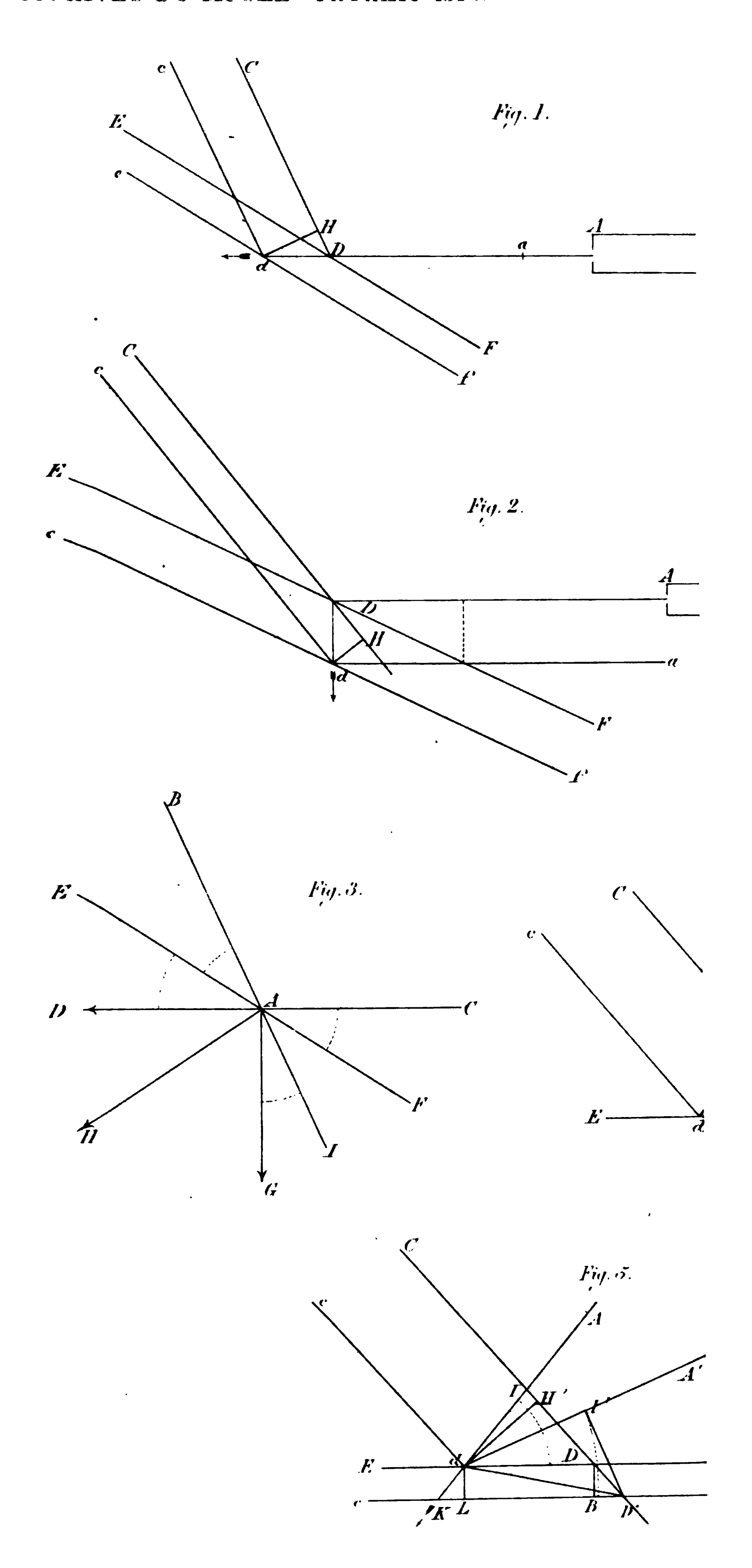
J'espère avoir démontré dans ce qu'on vient de lire que notre échantillon est non-seulement un des plus parfaits de son espèce, mais encore un des mieux conservés de tous les ptérodactyles connus jusqu'à présent. Seul le magnifique et unique exemplaire de *Pterodactylus spectabilis* de notre musée l'égale en beauté et en perfection, et, à côté de ce dernier, notre *Pterodactylus micronyx* forme assurément un ornement précieux de la collection paléontologique du musée Teyler.

---

[1]) Quenstedt, *Handbuch der Petrefaktenkunde* p. 175.

[2]) Pictet, *Traité de Paléontologie* T. I. p. 526.

[3]) Hermann Von Meyer < *Palaeontographica* T. X. p. 47.


Fig. 1.
c
C
E
e
H
A
D
a
d
F
f
Fig. 2.
C
c
E
e
A
D
H
a
d
F
f
Fig. 3.
B
E
D
A
C
F
H
I
G
C
c
E
d
Fig. 5.
C
c
A
A'
I
H'
E
D
e
K
L
B

Explication de la Planche.

Fig. 1. *Pterodactylus micronyx*, de grandeur naturelle.

„ 2. Dessin au trait du même échantillon.

o	os occipital.	*cr*	carpe
f	os frontal.	*m d*	métacarpien droit.
or	orbite.	*m g*	„ gauche.
i	os intermaxillaire.	*d d*	doigts droits.
o n	ouverture nasale.	*d g*	„ gauches.
t	os temporal.	1 *p d*	première phalange droite.
m i	mâchoire inférieure.	2 *p d*	deuxième „ „
h y	os hyoïde.	3 *p d*	troisième „ „
v c	vertèbres cervicales.	4 *p d*	quatrième „ „
v d	„ dorsales.	1 *p g*	première „ gauche.
q	queue.	2 *p g*	deuxième „ „
c	côtes.	3 *p g*	troisième „ „
c a	„ abdominales.	4 *p g*	quatrième „ „
s	os sternum.	*f d*	fémur droit.
co	coracoïdien.	*f g*	„ gauche.
om	omoplate.	*t d*	tibia droit.
h	humérus.	*t g*	„ gauche.
c d	cubitus droit.	*t*	tarse.
r d	radius droit.	*m d'*	métatarsiens droits.
c g	cubitus gauche.	*m g'*	„ gauches.
r g	radius gauche.	*ph. ph*	phalanges des doigts du pied.
t o, t o	tendons ossifiés.	*m*	moignon.

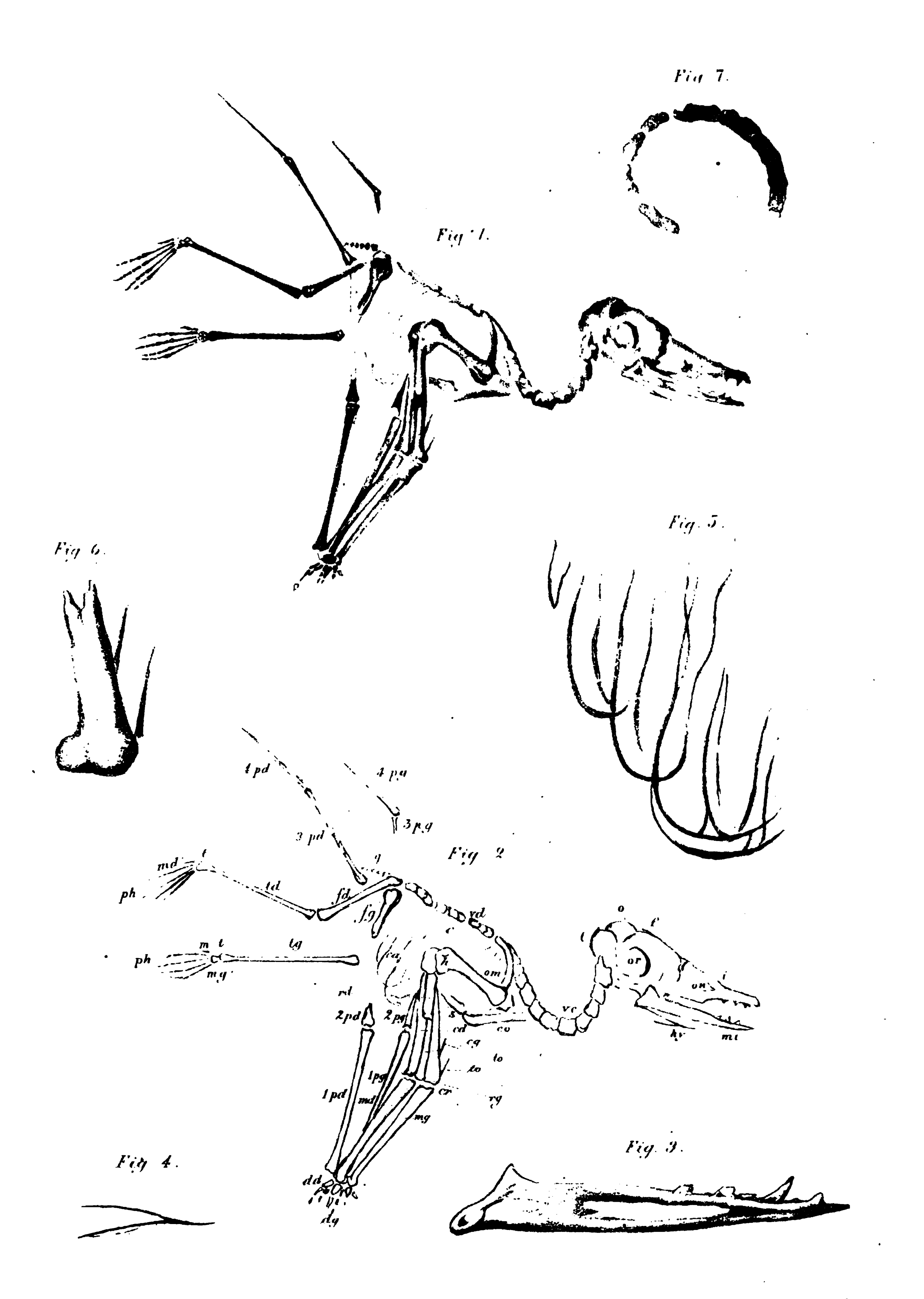
„ 3. La mâchoire inférieure, agrandie trois fois.

„ 4. L'os hyoïde, agrandi trois fois.

„ 5. Les côtes abdominales, agrandies trois fois.

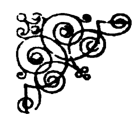
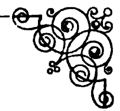
„ 6. L'extrémité inférieure du radius gauche avec les deux tendons ossifiés, trois fois agrandie.

„ 7. Le cercle osseux de l'œil, quatre fois agrandi.



T. C. Winkler fec. Lith. Emrik & Binger

IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES, À HARLEM.

ARCHIVES

DU

MUSÉE TEYLER.

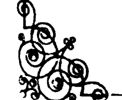
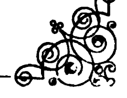
VOL. III.

FASCICULE DEUXIÈME.

HARLEM. — LES HÉRITIERS LOOSJES.
1871.

PARIS, GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG, G. E. SCHULZE.

ARCHIVES

DU

MUSÉE TEYLER.

VOL. III.

Fascicule deuxième.

HARLEM. — LES HÉRITIERS LOOSJES.
1871.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG,
G. E. SCHULZE.

TABLE DES MATIÈRES.

Mémoires présentés à MM. les Directeurs de la Fondation.

AVIS.

Les Archives du Musée Teyler paraissent de temps à autre en cahiers successifs, qui contiennent des mémoires scientifiques et les augmentations annuelles de la Bibliothèque et des collections paléontologiques etc. du Musée.

FONDATION

DE

P. TEYLER VAN DER HULST,

À HARLEM.

Directeurs.

W. VAN WALRÉ.
J. VAN DER VLUGT.
C. G. VOORHELM SCHNEEVOOGT.
Dr. K. SIJBRANDI.
A. HERDINGH.

Secrétaire.

J. J. ENSCHEDÉ.

Directeur du Cabinet de Physique.

Dr. V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

Conservateur du Musée de paléontologie et de minéralogie.

Dr. T. C. WINKLER.

Bibliothécaire.

Dr. C. EKAMA.

Conservateur de la Bibliothèque.

J. A. VAN BEMMELEN.

Conservateur des collections de tableaux, de dessins et de gravures.

H. J. SCHOLTEN.

MEMBRES DES SOCIÉTÉS TEYLÉRIENNES.

De la première Société ou Société de théologie.

S. MULLER.
A. KUENEN.
S. HOEKSTRA Bz.
C. SEPP.
D. HARTING.
H. A. VAN GELDER.

De la seconde Société.

P. ELIAS.
J. DE BOSCH KEMPER.
V. S. M. VAN DER WILLIGEN.
A. VAN DER WILLIGEN Pz.
D. LUBACH.
R. J. FRUIN.

PROGRAMM

DER

Teylerschen Theologischen Gesellschaft

ZU HAARLEM,

FÜR DAS JAHR 1871.

Die Directoren der Teylerschen Stiftung nebst den Mitgliedern der Theologischen Section haben in ihrer Sitzung vom 11ten November ihr Urtheil abgegeben über die *vier* Antworten, welche zur Erledigung der gestellten Preisfrage über das Verhältniss von Religion und Moral eingekommen waren:

N°. 1, ein deutsches Schriftchen, mit dem Motto: „*Per aspera ad astra*", enthielt nichts mehr als die Skizze einer Abhandlung über den fraglichen Gegenstand, weshalb es als unbefriedigend zur Seite gelegt wurde.

N°. 2, eine holländische Abhandlung, mit dem Denkspruch: „*Homo naturae minister cet*" in einem absprechenden und anmassenden Ton geschrieben, trug die unverkennbaren Spuren, dass es dem Verfasser an historischer und philosophischer Kritik fehlte, und wurde demnach der Concurrenz unwürdig erklärt.

N°. 3, ebenfalls in niederdeutscher Sprache, mit dem Sinnspruch: „*Bonus vir sine Deo nemo est*", legte zwar Zeugniss ab von den guten Absichten des Verfassers, bewies aber zugleich, dass er der wissenschaftlichen Behandlung der gestellten Frage keineswegs gewachsen war. Auch dieser Versuch konnte also auf den Preis keinen Anspruch machen.

Die 4te (deutsche) Antwort, mit dem Motto: „*Ihr sollt vollkommen seyn*", u. s. w. entsprach nicht völlig den Absichten und Forderungen der Fragesteller. Der Verfasser hatte, nach derer Urtheil, seiner histo-

rischen Kritik zu enge Grenzen gesetzt und sich zu sehr dem Hange hingegeben, um die Erscheinungen zu systematisiren; was man aber hauptsächlich bedauerte, war, dass er das Streben unserer Zeit zur Begründung einer unabhängigen Moral (*morale indépendante*) ausser Acht gelassen. Auch fehlte es nicht an Einwendungen gegen des Verfassers Schlussbemerkungen über das Verhältniss von Kirche und Staat. Demungeachtet empfahl die Arbeit sich nach so vielen Seiten, dass ihr der Preis zuerkannt wurde.

Der eröffnete Namenszettel nannte als Verfasser Herrn

OTTO PFLEIDERER, *Professor in Jena.*

Die neue aufgestellte Preisfrage lautet:

„Eine Abhandlung über das Verhältniss der Lehrsysteme der Protestantischen Kirchengemeinschaften zum Lehrbegriff des Apostels Paulus.

Der Preis besteht in einer goldenen Medaille von *f* 400 an innerem Werth. Man kann sich bei der Beantwortung des Holländischen, Lateinischen, Französischen, Englischen, oder Deutschen (nur mit Lateinischer Schrift) bedienen. Auch müssen die Antworten mit einer andern Hand als der des Verfassers geschrieben, vollständig eingesandt werden, da keine unvollständige zur Preisbewerbung zugelassen werden. Die Frist der Einsendung ist auf 1 Januar 1872 anberaumt. Alle eingeschickte Antworten fallen der Gesellschaft als Eigenthum anheim, welche die gekrönte, mit oder ohne Uebersetzung, in ihre Werke aufnimmt, sodass die Verfasser sie nicht ohne Erlaubniss der Stiftung herausgeben dürfen. Auch behält die Gesellschaft sich vor, von den nicht gekrönten Antworten nach Gutfinden Gebrauch zu machen, mit Verschweigung oder Meldung des Namens der Verfasser, doch im letztern Falle nicht ohne ihre Bewilligung. Auch können die Einsender nicht anders Abschriften ihrer Antworten bekommen als auf ihre Kosten. Die Antworten müssen nebst einem versiegelten Namenszettel, mit einem Denkspruch versehen, eingesandt werden an die Adresse: Fundatiehuis van wijlen den Heer P. TEYLER VAN DER HULST, te Haarlem.

Programme

DE LA

SECONDE SOCIÉTÉ TEYLER,

à Harlem,

POUR L'ANNÉE 1871.

La Seconde Société de la Fondation Teyler n'a reçu aucun mémoire pour le concours dont le terme était fixé au 1er Avril 1870.

Elle a décidé de proposer comme nouveau sujet de prix la question suivante:

„Faire un exposé critique de tout ce que l'observation et la théorie nous ont appris concernant le *vol des animaux*."

La Société remet en outre au concours la question suivante:

„On demande une étude historique et critique des progrès de la *Gravure sur Bois dans les Pays-Bas*, depuis l'origine de cet art jusqu'à la fin du 17e Siècle. Cette étude devra être accompagnée de la description aussi complète que possible des œuvres des artistes néerlandais qui, durant cette période, ont excellé dans la Xylographie."

Le prix proposé pour la meilleure réponse à chacune de ces deux questions, réponse qui devra d'ailleurs être jugée suffisante, consiste en une Médaille d'Or frappée au coin de la Société et d'une valeur intrinsèque de quatre cents florins.

Les mémoires devront être rédigés en Hollandais, Français, Anglais ou Allemand, et écrits en *caractères latins*, bien lisiblement et *d'une autre main que celle de l'auteur*. Il est aussi de rigueur que les mémoires soient envoyés *complétement achevés* avant le terme fixé; aucune pièce à laquelle manquerait encore une partie au moment de l'envoi ne sera admise au concours.

Les mémoires en réponse à la première question devront être parvenus à la Société avant le 1er Avril 1872, pour être jugés avant le 1er Mai 1873. Les mémoires relatifs à la seconde question devront être reçus avant le 1er Avril 1873, pour être jugés avant le 1er Mai 1874.

Tous les mémoires adressés resteront la propriété de la Société. Celle-ci insérera dans ses publications, avec ou sans traduction, la pièce couronnée, dont l'auteur renoncera au droit de publier lui-même son travail sans l'autorisation de la Fondation. La Société se réserve aussi la faculté de faire des pièces non couronnées tel usage qu'elle jugera convenable, soit sans mention du nom de l'auteur, soit en citant ce nom; dans le dernier cas toutefois elle n'agira pas sans le consentement de l'auteur. Les auteurs des mémoires non couronnés ne pourront en faire prendre des copies qu'à leurs propres frais.

Les mémoires destinés au concours devront n'avoir en signature qu'une simple devise, et être accompagnés d'un billet cacheté portant en suscription la même devise et indiquant à l'intérieur le nom et le domicile de l'auteur; ils seront adressés à la Maison de Fondation de feu M. P. TEYLER VAN DER HULST, à Harlem.

MÉMOIRE

SUR LE

COELACANTHUS HARLEMENSIS,

PAR

T. C. WINKLER.

Le musée Teyler vient d'être enrichi d'une collection, petite mais très intéressante, de fossiles du calcaire lithographique des environs d'Eichstaett en Bavière. Je me propose de faire la description de ceux de ces fossiles qui méritent l'attention du paléontologiste, soit à cause des particularités de conformation qu'ils présentent, soit parce qu'ils appartiennent à des espèces non décrites jusqu'à présent. La collection se compose de quelques poissons, de plusieurs insectes, de crustacés, de céphalopodes, etc. Nous commencerons par la description d'un poisson. Après avoir terminé cette description, nous discuterons la place que l'exemplaire doit occuper dans le système, et enfin nous le confronterons avec quelques individus décrits déjà par Von Münster, M. Agassiz et d'autres savants.

La plaque pierreuse qui contient les restes du poisson en question, est d'un grain très fin et d'une couleur blanc-jaunâtre, rehaussée çà et là par des taches jaunes et, aux contours des restes organiques, par de petites dendrites noires ou bleuâtres.

Les restes osseux se composent de la tête très mutilée, de la corde dorsale, de toutes les nageoires, et d'une grande partie de l'enveloppe tégumentaire. Tous ces débris d'os et surtout les rayons des nageoires sont d'une couleur plus foncée, plus brune que la pierre qui les renferme.

La fig. 1 représente l'échantillon de grandeur naturelle.

La longueur du poisson, de la pointe du museau jusqu'à l'extrémité

postérieure de la corde dorsale ou de la nageoire caudale accessoire, est de 0,33 m., et sa largeur, en arrière de la première nageoire dorsale, est de 0,08.

La tête ne forme qu'un amas confus de débris d'os. Les os qui contournent l'orbite, quelques restes de l'opercule et des mâchoires sont encore reconnaissables, mais on ne saurait distinguer une seule trace de dents.

Il me semble que la ligne brune, d'une largeur de 0,002, qui s'étend de la nuque jusqu'à l'extrémité de la queue, est la moëlle épinière. Cet organe se présente comme un ruban divisé en petits carrés. Je crois que cet organe n'a pas été déplacé après la mort de l'individu.

La moëlle épinière est protégée des deux côtés par des os fourchus, qui s'appuient sur elle par leur partie bifide, et qui sont terminés par une pointe unique. On sait que ces pièces sont nommées par M. Owen des neurapophyses et par quelques autres anatomistes des arcs neuraux, quand elles se trouvent à la partie supérieure de la moëlle épinière, et des haemapophyses ou des arcs hémaux lorsqu'elles protégent la partie inférieure de cet organe. Ces deux séries d'apophyses se voient particulièrement à la partie caudale et immédiatement en arrière de la tête du poisson; seulement, au dernier endroit elles sont probablement déplacées en bas, de manière que les parties pointues des neurapophyses sont situées sur la corde dorsale. Aux environs de la queue les deux séries d'apophyses se trouvent à leur place naturelle. Une masse calcaire avec des impressions de tubercules tégumentaires, qui recouvre une partie notable des arcs neuraux et hémaux du milieu du corps, m'empêche de compter ces arcs; toutefois, il me semble que le nombre de 80 ne s'éloigne pas beaucoup du nombre réel.

Toutes les nageoires se sont conservées. Les rayons sont composés d'une partie indivisée, creuse, et d'une partie articulée, non bifurquée. La fig. 2 nous montre un rayon de la première dorsale, quatre fois agrandi.

La première nageoire dorsale se compose de 10 rayons, d'une longueur d'environ 0,05. Elle est insérée à une distance de 0,06 de la tête, 0,02 plus en arrière que l'insertion de la nageoire ventrale.

La deuxième nageoire dorsale est composée de 13 ou 14 rayons, un peu plus courts que ceux de la première dorsale. Elle est opposée à l'anale.

La nageoire pectorale est double, ou, si l'on veut, simple mais pourvue d'une nageoire accessoire plus courte que la principale; on sait que M. Thiollière désigne cette nageoire accessoire par le nom de scapulaire. La pectorale proprement dite est composée d'environ 11 rayons,

dont quelques-uns sont très longs, tandis que d'autres sont plus courts: le rayon le plus long a une longueur de 0,04 et le plus court seulement de 0,015. La nageoire accessoire ou scapulaire se compose d'une dizaine de rayons courts, qui ne sont pas articulés au bout, comme les autres.

La nageoire ventrale est la plus longue, et ses rayons, au nombre de 11 ou 12, sont très robustes. Le rayon le plus long mesure 0,07. Cette nageoire est insérée fort en avant, au-dessous du lieu d'insertion de la pectorale, de manière que quelques rayons de cette dernière nageoire recouvrent les parties non articulées et vraisemblablement creuses de la ventrale.

L'anale, à rayons plus courts, au nombre de 10 ou 11, est insérée précisément au-dessous de la deuxième nageoire dorsale.

Les nageoires que nous venons de décrire se distinguent de la plupart des nageoires impaires d'autres espèces de poissons en ce que leurs rayons ne sont pas portés par des osselets interapophysaires. Il semble au contraire que toutes les nageoires de notre poisson, à l'exception de la nageoire caudale, aient été portées par des os plats assez robustes, dont nous observons des traces dans les deux dorsales, dans la pectorale et surtout dans l'anale.

La nageoire caudale est très remarquable, vu qu'elle nous fait voir une disposition qu'on n'a rencontrée encore que dans une seule famille de poissons fossiles, tandis que les poissons actuels, pour autant que je sache, n'offrent point d'exemple d'une telle structure. Cette nageoire est traversée par la colonne vertébrale, qui se prolonge dans le milieu de la nageoire, pour former ensuite un appendice effilé garni de rayons courts, de manière à constituer une sorte de pinceau. Une pareille nageoire caudale double, d'un type tout spécial, ne se trouve que dans la famille des célacanthes. Le nombre des rayons de la caudale principale est d'environ 20 des deux côtés, et celui de la nageoire accessoire ou de l'appendice caudal est d'environ 24. Ces derniers rayons sont courts et grêles, et semblent être d'une seule pièce, c'est-à-dire indivisés.

Nous venons de voir que les nageoires dorsales et anale ne sont pas portées par des osselets interapophysaires comme dans la plupart des poissons. On sait en outre qu'en général la caudale n'est pas pourvue de tels osselets, mais que ses rayons sont implantés communément sur un os large et plat qui termine la colonne vertébrale. Ici nous trouvons précisément le contraire: les rayons de la caudale principale de notre poisson sont portés sur des osselets interépineux ou interapophysaires, en nombre correspondant à celui des rayons. Ces osselets sont attachés d'une part aux rayons, et de l'autre aux sommets des apophyses épi-

neuses des neurapophyses et des haemapophyses. Ces osselets sont creux à l'intérieur, de même que les parties non divisées des rayons de la caudale. J'ai représenté ces organes quatre fois agrandis dans la fig. 3. La pièce osseuse, la neurapophyse, se divisant à la base en deux branches pour former la fourche qui enveloppe la moitié supérieure de la corde dorsale, est marquée *n*, et son apophyse épineuse est marquée *a*; l'osselet interépineux creux, qui lui succède, lui est contigu bout à bout et en forme le prolongement direct; il est marqué *o*. Le rayon *r*, également fourchu à sa base, enveloppe l'extrémité de l'osselet.

L'enveloppe tégumentaire a été conservée pour la majeure partie. En la regardant à l'œil nu, on y distingue une multitude de taches ou de petits groupes striés finement, fig. 4. Ces groupes laissent entre eux des interstices non striés. A la partie postérieure supérieure du dos, en arrière de la deuxième nageoire caudale, la peau a l'air d'être divisée en petits losanges. En examinant les taches et les losanges à la loupe, on voit que les groupes striés se composent de tubercules longs, un peu ondulés et quelquefois bifurqués, qui sont couverts d'une couche mince d'émail. Aux endroits où quelques parties de l'enveloppe tégumentaire ont été enlevées, on observe les impressions faites dans la matière pierreuse par les tubercules de l'autre côté du corps du poisson. Je ne trouve point de trace d'écailles; l'ensemble fait penser à une peau lisse, couverte de tubercules longs, disséminés à la surface dans un certain ordre. Pour aider à l'intelligence de ma description je donne dans la fig. 5 une représentation de quelques tubercules dermaux agrandis quatre fois.

Observons encore, avant de finir cette description de notre exemplaire, qu'on ne voit aucune trace de côtes, et que les rayons des nageoires sont tout à fait dépourvus de fulcres. L'absence de dents est sans contredit la lacune la plus regrettable au point de vue de la science.

Passons maintenant à la recherche de la famille à laquelle appartient notre poisson, et voyons ensuite s'il est le représentant d'un genre nouveau ou d'une espèce nouvelle.

En 1834 le comte Von Münster écrivait dans le *Neues Jahrbuck* [1]) qu'il avait acquis la collection de poissons fossiles dont fait mention M. Agassiz dans son *Feuilleton additionnel*; que dans le nombre se trouvait un genre nouveau, caractérisé surtout par la colonne vertébrale

[1]) *Neues Jahrbuch für Mineralogie, etc.* 1834, pag. 539.

traversant la nageoire caudale et constituant une seconde extrémité caudale, en forme de pinceau; et qu'il avait nommé provisoirement ce poisson *Undina penicillata*. Von Münster est donc le premier qui a vu et étudié le genre de poissons dont nous nous occupons en ce moment.

En 1836 M. Agassiz disait dans son *Feuilleton additionnel* [1]) qu'on avait découvert à Bruyères un fragment d'un poisson d'un genre nouveau, provenu du calcaire magnésien de Durham en Angleterre. Il annonçait qu'il avait imposé à ce genre le nom de *Coelacanthus*, et qu'il en donnerait une figure Pl. LXII du Vol. II de ses *Recherches sur les Poissons fossiles*.

En 1842 Von Münster publiait dans ses *Beiträge zur Petrefactenkunde* [2]) la description de son *Coelacanthus Hassiae* des schistes cuprifères de Richelsdorf, et celle de deux espèces du calcaire lithographique de Bavière, le *Coelacanthus striolaris* et le *C. Kohleri*. En parlant de ces dernières espèces [3]) il disait qu'il avait remarqué des dents plates, granulées à la surface supérieure, situées dans les mâchoires et au palais (*im Gaumen*). L'auteur poursuivait ainsi: „les écailles très minces sont de forme oblongue-ovale, et constituent une enveloppe serrée et fine. On ne peut reconnaître que le dessin de la surface supérieure des écailles, mais rarement on voit leurs contours. On ne saurait trouver une trace de vertèbres, tandis que les apophyses vertébrales et les rayons des nageoires se sont conservés parfaitement. Ce poisson se distingue surtout par la caudale très large et à rayons très longs, traversée par la colonne vertébrale, qui forme à la pointe une seconde petite nageoire caudale. Sur le dos on trouve deux nageoires: la première, placée au-dessus de la nageoire pectorale, a huit rayons, qui ne sont articulés qu'à la pointe; la seconde, située au-dessus de la nageoire anale, a des rayons simples et larges, de même que la nageoire pectorale, tandis que les rayons de la nageoire ventrale, surtout les rayons les plus larges, sont dentelés finement comme les rayons longs de la première ou principale caudale". L'auteur donnait le nom de *C. striolaris* à l'espèce dont les écailles sont recouvertes de stries courtes, très minces et serrées, tandis qu'il nommait *C. Kohleri* l'espèce qui possède des écailles avec des stries courtes ou des points longs et élevés.

En 1843 M. Agassiz décrivit [4]) son genre *Coelacanthus* et l'espèce

---

[1]) Pag. 83.

[2]) T. V. pag. 49. et 56.

[3]) *Neues Jahrbuch*, 1842, pag. 39.

[4]) *Recherches sur les poissons fossiles*, T. II, part. 2, pag. 170.

C. granulosus. Après avoir parlé de la forme et de la structure des nageoires, de leur rapport avec les osselets interapophysaires et de la manière dont les apophyses épineuses se combinent d'une part avec les corps des vertèbres, et d'autre part avec les osselets, l'auteur dit que, comme ordinairement il n'y a guère que l'anale et les dorsales qui aient des osselets interapophysaires, il avait conclu dans l'origine que l'anale et la dernière dorsale devaient être excessivement développées, et que la colonne vertébrale se continuait au delà de ces deux nageoires, pour former plus loin un faisceau de petits rayons implantés directement sur les vertèbres. Toutefois, par la découverte d'un exemplaire entier, il avait acquis la conviction qu'on doit envisager les nageoires d'une structure si bizarre, non comme une troisième nageoire dorsale et une seconde nageoire anale, mais comme les deux moitiés d'une large caudale, dont les rayons sont supportés par des osselets interapophysaires. L'auteur dit ensuite: „Ce qu'il y a de vraiment exceptionnel c'est le prolongement de la queue au delà de ces rayons, et le petit faisceau de rayons articulés qui entourent son extrémité. Sous ce rapport, mon genre *Coelacanthus* se rapproche fort d'un type de poisson du calcaire lithographique de Kelheim, pour lequel M. le comte de Münster a proposé le nom générique d'*Undina*. Mais malgré cette analogie et la disposition tout-à-fait semblable des autres nageoires, le poisson du calcaire lithographique se distingue par plusieurs particularités, qui ne permettent pas de le confondre avec le genre *Coelacanthus*. La différence la plus importante consiste dans la dentition. Le genre *Undina* a, d'après M. le comte de Münster, des dents en pavé assez semblables aux dents de certains pycnodontes. Le genre *Coelacanthus* a au contraire des dents coniques, comme les sauroïdes, et tout porte à croire que c'est un poisson carnassier, ensorte que, loin d'appartenir au même genre, il est douteux qu'il soit de la même famille". Ensuite M. Agassiz fait la description des autres particularités ostéologiques du genre, et termine ainsi: „Je conclus de cette description que le genre *Coelacanthus*, quoique voisin du genre *Undina* de M. le comte de Münster, en est cependant différent, et que ce dernier devra être maintenu comme un type à part de la famille des célacanthes. En conséquence il faudra exclure du genre *Coelacanthus* et reporter dans le genre *Undina* les espèces si remarquables que M. le comte de Münster à décrites et figurées dans ses Beiträge sous les noms de *Coelacanthus striolaris* et *Kohleri*."

En comparant la description de notre individu avec les fragments de texte que je viens de citer, on ne saurait douter que notre poisson ne soit un membre du genre *Undina* Münst. ou du genre *Coelacanthus* Ag. Si l'on ne porte son attention que sur les osselets apophysaires et les rayons de nageoire creux, on est forcé de voir dans notre échantillon un célacanthe, car les savants qui ont étudié les *Undina* ne parlent pas d'osselets ou de rayons creux chez ces poissons. D'un autre côté, en comparant notre individu avec les *Undina*, on trouve une série d'analogies si grande, qu'on est conduit impérieusement à insérer l'exemplaire dans ce genre. Est-ce que vraiment ces deux genres sont bien différents? Il paraît que déjà Von Münster était convaincu qu'ils doivent être réunis en un seul, sous le nom de *Coelacanthus*. Nous venons de voir qu'il a décrit deux espèces sous les noms de *Coelacanthus striolaris* et *C. Kohleri*, et cela quoique M. Agassiz dise [1]) que le poisson du calcaire lithographique se distingue par plusieurs particularités, et surtout par la dentition, qui empêchent de le confondre avec le genre *Coelacanthus*, et quoique Von Münster lui-même eût constaté que les célacanthes ont des dents coniques et les *Undina* des dents en pavé. Ne trouvant aucune trace de dents dans l'échantillon qui fait le sujet de cette étude, il m'était impossible de distinguer si j'avais devant moi un célacanthe de M. Agassiz ou un *Undina* de Von Münster, et je formais déjà le dessein de l'insérer provisoirement dans le genre *Undina* Von Münst., lorsque heureusement j'eus connaissance du mémoire de M. Von Willemoes-Suhm, intitulé *Ueber Coelacanthus und einige verwandte Gattungen* [2]). C'est ce travail qui m'a déterminé à rapporter notre individu au genre *Coelacanthus* et non à celui d'*Undina*. Pour en donner la raison il sera nécessaire de parcourir le mémoire cité.

M. Willemoes-Suhm dit qu'il a eu à sa disposition les exemplaires originaux des *Undina* de Von Münster, lesquels se trouvent à présent au musée de Munich et dans la collection de M. Dunker à Marbourg, et en même temps une espèce de célacanthe de Cirin, et deux espèces du zechstein. Pag. 74 l'auteur donne la description d'une nouvelle espèce des schistes cuprifères de Riechelsdorf, à laquelle il assigne le nom de *Coelacanthus macrocephalus*. Pag. 76 on trouve la description du *Coelacanthus Hassiae* Münst., poisson du même gisement que le précédent. Ensuite on trouve pag. 79, sous le nom de *Coelacan-*

---

[1]) *Recherches sur les poissons fossiles*, T. II, part. 2, pag. 171.

[2]) *Palaeontographica*, T. XVII, pag. 73.

thus minutus Wagner, une description du fossile décrit par And. Wagner [1]) sous le nom d'*Undina minuta.* Nous pouvons passer sous silence ces trois espèces, qui sont sans rapport direct avec l'échantillon dont nous nous occupons, pour porter notre attention entière sur la description du *Coelacanthus penicillatus* Münst.

M. Willemoes-Suhm dit qu'on trouve actuellement dans la collection de Munich trois échantillons de ce beau célacanthe. Le premier est l'exemplaire complet figuré dans les *Beiträge* du comte Von Münster, T. V. Pl. XI, fig. 1, le *C. striolaris* Münst. Le second est un fragment de la queue d'un grand exemplaire; c'est le *C. Kohleri* Münst. Le troisième est un petit fragment d'une caudale avec la seconde dorsale et la nageoire anale. Ce dernier est, d'après l'auteur, le seul qui présente clairement la caudale supplémentaire en forme de pinceau: on y compte 24 rayons. Le nombre des rayons de la caudale principale est, dans tous les exemplaires, de 17 jusqu'à 20 des deux côtés. L'anale et de même la seconde dorsale ont dans les meilleurs échantillons chacune 19 rayons. Les ventrales ne se sont pas conservées de manière à ce qu'il soit possible de compter leurs rayons. La nageoire pectorale n'est visible que dans l'individu figuré par Von Münster, mais cet organe s'est conservé si imparfaitement qu'on ne saurait compter ses rayons, ni connaître son mode d'insertion, ni savoir s'il possède une pectorale accessoire, oui ou non.

Toutes les nageoires des célacanthes du calcaire lithographique, à l'exception de la pectorale et de la caudale, sont, d'après notre auteur, portées par des os plats, dichotomés, comme c'est aussi le cas dans les célacanthes du zechstein. M. Huxley a figuré très correctement ces osselets dans sa figure schématique du genre *Undina* [2]).

On a beaucoup écrit, et quelquefois très contradictoirement, sur la dentition des genres *Undina* et *Coelacanthus.* On sait que Von Münster a décrit et figuré les dents en pavé de son *U. striolaris* [3]). Wagner a modifié cette description, en faisant connaître qu'on voyait dans l'échantillon, à la mâchoire inférieure, des plaques osseuses recouvertes de petits tubercules; mais il ne disait pas que les dents molaires de la mâchoire supérieure, figurées par Von Münster, n'étaient dues qu'à la manière dont l'objet avait été préparé, à son état de conservation et à l'ima-

---

[1]) And. Wagner, *Monographie d. foss. Fische*, etc. pag. 87.

[2]) Huxley and Egerton, *Figures and description of british organic remains*, Dec. T. X, pag. 17.

[3]) Von Münster, *Beiträge zur Petrefactenkunde*, T. V, Pl. XI, fig. 8.

gination du dessinateur, comme le prétend M. Willemoes-Suhm. D'après cet observateur, on ne trouve dans l'échantillon point de trace de telles plaques granulées ou tuberculeuses, qui devraient correspondre à celles de la mâchoire inférieure. Ces plaques ont été l'obstacle principal qui tenait séparés les *Undina* des célacanthes: les premiers auraient des dents en pavé, les seconds des dents de préhension coniques. Maintenant il semble démontré par les recherches de M. Huxley, qu'on ne connaît nullement les dents des célacanthes, attendu que l'animal dans lequel M. Agassiz a prétendu voir des dents, n'appartient ni au genre, ni à la famille des célacanthes, mais qu'il est un poisson phanéropleuronique. Le savant anglais dit qu'au contraire la description de la dentition de l'*Undina* par Von Münster est tout à fait correcte: il a vu aussi de ces dents en pavé chez les exemplaires d'*Undina Kohleri* qui se trouvent dans la collection de M. Egerton; tandis que, d'un autre côté, M. Thiollière [1]) assure que son *Undina cirinensis* présente très distinctement des dents coniques grandes et petites dans les parties antérieures de la bouche. Quelle différence! quelle contradiction! et comment donner une explication de tout cela? C'est incontestablement le plus grand mérite de l'étude de M. Willemoes-Suhm d'avoir su concilier des opinions si contradictoires. Il le fait dans les termes suivants [2]):

„Comme j'ai devant moi l'exemplaire d'après lequel Von Münster a fait sa description, je dois, après examen sérieux, énoncer comme mon opinion, que les petites plaques avec des tubercules, qu'on observe dans la mâchoire inférieure, ne sont en aucune façon des dents véritables. Ces plaques ont été situées plutôt entre les deux branches de la mâchoire inférieure, elles représentent ces petites plaques cartilagineuses que nous trouvons souvent dans la bouche et l'œsophage de nos poissons vivants. A ces plaques granulées de la mâchoire inférieure correspondent des plaques cartilagineuses semblables, plus grandes et pourvues de petits tubercules, qui sont situées au fond de la mâchoire supérieure. Une pareille plaque, recouvrant l'os palatin, est distinctement visible à l'exemplaire de Von Münster (Tab. X, fig. 2ª et non 3ª), quoiqu'elle n'ait pas été observée par le comte (v. Münster) et que, pour cette raison, elle ne se trouve pas sur la figure qu'il donne du poisson Pl. XI, fig. 1 du Tom V de ses *Beiträge*. Il est assez intéressant que des dents palatines existent de même chez le genre *Macropoma*, et

[1]) Thiollière, *Les poissons fossiles du Bugey*.

[2]) Pag. 81 du mémoire cité plus haut.

qu'en arrière de la série de dents de la mâchoire inférieure, d'après la figure donnée par M. Agassiz, se trouvent des dents qui peuvent correspondre à celles des plaques dentaires rondes du *C. penicillatus*.

„Je crois que de cette manière les observations de M. Thiollière et celles de M. Huxley peuvent être accordées entre elles. Le dernier savant a observé des plaques de la mâchoire inférieure, qui portent des tubercules plus ou moins pointus, et M. Thiollière a vu les dents véritables, qui ont une figure conique."

Il paraît donc que les recherches de M. Willemoes-Suhm ont définitivement établi que les genres *Undina* et *Coelacanthus* doivent être réunis en un seul. Von Münster avait eu la même idée, comme nous l'avons montré plus haut. La question de savoir si notre échantillon est un *Undina* ou un célacanthe est donc résolue; seulement on doit regretter que Von Münster ait donné la préférence au nom de célacanthe, et ait laissé déchoir celui d'*Undina*; peut-être a-t-il fait cela par modestie, ou par égard pour M. Agassiz. Quoi qu'il en soit, le nom de *Coelacanthus*, c'est-à-dire de poisson *à épines creuses*, est très impropre : dans aucune espèce connue du genre on ne trouve une trace d'épines, ni solides, ni creuses; ce sont les apophyses épineuses, les osselets interapophysaires et les parties inférieures des rayons des nageoires qui sont creuses. On devrait donc retenir le nom d'*Undina*, ou créer un nom nouveau pour les deux genres réunis; mais, attendu qu'on paraît généralement disposé à adopter le nom de *Coelacanthus*, nous ne voulons pas embrouiller la nomenclature, et, tout en protestant contre ce nom propre impropre, nous appellerons notre individu un célacanthe.

Recherchons maintenant si notre célacanthe est d'une espèce nouvelle, ou s'il doit être rapporté à l'une des espèces connues, trouvées dans les couches jurassiques de Kelheim. Pour cela, il faut que nous passions en revue les espèces dont nous venons de parler.

Le *C. maior* Wagn. n'est connu que par une nageoire [1]). Il est douteux si cette nageoire est une seconde dorsale, mais un fragment de pierre lithographique trouvé plus tard dans le musée de Munich, contient une caudale supplémentaire, qui appartient sans doute à l'échantillon décrit par Wagner. Cette nageoire accessoire ne présente que les empreintes de 13 rayons, mais M. Willemoes-Suhm, qui a étudié l'exemplaire, pense [2]) qu'il y avait vraisemblablement 15 ou 16 rayons à

[1]) Wagner, *Monographie d. foss. Fische d. lith. Schief.*, pag. 87.

[2]) Pag. 82 de son mémoire précité.

l'extrémité de la corde dorsale, au lieu de 24 comme chez le *C. penicillatus* Münst. Plus haut nous avons vu que la caudale accessoire de notre échantillon a possédé environ 24 rayons : l'échantillon diffère par conséquent du *C. maior* Wagner.

Le *C. penicillatus* Münst. possède d'après Von Münster une caudale supplémentaire composée de 20 à 30 rayons courts, plats et finement articulés [1]); suivant M. Willemoes-Suhm, pag. 80, cette même nageoire est composée de 24 rayons. Ce dernier nombre est celui que nous avons reconnu dans notre échantillon. D'après Von Münster, pag. 59, la caudale principale a en dessus 20 à 21, et en dessous 18 à 19 rayons. Selon M. Willemoes-Suhm, cette même nageoire compte 17 à 20 rayons aux deux côtés (pag. 80). Nous avons remarqué que notre exemplaire présente environ 20 rayons aux deux côtés de la caudale principale : notre échantillon est par conséquent, dans ces deux nageoires, assez semblable au *C. penicillatus*.

Suivant Von Münster (pag. 58) la seconde dorsale est composée de 13 à 14 rayons, et suivant M. Willemoes-Suhm de 19 rayons (pag. 80). La seconde dorsale de notre exemplaire montre 13 ou peut-être 14 rayons, ce qui est entièrement d'accord avec les indications de Von Münster, mais diffère considérablement de celles de M. Willemoes-Suhm.

D'après Von Münster et M. Willemoes-Suhm l'anale est tout à fait semblable à la seconde dorsale : elle doit donc avoir, suivant le premier auteur, 13 à 14 rayons, et suivant le second, 19 rayons. La nageoire anale de notre échantillon n'étant composée que de 10 ou 11 rayons, diffère ainsi sensiblement de celle des exemplaires du musée de Munich, surtout d'après la description de M. Willemoes-Suhm.

Von Münster dit que la première dorsale de son *C. striolaris* est formée de 8 rayons, et celle de son *C. Kohleri* de 9 rayons. M. Willemoes-Suhm ne parle pas de cette nageoire. Celle de notre échantillon se compose de 10 rayons, et s'éloigne donc des autres.

La nageoire pectorale de l'individu de Von Münster a 13 ou 14 rayons. D'après M. Willemoes-Suhm, cette nageoire s'est conservée si pitoyablement, qu'on ne saurait ni compter les rayons, ni décider si elle a été pourvue d'une nageoire accessoire, ni reconnaître son mode d'insertion. Doit-on en conclure que l'échantillon a été mutilé plus ou moins, postérieurement à l'époque où il se trouvait dans la possession du comte Von Münster? En tout cas, il paraît que ce savant a pu compter et figurer les rayons de la pectorale. Celle de notre exemplaire se compose de

---

[1]) *Beiträge zur Petrefactenkunde*, T. V, pag. 59.

10 rayons articulés et de 10 rayons simples, comme nous l'avons montré plus haut: elle présente donc une différence très grande avec le *C. penicillatus*.

Ainsi que nous l'avons vu, notre échantillon possède encore la plus grande partie de son enveloppe tégumentaire. Nous avons indiqué qu'on n'aperçoit point de trace d'écailles, mais en revanche beaucoup de tubercules longs, plus ou moins vermiformes et recouverts d'une couche d'émail. D'après Von Münster (pag. 58), les écailles de son *C. striolaris* sont proportionellement grandes, mais si minces et placées si étroitement l'une à côté de l'autre, qu'elles se présentent, surtout aux environs de la caudale, comme une peau à stries fines. Il donne quelques figures grossies de ces écailles, et dit ensuite: „Elles sont pourvues de stries fines, courtes et élevées, et les écailles du cou sont un peu granulées aux bords." Les écailles du *C. Kohleri* sont autres et constituent même la différence entre cette espèce et le *C. striolaris* (pag. 59). Ces écailles sont recouvertes de points longs et élevés, comparables à des œufs de mouche (fig. 2 de la Pl. XI). La forme extérieure des quelques écailles conservées ressemble à celle des écailles du *C. striolaris*, mais elles sont plus grandes et granulées longitudinalement à la surface supérieure, comme cela se voit dans les fig. 4 et 7 de la même planche.

M. Willemoes-Suhm, en réunissant ces deux espèces de Von Münster sous le nom de *C. penicillatus*, a naturellement dû unir dans la description qu'il en donne les caractères différents de ces écailles. Il en dit: „Aux côtés du corps la forme des écailles est à peu près ronde, et aux environs du dos elles deviennent oblongues ovales (*länglich oval*). Comme chez le *C. minutus* et le *C. granulosus*, elles sont recouvertes de petits tubercules, comparés par Von Münster à des œufs de mouche. Chaque tubercule possède une couche brillante d'émail. Chez le No. I (c'est le *C. striolaris* Münst.) on n'aperçoit des écailles que sur la surface interne, à cause de l'usure considérable qu'elles ont dû subir; elles présentent encore des anneaux concentriques à la partie postérieure. Chez le No. II (le *C. Kohleri* Münst.) toutes les écailles se recouvrent à la surface supérieure, et chez le No. III (un petit fragment de queue avec les nageoires anale et seconde dorsale) il en est de même, seulement ici les tubercules sont un peu plus longs."

Il est certainement à regretter que M. Willemoes-Suhm n'ait pas donné des figures de ces écailles; il est probable que s'il a cru pouvoir s'en dispenser, c'est que les figures de Von Münster (Pl. XI, fig. 3, 4, 5, 6 et 7) donnent une idée correcte de ces organes. En confrontant notre figure grossie d'une partie de l'enveloppe tégumentaire (fig. 5) avec

les figures de Von Münster dont nous venons de parler, il devient évident que la différence est trop grande pour pouvoir admettre qu'il s'agisse d'organes identiques ou semblables: les échantillons du musée de Munich ont des écailles véritables, notre échantillon ne possède pas une enveloppe écailleuse, sa peau ressemblait plutôt à celle de nos requins.

En résumant maintenant brièvement tout ce que nous venons de dire au sujet des analogies et des différences qu'on observe entre les exemplaires du musée de Munich et celui du musée Teyler, on voit que:

1. La longueur et la largeur, de même que la forme générale du corps, et la proportion de la tête relativement au reste du corps, sont en général identiques dans les deux échantillons complets, le *C. striolaris* Münst. et le nôtre.

2. La distribution et le nombre des nageoires sont partout les mêmes.

3. La nageoire caudale principale et la nageoire accessoire au bout de la corde dorsale, sont assez semblables dans tous les échantillons.

4. Les deux exemplaires complets ont les nageoires dorsale et anale portées sur des os plats et larges, et non sur des osselets interapophysaires, tandis que la nageoire caudale est au contraire supportée par de pareils osselets.

Voilà les analogies. Les différences sont:

1. Le nombre des rayons de la seconde dorsale est de 19, d'après M. Willemoes-Suhm, et de 13 ou 14 dans notre échantillon.

2. La nageoire anale, tout à fait semblable à la seconde dorsale dans le *C. penicillatus*, a 19 rayons, et celle de notre célacanthe se compose de 10 ou 11 rayons.

3. Une différence de quelques rayons s'observe également dans les premières nageoires dorsales.

4. La différence dans le nombre des rayons de la pectorale est assez considérable entre les deux espèces: 13 ou 14 dans le *C. penicillatus*, 20 dans le nôtre.

5. La ventrale du *C. striolaris* Münst. est petite, celle de notre échantillon est la plus grande de toutes ses nageoires.

6. Le *C. Kohleri* présente très visiblement des fulcres à la première dorsale et à la caudale; aucune des nageoires de notre individu ne possède de ces petites épines aux bords des rayons.

7. Les exemplaires du musée de Munich présentent des écailles: dans l'un (le No. III de M. Willemoes-Suhm, pag. 82) on peut même reconnaître la ligne latérale, c'est-à-dire une série longitudinale d'écail-

les percées d'un trou ou portant un petit tube. L'exemplaire du musée Teyler est couvert d'une enveloppe tégumentaire non garnie d'écailles. On sait que les fulcres aux nageoires ne sont que des écailles modifiées, c'est-à-dire des écailles de la ligne latérale. M. Pictet [1]) dit, qu'en observant la base de la nageoire, on peut voir facilement les rapports des fulcres avec les écailles, et s'assurer que les écailles de la ligne médiane, en s'allongeant et en s'appointissant, passent peu à peu à l'état de fulcres. La présence de fulcres chez les exemplaires du musée de Munich est donc la preuve qu'ils ont des écailles véritables, tandis que l'absence de fulcres chez notre individu coïncide admirablement avec une peau nue ou une enveloppe dermale recouverte de petits tubercules.

Les différences que nous venons de relever sont assurément assez notables pour prouver que notre célacanthe est le premier représentant d'une espèce nouvelle. Je propose de lui donner le nom de:

COELACANTHUS HARLEMENSIS Winkl.

parce que l'exemplaire a été étudié pour la première fois dans la ville de Harlem.

Avant de finir on me permettra de faire encore quelques observations suggérées par les exemplaires connus du genre *Coelacanthus*.

M. Agassiz, en décrivant les caractères de la famille des célacanthes [2]), parle de la colonne vertébrale, qui se prolonge entre les deux lobes de la caudale de manière à former un appendice médian effilé, et pag. 170 il fait mention du corps de la vertèbre, qui est embrassé par la fourche apophysaire. Von Münster au contraire dit de son *C. Hassiae* [3]): la colonne vertébrale n'est pas osseuse, *die Wirbelsäule ist knochenlos*, et quoique ce savant parle, pag. 59, de la colonne vertébrale épaisse, *die dicke Wirbelsäule*, de son *C. striolaris*, je crois que cela est arrivé par mégarde, et que Von Münster a voulu dire *das dicke Rückenmark*. Je le crois d'autant plus, que M. Willemoes-Suhm, dans sa description des exemplaires de Von Münster, parle toujours de la corde dorsale, *die Chorda*. On sait que tous les célacanthes étudiés par M. Agassiz sont provenus des formations de la houille, du zechstein et du muschelkalk, tandis que les espèces décrites par Von Münster, M. Willemoes-Suhm et moi sont d'origine jurassique. C'est un point digne de l'attention des naturalistes, qu'une colonne vertébrale ossifiée se

[1]) *Traité de Paléontologie*, T. II, pag. 19.

[2]) *Recherches sur les poissons fossiles*, T. II, part. 2, pag. 168.

[3]) *Beiträge zur Petrefactenkunde*, T. V, pag. 50.

trouve dans les plus anciens représentants du genre, tandis que ceux qui ont vécu pendant une période géologique plus récente ont une corde dorsale sans trace d'ossification. On sait que M. Heckel [1]) a fait des observations intéressantes sur les divers états de la colonne vertébrale des poissons, et qu'il en a déduit quelques caractères propres à aider la classification. Il a démontré, entre autres, que les divers degrés d'ossification de la colonne vertébrale concordent d'une manière remarquable avec l'histoire géologique des espèces qui les présentent. Il a prouvé que, par exemple, les pycnodontes du trias ont la corde dorsale presque nue, ceux des terrains jurassiques ont des demi-vertèbres assez développées, et ceux des terrains tertiaires ont des demi-vertèbres engrenées par des digitations. En appliquant le résultat de ces recherches au genre *Coelacanthus*, serait-il absurde de voir dans le fait que les représentants les plus jeunes sont les moins développés, une preuve d'atavisme? Et encore, ne serait-il pas nécessaire de séparer les célacanthes jurassiques de ceux des formations antérieures, d'en former un groupe à part, et de reconstruire le genre *Undina* Von Münster?

Dans sa description du *C. penicillatus*, M. Willemoes-Suhm dit (pag. 80) à propos d'un exemplaire marqué No. III: „Ce dernier est le seul qui présente clairement la caudale supplémentaire en forme de pinceau." En regardant la planche II du Tom. V des *Beiträge* de Von Münster, on reçonnaît que dans cet exemplaire (le No. I de M. Willemoes-Suhm) la caudale supplémentaire en forme de pinceau est très visible. Doit-on conclure de l'un et l'autre que l'échantillon, depuis qu'il a été étudié par Von Münster, a été usé de manière à perdre ses caractères les plus remarquables? En ce cas l'exemplaire du musée Teyler serait à présent le seul célacanthe jurassique à peu près complet et pourvu de toutes ses nageoires.

Ni Von Münster, ni M. Willemoes-Suhm ne parlent du caractère spécial des célacanthes, celui-là même qui a porté M. Agassiz à former le nom du genre, c'est-à-dire l'état creux des apophyses, des osselets interapophysaires et de la partie non articulée des rayons. Les exemplaires du musée de Munich ne laissent-ils pas observer ce caractère remarquable? Nous avons vu plus haut que notre *Coelacanthus harlemensis* présente ces os de manière qu'il n'est pas permis de douter qu'ils soient creux: il est donc le premier exemplaire jurassique qui prouve que, dans cette particularité, les célacanthes de cette période géologique ne différaient pas de ceux des terrains plus anciens.

---

[1]) *Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, Juillet 1850 pag. 143, et Novembre pag. 358.

Von Münster a vu dans ses *C. striolaris* et *C. Kohleri* l'estomac, reconnaissable à une dépression avec une couche superficielle lisse, écailleuse. M. Willemoes-Suhm ne mentionne pas l'estomac, mais parle au contraire d'une vessie natatoire grande, longue, à parois osseuses, qui en revanche semble n'avoir pas fixé l'attention de Von Münster. Ou bien est-ce le même reste qui a été pris tour à tour pour l'estomac et pour la vessie natatoire? A mon grand regret, notre *C. harlemensis* ne présente point de partie organique qui puisse être envisagée comme l'un de ces deux organes.

SUR LA

COMPOSITION DE QUELQUES ESPÈCES DE

CROWN-GLASS ET DE FLINT-GLASS,

PAR

P. J. VAN KERCKHOFF.

J'ai reçu de M. VAN DER WILLIGEN, avec prière de les soumettre à une analyse chimique, quelques morceaux de crown-glass et de flint-glass provenant des mêmes espèces de verre dont il a déterminé la réfraction et la dispersion.

Les verres dont des fragments m'ont été remis étaient les suivants:

1. Crown-glass MERZ N°. IV.
2. Crown-glass STEINHEIL N°. III.
3. Flint-glass lourd MERZ N°. I.
4. Flint-glass MERZ N°. V.
5. Flint-glass STEINHEIL, N°. II.
6. Flint-glass lourd HOFMANN N°. I.

De chacun de ces échantillons il a été fait une seule analyse, sauf du premier, qui a donné lieu à deux analyses différentes, distinguées ci-dessous par les signes 1 *a* et 1 *b*. L'accord très satisfaisant qui existe entre les résultats témoigne du soin avec lequel les déterminations ont été exécutées, sous ma surveillance, par M. VAN DER STAR, aide au laboratoire chimique de l'Université d'Utrecht.

Les déterminations quantitatives ont été faites de la manière suivante:

Le verre, réduit en poudre fine dans un mortier d'agate et séché à une température déterminée, était fondu dans un creuset de platine avec un mélange de carbonate de soude et de carbonate de potasse

purs. Après refroidissement, la masse était traitée par l'eau distillée et ensuite par l'acide nitrique, puis évaporée à siccité et reprise par l'acide nitrique et par l'eau; l'acide silicique mis en liberté était séparé par filtration et lavé à différentes reprises avec de l'eau chaude.

Dans le liquide filtré on faisait passer, jusqu'à sursaturation, un courant de gaz sulfhydrique; le sulfure de plomb précipité était recueilli sur un filtre, lavé, puis traité dans un creuset de porcelaine par l'acide nitrique et l'acide sulfurique, et soumis à la calcination, jusqu'à ce que la masse fût devenue blanche et que le poids demeurât constant.

Le liquide, débarrassé du sulfure de plomb, était chauffé pour chasser l'acide sulfhydrique, sursaturé par l'ammoniaque et filtré à l'abri du contact de l'air; le précipité était redissous dans l'acide chlorhydrique, et la dissolution précipitée par un excès de soude caustique. L'oxyde de fer étant séparé par le filtre, la solution était acidifiée par l'acide chlorhydrique et précipitée de nouveau par l'ammoniaque. Après lavage et calcination, on prenait le poids des précipités formés.

Le liquide privé d'oxyde de fer et d'alumine était chauffé, puis précipité par l'oxalate d'ammoniaque; le précipité était lavé, séché, calciné, chauffé de nouveau avec du carbonate d'ammoniaque et pesé; quant au liquide provenant de la filtration, on y ajoutait du phosphate de soude et de l'ammoniaque, et le précipité résultant de ce mélange était lavé, séché et pesé à l'état de pyrophosphate de magnésie.

Une autre portion de la poudre séchée du verre était exposée dans une capsule de platine, placée dans un vase de plomb, à l'action prolongée de l'acide fluorhydrique que dégageait un mélange de spath fluor et d'acide sulfurique; cette opération était ensuite répétée, après humectation avec un peu d'eau, sous l'influence d'une douce chaleur. La masse était alors mouillée d'acide sulfurique, l'excès d'acide chassé avec précaution, le résidu calciné légèrement et traité par l'eau.

Le liquide provenant de la filtration et du lavage du sulfate de plomb non dissous était débarrassé par l'acide sulfhydrique gazeux du sel de plomb qu'il pouvait contenir, et le sulfure de plomb obtenu était transformé en sulfate.

Au liquide filtré et exempt de plomb on ajoutait du chlorure de barium pour éloigner l'acide sulfurique, après quoi on en séparait la baryte, la chaux, l'oxyde de fer et l'alumine par le carbonate d'ammoniaque et l'ammoniaque. L'ammoniaque ayant été chassée du liquide filtré, on précipitait l'acide phosphorique par l'acétate de plomb et, après une nouvelle filtration, on se débarrassait du plomb par le carbonate d'ammoniaque et l'ammoniaque. Le liquide obtenu était alors

évaporé, et le résidu calciné légèrement et pesé, pour la détermination des chlorures alcalins. Ceux-ci étaient dissous dans l'eau, additionnés de bichlorure de platine, évaporés à siccité et débarrassés de la partie soluble par un mélange d'alcool et d'éther, après quoi le résidu était séché à 100°, puis pesé.

1*a*. — Crown-glass Merz N°. IV. (A).

Séché à 110° C.

creuset + verre séché	=	36,482
creuset.		34,418
verre	=	2,064

Calciné avec le carbonate sodico-potassique, etc., a donné:

cr. + acide silicique	=	26,321
cr.		25,102
par conséquent, *acide silicique*.	=	1,219
		59,1 %
cr. + sulfate de plomb	=	28,875
cr.		28,632
sulfate de plomb.	=	0,243
par conséquent, *oxyde de plomb*		8,7 %
cr. + oxyde de fer	=	24,712
cr.		24,697
par conséquent, *oxyde de fer*	=	0,015
		0,7 %
cr. + alumine	=	25,108
cr.		25,102
par conséquent, *alumine*	=	0,006
		0,3 %
cr. + carbonate de chaux	=	25,340
cr.		25,101
carbonate de chaux	=	0,239
par conséquent, *chaux*		0,1338
		6,5 %

cr. + pyrophosphate de magnésie . . . . = 24,719
cr. 24,697
pyrophosphate de magnésie . . . . = 0,022
par conséquent, *magnésie* 0,008
0,4 %

Nouvelle portion pour les alcalis.

capsule + verre séché . . . . = 16,973
capsule 15,657
verre. . . . . = 1,316

Mis en présence du mélange de spath fluor et d'acide sulfurique, etc., a donné :

1) cr. + sulfate de plomb . . . . = 15,770
cr. 15,660
sulfate de plomb (1) . . . . = 0,110

traité le liquide filtré par H_2S, etc.

2) cr. + sulfate de plomb . . . . = 28,676
cr. 28,632
sulfate de plomb (2) 0,044
" " " (1) 0,110
par conséquent, sulfate de plomb . . . = 0,154
oxyde de plomb 0,1226
8,6 %

caps. + chlorure de potassium + chlorure de sodium. . = 16,172
caps. 15,654
Chlor de potassium + chlor de sodium . . . . = 0,518

traité par le bichlorure de platine, etc.

chlorure de platine + chlorure de potassium . . = 1,442
donne chlorure de potassium . . 0,439
potasse 0,277
21,0 %

par conséquent, chlorure de sodium . . . . . . = 0,079
soude 0,0419
3,4 %

Composition en 100 *parties.*

acide silicique	59,1
oxyde de plomb	8,7
chaux	6,5
magnésie	0,4
oxyde de fer	0,7
alumine	0,3
potasse	21,0
soude	3,4
	100,1

1 *b.* — Crown-glass Merz N°. IV. (B).

Séché à 117° C.

cr. + verre séché	=	32,6490
cr.		30,0055
verre	=	2,6435

Calciné avec le carbonate sodico-potassique, etc.

cr. + acide silicique	=	30,2245
cr.		28,6590
acide silicique	=	1,5655
		59,2 %
cr. + sulfate de plomb	=	28,6000
cr.		28,2955
sulfate de plomb	=	0,3045
par conséquent, *oxyde de plomb*		0,2238
		8,4 %
cr. + carbonate de chaux	=	28,5705
cr.		28,2950
carbonate de chaux	=	0,2755
par conséquent, *chaux*		0,1543
		5,8 %
cr. + pyrophosph. de magnésie	=	7,1130
cr.		7,0770
pyrophosph de magnésie	=	0,0360
par conséquent, *magnésie*		0,0131
		0,5 %

cr. + oxyde de fer . . . . = 13,0400
cr. 13,0125
oxyde de fer . . . . = 0,0275
1,0 %

cr. + alumine . . . . = 12,4165
cr. 12,4080
alumine . . . . = 0,0085
0,3 %

Nouvelle portion pour les alcalis.

caps. + verre séché . . . . = 18,2120
caps. 15,6425
verre . . . . . = 2,5695

Exposé aux vapeurs d'acide fluorhydrique, etc.

cr. + sulfate de plomb . . . . = 15,2335
cr. 15,9780
sulfate de plomb (1) 0,2555

cr. + sulfate de plomb . . . . = 6,9665
cr. 6,9290
sulfate de plomb (2) 0,0375

(1) et (2) ajoutés ensemble donnent :

sulfate de plomb . . . . = 0,2930
par conséquent, *oxyde de plomb* 0,2153
8,4 %

cr. + chlorure de potassium + chlorure de sodium . . . = 16,6605
cr. 15,6420
chlorure de potassium + chlorure de sodium . . = 1,0185

chlorure de platine + chlorure de potassium . = 2,7835
par conséquent, chlorure de potassium. 0,8481
potasse 0,5350
20,8 %

et chlorure de sodium . . = 0,1704
soude 0,0903
3,5 %

Composition en 100 parties.

acide silicique	59,2
oxyde de plomb	8,4
chaux	5,8
magnésie	0,5
oxyde de fer	1,0
alumine	0,3
potasse	20,8
soude	3,5
	99,5

2. — Crown-glass STEINHEIL N°. III. (C).

Séché à 117° C.

cr. + verre séché =	31,6355
cr.	30,0030
verre =	1,6325

Calciné avec le carbonate sodico-potassique, etc.

cr. + acide silicique =	29,7865
cr.	28,6230
acide silicique =	1,1635
	71,3 %
cr. + sulfate de plomb =	28,8110
cr.	28,6235
sulfate de plomb =	0,1875
par conséquent, *oxyde de plomb*	0,1378
	8,4 %
cr. + pyrophosphate de magnésie =	7,0825
cr.	7,0640
pyrophosphate de magnésie =	0,0185
par conséquent, *magnésie*	0,0067
	0,4 %
cr. + oxyde de fer =	7,0980
cr.	7,0795
par conséquent, *oxyde de fer* =	0,0185
	1,1 %

cr. + carbonate de chaux . . . . = 13,0890
cr. 12,9970
carbonate de chaux. . . . . = 0,0920
par conséquent, *chaux* 0,0443
2,7 %

cr. + alumine. = 12,2210
cr. 12,2155
alumine 0,0055
0,3 %

Nouvelle portion pour les alcalis.

caps. + verre séché . . . . = 19,6845
caps. 18,2685
verre . . . . = 1,4160

Exposé aux vapeurs d'acide fluorhydrique, etc.

caps. + sulfate de plomb . . . . = 18,4230
caps. 18,2685
sulfate de plomb (1). . . . . = 0,1545

caps. + sulfate de plomb . . . . = 16,4150
caps. 16,4090
sulfate de plomb (2) . . . . = 0,0060

(1) et (2) ajoutés ensemble donnent :

sulfate de plomb . . . . = 0,1605
par conséquent, *oxyde de plomb* 0,1180
8,3 %

caps. + chlorure de potassium + chlorure de sodium. . = 18,6455
caps. 18,2640
chlorure de potassium + chlorure de sodium. . . = 0,3815

chlorure de platine + chlorure de potassium . = 1,1380
chlorure de potassium . 0,3468
potasse 0,2175
15,4 %

chlorure de sodium . . . = 0,0347
soude 0,0184
1,3 %

Composition en 100 parties.

acide silicique	71,3
oxyde de plomb	8,4
chaux	2,7
magnésie	0,4
oxyde de fer	1,1
alumine	0,3
potasse	15,4
soude	1,3
	100,9

3. — Flint-glass lourd Merz No. I. (D).

Séché à 122° C.

cr. + verre séché	= 31,2610
cr.	29,9295
verre	= 1,3315

Calciné avec le carbonate sodico-potassique, etc.

cr. + acide silicique	= 30,2950
cr.	29,9025
acide silicique	= 0,3925
	29,5 %
cr. + sulfate de plomb	= 29,7065
cr.	28,6035
sulfate de plomb	= 1,1030
par conséquent, *oxyde de plomb*	0,804
	60,4 %
cr. + pyrophosphate de magnésie	= 6,1375
cr.	6,1240
pyroposphate de magnésie	= 0,0135
par conséquent, *magnésie*	0,0049
	0,4 %
cr. + oxyde de fer	= 6,1595
cr.	6,1500
oxyde de fer	= 0,0095
	0,7 %

cr. + carbonate de chaux . . . . = 8,9905
cr. 8,9790
carbonate de chaux . . . . = 0,0115
par conséquent, *chaux* 0,0064
0,5 %

cr. + alumine . . . . = 29,9145
cr. 29,9030
alumine . . . . = 0,0115
0,9 %

Nouvelle portion pour les alcalis.

caps. + verre séché . . . . = 17,4470
caps. 15,6355
verre . . . . = 1,8115

Exposé aux vapeurs d'acide fluorhydrique, etc.

caps. + sulfate de plomb . . . . = 17,1260
caps. 15,6355
sulfate de plomb (1) . . . . = 1,4905

cr. + sulfate de plomb . . . . = 8,9845
cr. 8,9785
sulfate de plomb (2). . . . . = 0,0060

(1) et (2) ajoutés ensemble donnent :

sulfate de plomb . . . . = 1,4965
par conséquent, *oxyde de plomb* 1,1001
60,7 %

cr. + chlorure de potassium + chlorure de sodium. . . = 30,133
cr. 29,902
chlorure de potassium + chlorure de sodium. . . = 0,231

chlorure de platine + chlorure de potassium . . = 0,574
par conséquent, chlorure de potassium . . 0,175
potasse 0,1105
6,1 %

chlorure de sodium 0,056
soude. 0,0296
1,7 %

Composition en 100 parties.

acide silicique	29,5
oxyde de plomb	60,4
chaux	0,5
magnésie	0,4
oxyde de fer	0,7
alumine	0,9
potasse	6,1
soude	1,7
	100,2

4. — Flint-glass Merz N°. V. (E).

Séché à 122° C.

cr. + verre séché	= 30,992
cr.	29,952
verre	= 1,040
cr. + acide silicique	= 30,3485
cr.	29,9020
acide silicique	= 0,4465
	42,9 %
cr. + sulfate de plomb	= 6,6930
cr.	6,1080
sulfate de plomb	= 0,5850
par conséquent, *oxyde de plomb*	0,4305
	41,3 %
cr. + carbonate de chaux	= 8,9875
cr.	8,9780
carbonate de chaux	= 0,0095
par conséquent, *chaux*	0,0053
	0,5 %
cr. + pyrophosphate de magnésie	= 6,1590
cr.	6,1505
pyrophosphate de magnésie	= 0,0085
par conséquent, *magnésie*	0,0031
	0,3 %

cr. + oxyde de fer . . . . = 15,6440
cr. 15,6335
oxyde de fer . . . . = 0,0105
1,0 %

cr. + alumine . . . . = 8,9845
cr. 8,9770
alumine . . . . = 0,0075
0,7 %

Nouvelle portion pour les alcalis.

caps. + verre séché . . . . = 19,2040
caps. 18,2605
0,9435

Exposé aux vapeurs d'acide fluorhydrique, etc.

caps. + sulfate de plomb. . . . . = 18,7890
caps. 18,2605
sulfate de plomb (1) . . . . = 0,5285

cr. + sulfate de plomb . . . . = 8,9865
cr. 8,9780
sulfate de plomb (2) . . . . = 0,0085

(1) et (2) ajoutés ensemble donnent :

sulfate de plomb . . . . = 0,537
par conséquent, *oxyde de plomb* 0,3940
41,8 %

cr. + chlorure de potassium + chlorure de sodium. . = 30,1130
cr. 29,9015
chlorure de potassium + chlorure de sodium. . = 0,2115

chlorure de platine + chorure de potassium . = 0,472
par conséquent, chlorure de potassium . 0,144
potasse 0,0909
9,6 %

chlorure de sodium . . . = 0,0675
soude. 0,0358
3,8 %

Composition en 100 *parties.*

acide silicique	42,9
oxyde de plomb	41,5
chaux	0,5
magnésie	0,3
oxyde de fer	1,0
alumine	0,7
potasse	9,6
soude	3,8
	100,3

5. — Flint-glass Steinheil, N°. II. (F).

Séché à 120° C.

cr. + verre séché	= 31,0845
cr.	29,8310
verre	= 1,2535
cr. + acide silicique	= 34,8400
cr.	34,1535
acide silicique	= 0,6865
	54,8 %
cr. + sulfate de plomb	= 8,5965
cr.	7,9655
sulfate de plomb	= 0,6310
par conséquent, *oxyde de plomb*	0,4638
	37,0 %
cr. + carbonate de chaux	= 34,1670
cr.	34,1535
carbonate de chaux	= 0,0135
par conséquent, *chaux*	0,0076
	0,6 %
cr. + pyrophosphate de magnésie	= 7,1240
cr.	7,1185
pyrophosphate de magnésie	= 0,0055
par conséquent, *magnésie*	0,002
	0,2 %

cr. + oxyde de fer	=	6,1570
cr.		6,1485
oxyde de fer	=	0,0085
		0,7 %
cr. + alumine	=	7,1200
cr.		7,1140
alumine	=	0,0060
		0,4 %

Nouvelle portion pour les alcalis.

caps. + verre séché	=	17,4470
caps.		15,6315
verre	=	1,8155

Exposé aux vapeurs d'acide fluorhydrique, etc.

cr. + sulfate de plomb	=	16,5140
cr.		15,6315
sulfate de plomb (1)	=	0,8825
cr. + sulfate de plomb	=	8,0070
cr.		7,9625
sulfate de plomb (2)	=	0,0445

(1) et (2) ajoutés ensemble donnent :

sulfate de plomb	=	0,9270
par conséquent, *oxyde de plomb*		0,6814
		37,5 %

cr. + chlorure de potassium + chlorure de sodium	=	30,031
cr.		29,832
chlorure de potassium + chlorure de sodium	=	0,199

chlorure de platine + chlorure de potassium	=	0,5485
par conséquent, chlorure de potassium		0,1675
potasse		0,1059
		5,8 %
chlorure de sodium	=	0,0315
soude		0,0167
		0,8 %

Composition en 100 parties.

acide silicique	54,8
oxyde de plomb	37,0
chaux	0,6
magnésie	0,2
oxyde de fer	0,7
alumine	0,4
potasse	5,8
soude	0,8
	100,3

6. — Flint-glass lourd Hofmann N°. I. (G).

Séché à 120° C.

cr. + verre séché	= 31,4370
cr.	29,8345
verre	= 1,6025
cr. + acide silicique	= 34,8145
cr.	34,1530
acide silicique	= 0,6615
	41,3 %
cr. + sulfate de plomb	= 18,4355
cr.	17,2590
sulfate de plomb	= 1,1765
par conséquent, *oxyde de plomb*	0,8648
	54,0 %
cr. + carbonate de chaux	= 6,1565
cr.	6,1495
carbonate de chaux	= 0,0070
par conséquent, *chaux*	0,0039
	0,2 %
cr. + pyrophosphate de magnésie	= 29,8395
cr.	29,8340
pyrophosphate de magnésie	= 0,0055
par conséquent, *magnésie*	0,0020
	0,1 %

cr. + oxyde de fer	= 6,2475
cr.	6,2380
oxyde de fer	= 0,0095
	0,6 %
cr. + alumine	= 6,1605
cr.	6,1485
alumine	= 0,0120
	0,7 %

Nouvelle portion pour les alcalis.

caps. + verre séché	= 20,4010
caps.	18,2525
verre.	= 2,1485

Exposé aux vapeurs d'acide fluorhydrique, etc.

cr. + sulfate de plomb	= 19,8050
cr.	18,2525
sulfate de plomb (1)	= 1,5525
cr. + sulfate de plomb	= 7,9860
cr.	7,9650
sulfate de plomb (2)	= 0,0210

(1) et (2) ajoutés ensemble donnent

sulfate de plomb	= 1,5735
par conséquent, *oxyde de plomb*	1,1567
	53,8 %
cr. + chlorure de potassium + chlorure de sodium. .	= 29,9640
cr.	29,8310
chlorure de potassium + chlorure de sodium . .	= 0,1330
chlorure de platine + chlorure de potassium .	= 0,3970
par conséquent, chlorure de potassium .	0,1210
potasse.	0,0763
	3,5 %
chlorure de sodium . . .	= 0,012
soude.	0,0064
	0,3 %

Composition en 100 *parties.*

acide silicique	41,3
oxyde de plomb	53,9
chaux	0,2
magnésie	0,1
oxyde de fer	0,6
alumine	0,7
potasse	3,5
soude	0,3
	100,6

Au point de vue de la relation qui peut exister entre les propriétés physiques étudiées par M. VAN DER WILLIGEN et la composition chimique de ses verres, j'ai pensé qu'il ne serait pas sans intérêt de calculer, d'après les données analytiques, à quels genres de silicates ils peuvent être rapportés. En partant du principe que les bases sont susceptibles de se remplacer mutuellement dans leurs combinaisons avec l'acide silicique, ou (ce qui revient au même) que les métaux qu'elles renferment peuvent se substituer l'un à l'autre équivalent à équivalent, j'ai déduit des analyses le rapport des quantités d'oxygène qu'il est permis de regarder comme unies à chacun des métaux, après quoi j'ai comparé la somme des quantités d'oxygène de toutes les bases avec la quantité d'oxygène de l'acide silicique.

De cette manière, j'ai obtenu pour la quantité d'oxygène les nombres suivants :

	1	2	3	4	5	6
Acide silicique	31,57	38,02	15,73	22,87	29,22	22,03
Oxyde de plomb	0,62	0,61	4,33	2,97	2,65	3,86
Chaux	1,86	0,77	0,14	0,14	0,17	0,06
Magnésie	0,16	0,16	0,16	0,12	0,08	0,04
Oxyde de fer	0,21	0,33	0,21	0,30	0,21	0,18
Alumine	0,14	0,14	0,42	0,32	0,19	0,32
Potasse	3,57	2,56	1,04	1,63	0,98	0,59
Soude	0,83	0,34	0,44	0,98	0,21	0,08
Somme de l'oxygène de toutes les bases	7,39	4,91	6,74	6,46	4,49	5,13
Rapport entre l'oxygène de l'acide silicique et celui des bases	$\frac{2}{0,468}$	$\frac{2}{0,247}$	$\frac{2}{0,857}$	$\frac{2}{0,565}$	$\frac{2}{0,307}$	$\frac{2}{0,465}$

Dans l'expression de ces rapports, la quantité d'oxygène l'acide de silicique a été posée égale à 2, attendu qu'on peut regarder comme définitivement établi que le silicium est quadrivalent et que, par conséquent, la formule de l'acide silicique est $Si O_2$. Les derniers chiffres proportionnels obtenus doivent maintenant être multipliés par un coefficient tel, que la quantité d'oxygène de l'ensemble des bases devienne égale à 1 ou à un multiple de l'unité. En exécutant ce calcul, on obtient les rapports suivants :

1.	2.	3.	4.	5.	6.
4 : 0,986	8 : 0,988	14 : 5,999	10 : 2,825	6 : 0,921	4 : 0,980

qui reviennent approximativement à ceux-ci :

4 : 1	8 : 1	14 : 6	10 : 3	6 : 1	4 : 1

ou à ceux-ci :

64 : 16	128 : 16	224 : 96	160 : 48	69 : 16	64 : 16

En considérant les silicates en question comme des hydrates d'acide silicique, dans lesquels l'hydrogène serait remplacé par une somme équivalente des différents métaux, ces hydrates siliciques auraient les formules suivantes :

	Notation dualistique.	Notation typique.
1	$H_2 O, 2 Si O_2$	$\left.\begin{matrix} Si_2 \\ H_2 \end{matrix}\right\} O_5$
2	$H_2 O, 4 Si O_2$	$\left.\begin{matrix} Si_4 \\ H_2 \end{matrix}\right\} O_9$
3	$6 H_2 O, 7 Si O_2$	$\left.\begin{matrix} Si_7 \\ H_{12} \end{matrix}\right\} O_{20}$
4	$3 H_2 O, 5 Si O_2$	$\left.\begin{matrix} Si_5 \\ H_6 \end{matrix}\right\} O_{13}$
5	$H_2 O, 3 Si O_2$	$\left.\begin{matrix} Si_3 \\ H_2 \end{matrix}\right\} O_7$
6	$H_2 O, 2 Si O_2$	$\left.\begin{matrix} Si_2 \\ H_2 \end{matrix}\right\} O_5$

où la quantité d'oxygène, supposée en combinaison avec l'hydrogène, est la même que celle qu'on regarde comme unie à l'ensemble des métaux.

Pour rechercher maintenant jusqu'à quel point de pareilles formules montrent un accord suffisant avec les résultats de l'analyse, j'ai procédé d'une manière que je vais exposer en prenant pour exemple le calcul relatif au N°. 1.

D'après la formule, la quantité d'oxygène unie aux métaux s'élève à 16, celle de l'oxygène de l'acide silicique, à 64. D'après l'analyse, la quantité d'oxygène des bases est:

pour PbO	0,62
CaO	1,86
MgO	0,16
Fe_2O_3	0,21
Al_2O_3	0,14
K_2O	3,57
Na_2O	0,83
ensemble	7,39

En posant la proportion $7,39 : 0,62 = 16 : x$, on trouve que sur le chiffre total de l'oxygène des bases, savoir 16, il y a 1,35 en combinaison avec le plomb. Appliquant le même calcul aux autres principes constituants, on obtient pour l'oxygène uni

au plomb	1,35
calcium	4,03
magnésium	0,33
fer (à l'état d'oxyde)	0,46
aluminium	0,30
potassium	7,73
sodium	1,80
	16,—

De ces quantités d'oxygène trouvées on remonte par le calcul aux quantités des bases elles-mêmes; pour le plomb, par exemple, on a:

oxygène.		oxyde de plomb.		oxygène.		oxyde de plomb.
16	:	207 + 16	=	1,35	:	x

On trouve de cette manière :

pour	PbO	18,82
	CaO	14,10
	MgO	0,82
	Fe_2O_3	1,53
	Al_2O_3	0,64
	K_2O	45,41
	Na_2O	6,97
		88,29

Avec ces 88,29 parties pondérales de bases, contenant ensemble 16 parties d'oxygène, sont combinées, d'après la formule proposée, 120 parties d'acide silicique, renfermant 4 × 16 = 64 parties d'oxygène.

Pour contrôler la formule proposée $\left.\begin{matrix} Si_2 \\ (Pb.Ca.Mg.Fe_2.Al_2.K_2.Na^2)'' \end{matrix}\right\} O_5$, il faut comparer entre elles la composition calculée et la composition trouvée :

	Calculé.		Trouvé.
Acide silicique	120,—	57,7	59,1
Oxyde de plomb.	18,82	9,0	8,6
Chaux	14,10	6,8	6,5
Magnésie	0,82	0,4	0,4
Oxyde de fer.	1,53	0,7	0,7
Alumine	0,64	0,3	0,3
Potasse	45,41	21,8	21,0
Soude.	6,97	3,3	3,2
	208,29	100,—	99,8

Tout comme il vient d'être expliqué pour le verre N°. 1, on a établi pour les autres échantillons la comparaison entre la composition trouvée et celle qui se déduit de la formule la plus probable. Voici les résultats auxquels on est parvenu.

N°. 2.

	Calculé d'après la formule $\left.\begin{matrix} Si_4 \\ (Pb.Ca.Mg.Fe_2.Al_2.K_2.Na_2)^{II} \end{matrix}\right\} O$		Trouvé.
Acide silicique.	240,—	71,5	71,3
Oxyde de plomb . . .	27,74	8,3	8,5
Chaux.	8,78	2,6	2,7
Magnésie	1,30	0,4	0,4
Oxyde de fer	3,57	1,0	1,1
Alumine.	0,99	0,3	0,3
Potasse	48,99	14,6	15,1
Soude	4,30	1,3	1,3
	335,67	100,—	100,7

N°. 3.

	Calculé d'après la formule $\left.\begin{matrix} Si_7 \\ (Pb.\ Ca.\ Mg.\ Fe_2.\ Al_2.\ K_2.\ Na_2)^{XII} \end{matrix}\right\} O_{20}$		Trouvé.
Acide silicique	420,—	29,5	29,5
Oxyde de plomb . . .	858,5	60,2	60,4
Chaux.	7,0	0,5	0,5
Magnésie	5,7	0,4	0,4
Oxyde de fer.	9,7	0,7	0,7
Alumine.	12,9	0,9	0,9
Potasse	87,5	6,1	6,1
Soude	24,4	1,7	1,7
	1425,7	100,—	100,2

N°. 4.

	Calculé d'après la formule $\left.\begin{matrix} Si_5 \\ (Pb.\ Ca.\ Mg.\ Fe_2.\ Al_2.\ K_2.\ Na_2)^{VI} \end{matrix}\right\} O_{16}$		Trouvé.
Acide silicique	300,—	41,3	42,9
Oxyde de plomb . . .	307,60	42,4	41,5
Chaux.	3,64	0,5	0,5
Magnésie	2,25	0,3	0,3
Oxyde de fer.	7,43	1,0	1,0
Alumine.	5,04	0,7	0,7
Potasse	71,26	9,9	9,6
Soude	28,21	3,9	3,8
	725,43	100,—	100,3

N°. 5.

	Calculé d'après la formule $\left.\begin{matrix} Si_2 \\ (Pb. Ca. Mg. Fe_2. Al_2. K_2. N_2)''\end{matrix}\right\} O_2$		Trouvé.
Acide silicique	180,—	52,6	54,8
Oxyde de plomb . . .	132,41	38,6	37,0
Chaux.	2,10	0,6	0,6
Magnésie	0,70	0,2	0,2
Oxyde de fer.	2,43	0,7	0,7
Alumine.	1,77	0,5	0,4
Potasse	20,50	6,0	5,8
Soude	2,83	0,8	0,8
	342,74	100,—	100,3

N°. 6.

	Calculé d'après la formule $\left.\begin{matrix} Si_2 \\ (Pb. Ca. Mg. Fe_2. Al_2. K_2. Na_2)''\end{matrix}\right\} O_2$		Trouvé.
Acide silicique	120,—	39,4	41,3
Oxyde de plomb . . .	167,95	55,1	53,9
Chaux.	0,63	0,2	0,2
Magnésie	0,30	0,1	0,1
Oxyde de fer.	1,83	0,6	0,6
Alumine.	2,15	0,7	0,7
Potasse	10,93	3,6	3,5
Soude	0,93	0,3	0,3
	304,72	100,—	100,6

Pour les échantillons de verre N°. 2 et 3, l'accord entre la composition calculée d'après les formules et celle qui a été trouvée directement, offre un degré d'exactitude qu'on n'obtient que rarement avec les silicates. Dans les autres N^{os}. on observe des écarts plus ou moins grands. Parmi les différentes formules qui se laissent déduire d'une manière approchée de l'analyse, j'ai cru devoir donner la préférence à celles qui indiquent un peu moins d'acide silicique qu'on n'en a trouvé réellement, et cela pour la raison très simple que, dans une masse fondue de silicates, le sel qui existe comme élément essentiel peut très facilement se charger mécaniquement d'une faible quantité d'un silicate

plus acide. Par suite de cette circonstance, on remarque dans les tableaux comparatifs précédents, que la silice trouvée est en proportion un peu plus forte que la silice calculée, tandis que le contraire a lieu pour les bases.

Si les formules trouvées ci-dessus expriment la composition approchée des six espèces de verre, il devient facile de déduire de leur comparaison mutuelle le degré de prédominance de l'acide silicique sur les bases. On n'a qu'à écrire les formules de telle façon, qu'elles assignent toutes la même valence à l'ensemble des métaux. En représentant ces métaux, pour abréger, par le signe M, et en observant que le chiffre le plus élevé que leur valence atteigne est de douze, savoir dans le verre N°. 3, on obtient le tableau comparatif suivant:

1.	2.	3.	4.	5.	6.
$\left.\begin{matrix}Si_{12}\\M^{XII}\end{matrix}\right\}O_{30}$	$\left.\begin{matrix}Si_{24}\\M^{XII}\end{matrix}\right\}O_{54}$	$\left.\begin{matrix}Si_{7}\\M^{XII}\end{matrix}\right\}O_{20}$	$\left.\begin{matrix}Si_{10}\\M^{XII}\end{matrix}\right\}O_{26}$	$\left.\begin{matrix}Si_{18}\\M^{XII}\end{matrix}\right\}O_{42}$	$\left.\begin{matrix}Si_{12}\\M^{XII}\end{matrix}\right\}O_{30}$

Le silicate le moins acide (ou le plus basique) est donc le N°. 3; vient ensuite le N°. 4; puis les N°s. 1 et 6, dont la basicité est égale; le N°. 5, qui est beaucoup plus acide; et enfin le N°. 2, le plus acide de tous.

Les N°s. 1 et 6, qui au fond sont constitués par un seul et même silicate, — en ce sens que l'ensemble des métaux y a la même valeur par rapport au silicium et à l'oxygène, et qu'ils ne diffèrent entre eux que par la proportion relative des métaux, — me paraissent très propres à résoudre la question de savoir jusqu'à quel point les propriétés physiques de ces espèces de verre dépendent de la nature et des proportions relatives des métaux. — Les divers N^os^., considérés tous ensemble, pourront conduire peut-être à la découverte de quelque relation entre les propriétés physiques et le caractère plus ou moins acide des silicates.

Pour faciliter la comparaison entre les qualités physiques de ces verres et leur composition chimique, il ne sera pas inutile, me semble-t-il, de calculer encore le rapport qui existe entre les éléments essentiels, savoir entre l'acide silicique, l'oxyde de plomb et les bases alcalines.

Si l'on regarde les petites quantités d'oxyde de fer, d'alumine et de magnésie comme des impuretés pouvant être négligées, et si l'on com-

pare alors la proportion d'oxygène de l'acide silicique, de l'oxyde de plomb et des alcalis. la chaux étant comprise dans ces derniers, on arrive aux rapports suivants :

Quantité d'oxygène de

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Acide silicique	31,57	38,02	15,73	22,87	29,22	22,03
Oxyde de plomb . . .	0,62	0,61	4,33	2,97	2,65	3,86
Alcalis et Chaux . . .	6,26	3,67	1,62	2,75	1,36	0,73

rapports qui reviennent à ceux-ci :

50,0	62,0	9,7	8,3	21,5	30,1
1,0	1,0	2,7	1,0	2,0	5,2
10,0	6,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Si l'on néglige seulement l'oxyde de fer et l'alumine, et qu'on joigne la magnésie aux alcalis, on obtient :

Quantité d'oxygène.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Acide silicique.	31,57	38,02	15,73	22,87	29,22	22,03
Oxyde de plomb.	0,62	0,61	4,33	2,97	2,65	3,86
Alcalis, chaux et magnésie .	6,42	3,83	1,78	2,87	1,44	0,77

rapports qui reviennent à ceux-ci :

50,0	62,0	9,0	8,0	20,0	28,6
1,0	1,0	2,4	1,0	1,8	5,0
10,3	6,2	1,0	1,0	1,0	1,0

D'après ces deux tableaux, il est permis d'adopter comme valeurs moyennes des rapports, les nombres suivants :

1.	2.	3.	4.	5.	6.
50	60	18	8	20	30
1	1	5	1	2	5
10	6	2	1	1	1

En rendant la quantité d'oxygène de l'oxyde de plomb la même dans les six espèces de verre, il vient :

Rapport des quantités d'oxygène de

1.	2.	3.	4.	5.	6.
500	600	36	80	100	60
10	10	10	10	10	10
100	60	4	10	5	2

En supposant égales au contraire, dans les six échantillons, les quantités d'oxygène des alcalis et des terres alcalines, on trouve :

Rapport des quantités d'oxygène de

1.	2.	3.	4.	5.	6.
150	300	270	240	600	900
3	5	75	30	60	150
30	30	30	30	30	30

Comme les quantités d'acide silicique sont proportionnelles aux quantités d'oxygène qu'elles renferment, elles sont comparables entre elles dans les six échantillons. Il en est de même pour les quantités d'oxyde de plomb. Mais, quant aux alcalis et aux terres alcalines, l'oxygène ne s'y trouvant pas uni à un métal unique, mais en partie au potassium, en partie au sodium, au calcium ou au magnésium, la somme de ces bases n'est plus comparable dans les différents spécimens de verre. Pour ce motif, je me borne aux comparaisons ci-dessus, entre les quantités d'oxygène des principaux éléments.

SUR LES MESURES NATURELLES,

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

---

1. Huygens, dans son *Horol. Oscill.* [1]), s'exprimait ainsi : „Caeterum penduli longitudinem, rotis quemadmodum diximus ordinatis, eam esse opportet ut scrupula secunda singulis recursibus metiatur, quae longitudo tripedalis est, et commode in schemate exhiberi non potuit. Tripedalem dico, non alicujus respectu pedis qui apud Europae gentem hanc illamve in usu sit, sed certo aeternoque pedis modulo ab ipsa hujus penduli longitudine desumpto, quem *Pedem Horarium* in posterum appellare liceat, ad illam enim omnium aliorum pedum mensurae referri debent quas incorruptas posteris tradere voluerimus. Neque enim, verbi gratiâ, ignorabitur unquam venturis saeculis Parisini pedis modus, dum constabit eum ad Pedem Horarium esse ut 864 : 881."

Nous voyons donc surgir dès cette époque l'idée d'adopter la longueur du pendule à secondes comme mesure fondée sur le temps, ou, pour mieux dire, comme étalon destiné à fixer la longueur du *pied*. En 1664 cette proposition paraît déjà avoir été discutée parmi les savants. Huygens nous donne ici en même temps la longueur du pendule à secondes : il la fait égale à 440,5 lignes de Paris, détermination qui est déjà exacte à 2 ou 3 dixièmes de ligne près. Huygens était membre de l'Académie des sciences de Paris depuis la création de ce corps savant, en 1666, et il est fait mention de sa proposition dans le passage suivant d'un *Exposé* [2]) présenté à l'Académie en 1788: „C'est dans le sein de cette compagnie qu'un homme d'un grand génie,

---

[1]) *Opera. Edidit* 's Gravesande, Tom. I, pag. 36.

[2]) *Mémoires de l'Académie*, 1788, pag. 20.

HUYGENS, en a conçu et préparé la première idée il y a plus d'un siècle." Il en est question de nouveau dans un *Rapport fait à l'Institut National* le 29 Prairial en VII, dont l'auteur, VAN SWINDEN, rappelle les tentatives de HUYGENS et de LA CONDAMINE pour l'introduction d'une mesure prise dans la nature [1]).

Au moment où il émettait son idée, HUYGENS ne savait pas encore que la longueur du pendule à secondes n'est pas la même sur toute la surface de la terre. Ce fait fut découvert en 1672, par RICHER.

A partir de cette époque se succédèrent différentes mesures d'arcs de méridien. La première opération de ce genre, qui était en même temps un modèle d'exactitude, avait été celle exécutée par WILLEBRORD SNELLIUS, dès 1615, entre Alkmaar et Bergen-op-Zoom [2]). On voulait maintenant démontrer par ce moyen l'aplatissement de la terre, que les mathématiciens avaient déduit de la variation de longueur du pendule à secondes, aussitôt qu'ils en avaient eu connaissance. Pour décider la question définitivement, deux nouvelles mesures de degrés de méridien furent entreprises en 1735 : une à l'équateur par BOUGUER et LA CONDAMINE, une autre, aussi loin que possible au Nord, par MAUPERTUIS et CLAIRAUT. BOUGUER et LA CONDAMINE poussaient tous les deux à l'adoption de la longueur du pendule à secondes comme unité fondamentale. Après l'achèvement de la mesure de l'arc du Pérou, la longueur du pendule à secondes trouvée à Quito, sous l'équateur, y fut taillée dans une pierre [3]), avec l'inscription : *Mensurae naturalis exemplar, utinam et universalis.* En Angleterre, HATTON et WHITEHURST s'efforcèrent également, en 1774 et 1787, de faire prévaloir la longueur du pendule à secondes comme étalon des mesures de longueur.

Pour les mesures au Pérou et dans le Nord, LANGLOIS avait confectionné deux toises, copies de la toise étalon de 1668 [4]). La première de ces toises, construite sous la surveillance de GODIN, fit le voyage du Pérou et en revint intacte. La seconde, exécutée sous la direction de LA CONDAMINE et emportée dans le Nord par MAUPERTUIS, eut à subir un naufrage dans le golfe de Bothnie et, par suite, se rouilla, — les deux copies étant en fer poli. La Commission du système métrique trouva à cette seconde toise une petite pièce qui évidemment avait été

[1]) DELAMBRE, *Base du système métrique*, III, pag. 593.

[2]) *Eratosthenes Batavus*, L. B. 1617.

[3]) De LA CONDAMINE, *Nouveau Projet d'une mesure invariable. Mémoires de l'Académie*, 1747, pag. 504, où cette mesure se voit figurée.

[4]) *Base du système métrique*, III, pag. 405; et *Mesure des trois premiers degrés du méridien*, par de LA CONDAMINE, 1751, pag. 75 et 85.

ajoutée en guise de correction, mais elle ne put décider si cette addition avait eu lieu avant ou après le voyage de Laponie; cette toise avait donc perdu son authenticité, et c'est ce qui fit dire à BESSEL [1]), tout uniment, que la seconde toise s'était perdue dans un naufrage.

Outre ces deux copies, il en existait encore une troisième, également confectionnée par LANGLOIS, et dont MAIRAN s'était servi dans sa détermination de la longueur du pendule à secondes [2]). La Commission du système métrique avait donc à sa disposition trois toises, qui originairement, bien entendu entre certaines limites d'exactitude, avaient été égales entre elles: la toise du Pérou, celle du Nord et celle de MAIRAN.

Depuis l'époque de HUYGENS, on a donc nourri pendant plus d'un siècle la pensée d'introduire le pendule à secondes comme unité de longueur, et la longueur qui nous a été transmise comme mesure étalon est la mesure de six pieds, la toise, qui, — peut-être à l'instigation de HUYGENS et à celle de PICARD [3]), comme lui membre de l'Académie des sciences dès l'origine, — avait été fixée de nouveau en 1668, puis déposée au Châtelet, et dont les trois toises désignées ci-dessus sont des copies. Si l'on veut en savoir davantage concernant ces toises, qui ont joué un si grand rôle, on devra recourir au Mémoire de LA CONDAMINE de 1788: *Remarques sur la Toise étalon du Châtelet* [4]). Le même savant a encore traité en un autre endroit de cette mesure naturelle [5]).

Quelque sommaires que soient les indications qui précèdent, elles donnent un aperçu de la marche qu'a suivie l'établissement d'une mesure fixe de longueur. PICARD préconisait déjà avec HUYGENS la longueur du pendule à secondes comme mesure naturelle. En 1788, commença en France le grand mouvement ayant pour but d'obtenir l'unité et l'invariabilité des poids, monnaies et mesures. En 1790, TALLEYRAND-PÉRIGORD saisit la Constituante de la question, et dès le 22 Août de la même année le roi avait approuvé une mesure tendant, sous la condition de l'approbation du roi d'Angleterre, à faire déterminer par une réunion de savants français et anglais la longueur du pendule à secondes, à la latitude de 45° ou en quelque autre point, et à fonder sur cette

---

1) *Darstellung der Untersuchungen und Maassregeln, welche durch die Einheit des Preussischen Längenmaasses veranlasst worden sind*, Berlin 1839, pag. 6.

2) *Base du système métrique*, III, pag. 406.

3) *Mémoires de l'Académie*, Tom. VI, pag. 432.

4) *Mémoires de l'Académie*, 1772, Part. II, pag. 482.

5) *Mémoires de l'Académie*, 1745, pag. 486.

base un système de mesures. On voit que, à ce moment, la longueur du pendule à secondes était encore incontestablement l'idée dominante dans les projets de nouveaux systèmes de mesures. BORDA, LAGRANGE, LA PLACE, MONGE et CONDORCET furent choisis pour constituer la première Commission du système métrique. Le 19 Mars 1791 elle présenta son premier rapport; la fin du mandat de cette Commission, qui fut renforcée à différentes reprises par la nomination de nouveaux membres et dans laquelle, finalement, entrèrent aussi des Commissaires étrangers, peut être placée convenablement au 23 Juin 1799, jour où un rapport définitif fut fait au Corps Législatif (de la part de l'Institut des sciences) [1]) et où les étalons du mètre et du kilogramme furent déposés aux Archives nationales.

Le rapport du 19 Mars 1791 [2]), — ainsi que le rappelle VAN SWINDEN dans le dernier rapport général, lu devant l'Institut entier [3]), — conclut tout d'abord au rejet du pendule à secondes, comme unité de mesure. Seulement, en proposant de prendre pour unité de mesure le 40-millionième du méridien terrestre, on conservait la longueur du pendule à secondes comme moyen permanent de contrôle pour cette nouvelle unité. C'est ainsi que fut créée, d'un trait de plume pour ainsi dire, la situation dans laquelle nous nous trouvons encore aujourd'hui, et où se sont placés successivement SABINE, HANSTEEN, BESSEL, SCHUMACHER et tant d'autres: celle d'une mesure arbitraire, contrôlée par la longueur du pendule à secondes en un point déterminé du globe terrestre. En 1790, BONNÉ proposa comme mesure normale une certaine fraction de l'équateur terrestre, à laquelle il donna le nom de pied équatorial [4]).

Il n'est pas besoin d'une grande pénétration pour reconnaître que ce principe de la Commission, — d'employer le pendule à secondes comme simple moyen de vérification, mais de le rejeter comme véritable unité de mesure, — quelque rationnel qu'il puisse être, a contrarié et continuera à contrarier, plus que toute autre chose, l'adoption générale du mètre comme mesure commune à tous les peuples. Nous pouvons répéter ici le mot de ROUSSEAU, cité par BAUDIN, Président du Conseil des Anciens, dans sa réponse aux Commissaires de l'Institut [5]) :

[1]) *Base du système métrique*, III, pag. 581.

[2]) *Mémoires de l'Académie*, 1788, pag. 9.

[3]) *Base du système métrique*, III, pag. 594.

[4]) MUNCKE, dans GEHLER *Physikalisches Wörterbuch*, VI, pag. 1264. BONNÉ, *Principes*, *etc.*, 1790.

[5]) *Base du système métrique*, III, pag. 651.

Les hommes préféreront toujours une mauvaise manière de savoir à une meilleure manière d'apprendre". En effet, le pendule à secondes étant indiqué comme moyen de contrôle, le plus simple, pour chaque peuple, était de s'en tenir à ses propres mesures et de les déterminer exactement à l'aide de cette mesure naturelle, plutôt que d'introduire d'abord une autre mesure, même naturelle, totalement inusitée, et qu'il n'en faudrait pas moins vérifier ensuite de la même manière. A ce point de vue, on a commis une faute des plus graves en écartant, comme unité de mesure, la longueur du pendule à secondes à la latitude de 45°, longueur qui était d'ailleurs si rapprochée du mètre.

3. La remarque qui vient d'être faite indique déjà le point de vue duquel je considérerai les conditions qu'on peut poser à une mesure naturelle. Je veux chercher simplement la réponse à cette double question: l'exactitude avec laquelle a été fixée primitivement la longueur du mètre, et celle que permettait ou que permet aujourd'hui la détermination de la longueur du pendule à secondes, sont-elles dans un rapport convenable avec l'exactitude qu'on peut atteindre actuellement dans la comparaison de deux mesures de longueur; — en second lieu, le degré d'exactitude dont est susceptible la détermination du pendule à secondes suffit-il pour nous faire connaître ces changements éventuels auxquels on craint, non sans raison, que les étalons des mesures ne soient exposés. On verra que, sur l'un comme sur l'autre point, notre réponse doit être franchement négative.

L'exactitude obtenue par la Commission du système métrique, dans la détermination et la comparaison des mesures de longueur, allait, avec le secours du vernier, à $\frac{1}{200000}$ d'un module de 12 pieds [1]), c'est-à-dire à $\frac{1}{100000}$ de la toise ou $\frac{1}{50000}$ du mètre. Prony déclare [2]), qu'un deux-centième de ligne, c'est-à-dire $\frac{1}{88339}$ du mètre, est une grandeur inappréciable; il regarde comme nulle [3]) une grandeur de 3 millièmes de ligne, c'est-à-dire de 7 millièmes de millimètre ou $\frac{1}{150000}$ du mètre. Borda dit [4]) qu'on peut encore évaluer facilement sur le vernier les moitiés et même les tiers de division, ce qui reviendrait à $\frac{1}{150000}$ du mètre.

Je laisse ici entièrement de côté le degré d'exactitude des opérations géodésiques. Mais, à ne considérer que les limites d'exactitude, indi-

---

[1]) *Base du système métrique*, III, pag. 313, 314, 346, 347, 404 et 607.

[2]) *Ibid.* pag. 404.

[3]) *Ibid.* pag. 408.

[4]) *Ibid.* pag. 314.

quées par les chiffres qui précédent, entre lesquelles a pu être effectuée la comparaison des mesures, — celle du module ou de la double toise, c'est-à-dire de l'élément fondamental ayant servi à la mesure des bases, avec la Toise du Pérou, celle du mètre avec cette même Toise, et ainsi de suite, — j'admets que le mètre primitif n'est exact qu'à $\frac{1}{100000}$ ou, tout au plus, à $\frac{1}{150000}$ de sa valeur près, soit à environ 0,01 mm. Il en sera de même de la longueur du pendule à secondes: en négligeant de nouveau l'exactitude des opérations principales par lesquelles BORDA et CASSINI [1]) ont déterminé cette longueur, et s'en tenant au point de vue exclusif de la comparaison des mesures, on ne peut attribuer au résultat une exactitude supérieure à $\frac{1}{100000}$ de sa valeur.

BORDA et CASSINI employaient un pendule qui avait 12 pieds de long. Ce qu'il y a de caractéristique dans la méthode de BORDA, c'est qu'il faisait usage d'un couteau qui, lorsqu'il oscillait seul sur son plan d'acier, avait déjà la même durée d'oscillation que le pendule lui-même; par là, BORDA se jugeait affranchi de toute correction ultérieure provenant de ce couteau, et il déterminait alors la distance entre l'arête inférieure du couteau et le point le plus bas de la sphère du pendule. La durée d'oscillation était ramenée, à l'aide des amplitudes mesurées, à sa valeur pour des arcs infiniment petits. La longueur trouvée pour le pendule était d'abord corrigée du changement survenu dans la longueur du fil de fer, par suite de la différence de température entre le moment où avait eu lieu la détermination des oscillations et l'instant où la longueur avait été mesurée à l'aide de la règle. Cette longueur était corrigée en outre du poids du fil et de celui de la petite pièce de cuivre qui reliait le fil à la sphère. La correction due au rayon de la sphère était introduite, cela va sans dire, avant toute autre. Finalement, la longueur trouvée était encore réduite au vide, et pour cela BORDA regardait comme suffisant de tenir compte de la diminution de la pesanteur, résultant de la perte de poids qu'éprouvaient dans l'air la sphère, la pièce de cuivre et le fil. La durée d'oscillation ne recevait pas de correction pour la résistance de l'air. Cette méthode de détermination de la longueur du pendule à secondes, suivie par BORDA, peut convenablement être appelée la détermination absolue.

Quelques années après, en 1804, BIOT, MATHIEU et BOUVARD exécutèrent, à Paris, une nouvelle détermination de la longueur du pendule simple à secondes, en opérant exactement, sauf quelques légères modi-

---

[1]) *Base du système métrique*, III, pag. 337.

fications, d'après la méthode de BORDA [1]). Les mesures de BORDA et celles de BIOT eurent lieu à l'Observatoire. Réduites au niveau de la mer et au vide, de la manière ci-dessus indiquée, elles donnent pour la longueur en question [2]):

BORDA et CASSINI	993,846147 mm.
BIOT, MATHIEU et BOUVARD . . .	993,866780 mm.
différence	0,020633 mm.

On voit que, d'après ces résultats, la détermination de la longueur du pendule à secondes, à Paris, est encore affectée d'une incertitude de $\frac{1}{100000}$ de sa valeur ou de 0,01 mm.

BESSEL a réduit les observations de Paris à Königsberg, à l'aide de déterminations faites avec le pendule réversible de BOHNENBERGER ou de KATER, tant à Paris, qu'à Königsberg et à Greenwich [3]). Comme l'accord entre sa propre détermination et la valeur ainsi déduite pour Königsberg des observations de Paris ne lui semblait pas suffisant, il apporta aux déterminations de Paris la correction qui leur manquait encore pour la résistance de l'air, les ramena ensuite de Paris à Londres, au moyen des comparaisons existantes, et enfin les réduisit de Londres à Königsberg, à l'aide de la formule de SABINE:

$$l = 439,2975 + 2,28174 \sin^2 \varphi,$$

exprimée en lignes de Paris, où φ représente la hauteur du pôle. Mais, même après cette réduction, qui déniait toute valeur à la réduction directe de Paris à Königsberg qu'il possédait déjà, il n'obtint pas encore l'accord désiré. La détermination propre de BESSEL, pour Königsberg, réduite au niveau de la mer, donna:

440,8179 lignes de Paris;

les deux déterminations de Paris, ramenées à Königsberg, donnèrent:

d'après le premier mode.		d'après le second mode.	
BORDA . . .	440,8349	BORDA . . .	440,8215
BIOT	440,8430	BIOT	440,8296

La différence signalée ci-dessus entre BORDA et BIOT persiste ici, naturellement; nous n'avons plus qu'à comparer BESSEL avec BORDA, qui se rapproche le plus de lui, et nous trouvons alors, d'après le premier mode de réduction, une différence de 0,0170 ligne ou $\frac{1}{25000}$

---

[1]) BIOT et ARAGO, *Recueil d'observations*, *etc.* Paris, 1821, pag. 441.

[2]) BIOT, *Traité d'astronomie physique*, 3me édit., T. II, 467, Tableau A.

[3]) *Untersuchungen über die Länge des einfachen Secunden-Pendels*, Berlin, 1828, pag. 58 et suiv.

de la valeur, et d'après le second mode, qui est le plus avantageux, une différence de 0,0036 ligne ou $\frac{1}{122000}$ de la valeur. Dans cette comparaison, la détermination de BORDA conserve donc, me semble-t-il, son incertitude de $\frac{1}{100000}$.

4. Laissant les résultats de Paris, j'arrive maintenant à ce que les temps postérieurs ont certainement fourni de plus parfait sous le rapport qui nous occupe, savoir aux déterminations de BESSEL lui-même et à celles de SCHUMACHER, lesquelles font suite les unes aux autres et, jusqu'à un certain point, se contrôlent mutuellement.

Le caractère particulier de la méthode de BESSEL, en opposition à celle de BORDA, consiste en ce qu'elle est, à proprement parler, une méthode différentielle. Pour se rendre indépendant de l'influence du point de suspension, circonstance à laquelle BORDA n'avait pas prêté une attention suffisante, BESSEL laissa osciller au même appareil de suspension un pendule long et un pendule court, dont la différence de longueur était précisément égale à une Toise du Pérou. Afin de pouvoir éliminer la partie de l'influence de l'air qui avait été négligée par BORDA et qui provient, ainsi que DUBUAT l'avait déjà signalé, de ce que les particules d'air environnantes sont entraînées dans le mouvement, ce qui augmente le moment d'inertie du pendule, BESSEL fit osciller à l'extrémité des mêmes fils une sphère lourde et une sphère légère, l'une de laiton, l'autre d'ivoire, ayant par conséquent, avec des dimensions égales, un poids très différent; par ce moyen, il lui fut possible de déterminer le coefficient k dont il avait besoin. Chaque détermination de la longueur du pendule simple à secondes exigeait de cette manière au moins quatre séries d'observations: deux avec la sphère pesante, dont l'une pour le fil court et l'autre pour le fil long, et deux avec la sphère légère, aussi suspendue alternativement au fil court et au fil long.

Dans les résultats définitifs de BESSEL il entre deux grandeurs inconnues. L'une ε est ce qui, d'après l'observation, doit être ajouté à 440,81 L. P. pour donner la longueur du pendule simple à secondes à Königsberg; dans la formule, ε et 440,81 se trouvent multipliés tous les deux par le facteur $\frac{m' s'}{m s}$, où m et m' représentent la masse du pendule et celle de l'air déplacé, tandis que s et s' indiquent les distances respectives des centres de gravité au point de suspension; s' diffère ici de s parce que le centre de gravité géométrique du pendule total, ou le centre de gravité de l'air déplacé, ne coïncide pas avec son centre de gravité physique, circonstance à laquelle on n'avait également

pas fait attention avant Bessel; ϵ est fourni simplement, exprimé en k, par les observations faites avec la même sphère, celle de laiton ou d'ivoire, oscillant successivement à l'extrémité du fil long et du fil court. L'autre grandeur inconnue de la formule de Bessel est ce coefficient k, qu'on trouve en combinant entre elles les observations faites avec la sphère de laiton et avec la sphère d'ivoire.

Telle est la méthode par laquelle Bessel détermina à Königsberg, en 1826 et 1827, la longueur du pendule à secondes. Ses observations embrassèrent 44 déterminations avec la sphère de laiton et le fil long, 22 déterminations avec la sphère de laiton et le fil court, 16 avec la sphère d'ivoire et le fil long, 16 avec la sphère d'ivoire et le fil court [1]).

Dans ces expériences, Bessel retournait aussi de temps en temps le fil du pendule, ainsi que le levier du micromètre servant à déterminer la longueur du pendule, toujours d'après le principe qu'il faut éliminer les erreurs, en les faisant agir, autant que possible, alternativement en sens opposé; c'est surtout à cela qu'est due la disproportion entre les nombres d'observations des diverses catégories, et la grande prépondérance numérique des déterminations avec la sphère de laiton et le long fil.

En 1828 [2]), à l'occasion d'autres recherches, Bessel revint sur cette détermination de la longueur du pendule à Königsberg. Les sphères de laiton et d'ivoire furent remplacées par un cylindre creux de laiton, ayant 2 pouces de Paris de hauteur et autant de diamètre; le vide de ce cylindre fut rempli, tantôt par des cylindres pleins (de laiton, de fer, de zinc, de fer météorique, de marbre, d'argile) qui s'y adaptaient exactement, tantôt avec des disques empilés (monnaies d'or et d'argent), ou avec des fragments (de quartz) unis entre eux par de la cire, ou enfin avec de l'eau; il va sans dire que pour les pièces de monnaie, par exemple, on empêchait aussi, au moyen de résine ou de cire fondues, qu'elles ne pussent se déplacer dans le cylindre. Pour nous, ces recherches doivent exclusivement leur intérêt à la nouvelle détermination qu'elles fournirent de la longueur du pendule à secondes à Königsberg.

Ses expériences achevées, Bessel prêta tout son appareil, qui avait été construit par Repsold, à Schumacher, d'Altona, lequel s'en servit, en 1829 et 1830, pour déterminer la longueur du pendule à secondes, au château de Güldenstein. Ces mesures n'ont été publiées

---

1) Bessel, *Untersuchungen*, *etc.* pag. 52.

2) *Versuche über die Kraft mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht*, Berlin 1832.

que beaucoup plus tard, en 1855, par M. PETERS [1]), après la mort de SCHUMACHER. La modification capitale que l'appareil subit dans les mains de SCHUMACHER est que les sphères de laiton et d'ivoire, ainsi que le cylindre creux de laiton avec ses noyaux de différentes matières, furent remplacés simplement par un cylindre creux de platine, haut de 15 lignes et d'un diamètre à peu près égal à sa hauteur, et un cylindre massif du même métal, qui s'adaptait dans le premier.

En 1835 enfin, BESSEL entreprit, par ordre du Gouvernement prussien, avec son appareil modifié par SCHUMACHER, la détermination de la longueur du pendule à secondes pour Berlin [2]). Cette détermination était destinée à fournir le moyen de retrouver, à une époque future quelconque, l'étalon des mesures linéaires prussiennes.

5. Par ces travaux successifs nous sommes entrés en possession de quatre déterminations extrêmement exactes de longueurs du pendule à secondes. Je donne ici ces résultats, tous réduits au niveau de la mer, et exprimés en lignes de Paris; je place à côté la latitude géographique du lieu auquel chaque observation se rapporte.

	λ	φ
Königsberg, observations de 1826 et 1827.	440,8179	54° 42′ 50″,7
Königsberg, obs. de 1826, 1827 et 1828 réunies.	440,8186	— — —
Güldenstein, 1829 et 1830.	440,8076	55° 13′ 9″,3
Berlin, 1835.	440,7390	52° 30′ 16″,0

Je ne me hasarderai pas à exprimer un jugement sur la valeur et l'exactitude de ces observations; un pareil jugement n'est permis qu'à ceux qui ont fait des recherches semblables, et ce n'est aussi que dans leur bouche qu'il a quelque valeur. J'espère toutefois compter un jour au nombre des appréciateurs plus compétents, vu que je me propose d'entreprendre, dans un avenir plus ou moins prochain, une détermination analogue. Pour le moment nous avons bien le droit, je pense, de regarder ces déterminations comme les plus exactes et les plus parfaites qui aient jamais été exécutées.

Les deux résultats relatifs à Königsberg s'écartent l'un de l'autre de 0,0007 ligne, c'est-à-dire de $\frac{1}{629740}$ de leur valeur, ou de 0,0015 millimètre; nous pourrions donc dire que la différence entre le résultat des premières mesures de Königsberg, de 1826 et 1827, et celui des

---

[1]) *Astronomische Nachrichten*, Altona 1855, T. XL, pag. 1.

[2]) *Bestimmung der Länge des einfachen Secunden-Pendels für Berlin*, 1837. Les trois Mémoires de BESSEL se trouvent dans les *Abhandlungen der Berliner Akademie*.

secondes mesures, de 1828, s'élève à environ $\frac{1}{300000}$ de leur valeur. A l'occasion de sa détermination pour Berlin [1]), Bessel, rappelle expressément l'incertitude qui provient de la température. Quant à des erreurs probables du résultat final, il ne peut plus en être question dans ces mesures; en effet, quand le nombre des observations augmente, ces erreurs finissent par devenir infiniment petites, et, à part cela, elles sont déjà, pour ainsi dire, ridiculement réduites lorsque les résultats séparés montrent entre eux un accord aussi intime que cela est le cas dans les séries dont il s'agit ici. A dire toute ma pensée, je n'attache que bien peu d'importance à ces miniatures d'erreurs probables du résultat final, aussitôt qu'elles tombent hors des limites de ce qui est réellement mesurable ou visible dans les observations; la comparaison mutuelle des résultats particuliers qui ont concouru à fournir le résultat définitif, a beaucoup plus de valeur à mes yeux.

Le plus grand écart entre les résultats particuliers obtenus par Bessel, à Königsberg, en 1826 — 1827, s'élève à 0,0075 ligne, ou $\frac{1}{60000}$ de leur valeur, pour la sphère de laiton [2]), et à 0,0104 ligne, ou $\frac{1}{42000}$, pour la sphère d'ivoire. En ce qui concerne les observations postérieures de Königsberg, celles de 1828, Bessel lui-même nous apprend [3]) que les longueurs du pendule à secondes, déterminées avec des matières diverses, ne s'éloignent pas même de $\frac{1}{60000}$ de la valeur moyenne; cela donne par conséquent $\frac{1}{30000}$, tout au plus, pour le plus grand écart, celui entre les résultats extrêmes. Dans les mesures de Berlin [4]), les déterminations particulières, qui concourent au résultat définitif, ne diffèrent l'une de l'autre que de $\frac{1}{80000}$ ou de $\frac{1}{100000}$ de leur valeur.

Il reste encore un moyen pour essayer d'évaluer l'exactitude des résultats obtenus: on peut se servir de la formule de Sabine, citée au paragraphe 3, $l = 439^{l.},2975 + 2^{l.},28174 \sin^2 \varphi$, pour calculer la longueur du pendule dans les trois points en question; comme les hauteurs polaires sont connues avec une grande précision, il est très intéressant de voir ce que cette formule fournit.

J'ai trouvé:

		c. - o.
Königsberg . .	$l = 439,2975 + 1,52035 = 440^{l.},8178$	0,0008
Güldenstein . .	$l = 439,2975 + 1,50171 = 440,7992$	0,0084
Berlin	$l = 439,2975 + 1,43635 = 440,0051$	0,0051

---

[1]) *loc. cit*, pag. 186.

[2]) Voyez le Mémoire cité, pag. 55.

[3]) *Versuche über die Kraft*, etc., pag. 57; ou *Abhandlungen der Berliner Akademie*, année 1839, pag. 97.

[4]) *Abhandlungen der Berliner Akademie*, année 1835, pag. 185.

En comparant ces résultats du calcul avec la seconde valeur générale obtenue pour Königsberg et avec les valeurs relatives à Güldenstein et à Berlin, on obtient les différences inscrites ci-dessus dans la colonne C.-O. (*Calcul-Observation*). Comment se fait-il maintenant que, pour les deux dernières localités, ces différences s'éloignent tellement, dans le même sens, de celle qui se rapporte à Königsberg? On ne peut expliquer la chose par une erreur proprement dite de la formule, car Güldenstein et Königsberg, pour lesquels l'écart de la différence est trop grand, ont à peu près la même latitude. On invoquera peut-être des différences géologiques dans la profondeur du sol [1]); à cet égard il est difficile de se prononcer; il est vrai que Königsberg est beaucoup plus rapproché de la mer que les deux autres points, mais cela ne prouve pas une différence dans la constitution géognostique du sous-sol. Quoi qu'il en soit, nous trouvons ici de nouveau une incertitude qui s'élève à $\frac{1}{50000}$ de la valeur. On ne doit pas oublier que, tant à Güldenstein qu'à Berlin, les mesures ont été effectuées avec un autre corps pendulaire qu'à Königsberg, savoir avec les cylindres creux et plein de platine. Ce cylindre de platine n'était pas susceptible d'être retourné [2]); il est plus que probable que le cylindre plein, qu'on introduisait dans l'enveloppe creuse, ne présentait pas une homogénéité parfaite, et je serais tenté de croire que dans cette circonstance gisait la source d'une erreur constante. Quel dommage que BESSEL lui-même n'ait pas, que je sache, contrôlé ses résultats par la formule de SABINE! entre ses mains l'épreuve aurait eu infinement plus d'autorité que dans les miennes.

6. Je passe maintenant au quatrième et dernier des Mémoires de BESSEL dont je me suis proposé de parler, celui relatif à l'étalon prussien; de ce Mémoire, comme des deux premiers, j'ai à ma disposition un exemplaire tiré à part [3]). Ce que je veux chercher, c'est le degré d'exactitude que BESSEL et M. BAEYER ont su atteindre dans la comparaison des mesures de longueur. BESSEL donne [4]) pour la longueur de l'étalon prussien, en lignes de Paris, d'après 24 mesures exécutées en 1835:

$$417{,}38918 \pm 0{,}00011.$$

Postérieurement à ces mesures, en 1837, il fit les recherches nécessaires pour déterminer la dilatation de cet étalon, recherches dans les-

---

[1]) *Abhandlungen der Berliner Akademie*, année 1835, pag. 164.

[2]) *Id.*, année 1835, pag. 164.

[3]) *Darstellung der Untersuchungen und Maassregeln*, etc., Berlin, 1839, déjà cité au paragraphe 1.

[4]) *loc. cit.*, pag. 73.

quelles l'étalon dut être soumis alternativement à la chaleur et au froid. Après cela, BESSEL donne comme résultat de 48 mesures, exécutées en 1837, avec encore plus d'exactitude que les précédentes [1]:

417,38939 ± 0,0000375.

Les deux résultats diffèrent entre eux de 0,00021 ligne; BESSEL fait remarquer que cette différence a pu être la conséquence des alternatives de température auxquelles l'étalon avait été soumis dans l'entre-temps. Ces résultats ont été obtenus par comparaison avec la même Toise du Pérou qui avait servi dans toutes les observations du pendule. L'erreur moyenne de chacune des 24 premières mesures est de ± 0,00055 ligne, et celle des 48 mesures postérieures, de ± 0,000244 ligne. Les erreurs moyennes des résultats définitifs sont respectivement de $\frac{1}{3800000}$ et de $\frac{1}{11500000}$ de la longueur totale. Il est sans doute impossible de savoir au juste ce qui a pu donner lieu à la différence entre les deux résultats obtenus pour la longueur de l'étalon, mais cette différence n'en jette pas moins une forte ombre sur la valeur de toutes les mesures-étalons, en ce sens qu'elle rend très douteuse leur invariabilité persistante.

M. BAEYER [2]) a constaté sur les règles en fer et en zinc qui avaient servi à BESSEL, en 1834, pour la mesure d'un arc de méridien dans la Prusse orientale, que les coefficients de dilatation de ces règles avaient très fortement diminué en 20 ans. En comparant ces règles avec la toise de BESSEL, à la température normale de 16°,25 C., il trouva des différences si petites, qu'elles tombaient dans les limites des erreurs moyennes, d'où il conclut que les longueurs des règles, à cette température, n'avaient pas varié. Il n'est sans doute pas nécessaire de faire remarquer quel singulier hasard ce serait si, parmi les milliers de températures possibles, les règles avaient conservé, précisément à cette température normale, leurs longueurs primitives exactes. Je dirais donc plus volontiers, que les mesures de M. BAEYER prouvent que la longueur des tiges de fer et de zinc est exposée à subir des changements, et que les dilatations (plutôt que les coefficients de dilatation) changent également. M. BAEYER rappelle les explications possibles du phénomène qui ont été signalées par M. PLATEAU, et il déduit de ses observations, tout comme moi, la variabilité générale de la longueur des règles à mesurer. Il indique deux moyens pour vérifier, après un laps de temps, la longueur des règles: mesurer de nouveau les bases connues d'opéra-

---

[1]) *loc. cit.*, pag. 89.

[2]) *General-Bericht über die mittel-Europäische Gradmessung für das Jahr* 1866, p. 34.

tions géodésiques antérieures, et, en second lieu, recommencer la détermination de la longueur du pendule à secondes, de la même manière qu'elle a eu lieu une première fois, à l'aide de la même règle; j'ajouterai, comme éclaircissement: dans le même lieu, d'après la même méthode, dans les mêmes conditions, avec le même appareil et, s'il est possible, par le même observateur.

La conférence géodésique internationale, dans sa réunion de 1867 [1]), a aussi, évidemment, considéré la question de la variabilité des étalons linéaires au point de vue général.

Il paraît aussi hors de doute que la Toise de zinc [2]), dont parle M. Baeyer, s'est contractée dans l'intervalle de 1852 à 1866.

Nous avons encore un excellent moyen de juger de l'exactitude qu'on atteint aujourd'hui dans la comparaison des mesures de longueur. Dans une opération de ce genre, M. James [3]) a étudié, entre autres étalons, les copies N°. 10 [4]) et N°. 11 de la Toise du Pérou de Bessel. D'après leurs certificats, ces toises, construites par M. Baumann et comparées par M. Baeyer, avaient, à la température normale de 16°,25 C., la longueur suivante:

Toise prussienne N°. 10 = Toise de Königsberg — 0,00019 L. P.
Toise belge . . . N°. 11 = 〃 〃 〃 — 0,000202 〃
par conséquent N°. 10 — N°. 11 = 0,000012 L. P.

Les comparaisons instituées par M. James conduisent à un résultat qui ne diffère que très peu de celui qui précède. D'après les déterminations de M. Clarke, par qui les mesures furent exécutées sous la direction de M. James, on aurait, à la même température normale:

N°. 10 = 863,99917 L. P.
et N°. 11 = 863,99893 〃 〃
par conséquent N°. 10 — N°. 11 = 0,00024 L. P.

Dans ces résultats on a pris, pour la toise de 864 L. P., la valeur qui s'accorde avec la valeur-étalon du Yard; mais cela ne fait rien à la question, puisqu'il s'agit seulement de la différence entre N°. 10 et N°. 11. Les premières comparaisons, faites par M. Baeyer, sont de l'année 1852; celles de M. Clarke ont eu lieu, pour N°. 10 en 1863

[1]) *General-Bericht für* 1867, pag. 124 et suiv.
[2]) *General-Bericht für* 1866, pag. 40.
[3]) *Comparisons of the standards of length*, etc., Londres, 1866, pag. 14 et 284.
[4]) Voyez sur l'origine de cette copie: *General Bericht für* 1866, pag. 39.

et pour N°. 11 en 1864. Ces toises sont toutes les deux en acier fondu non trempé.

Si nous arrêtons maintenant notre attention sur la différence trouvée, nous voyons qu'elle s'élevait primitivement à 0,000012 et plus tard à 0,00024, dans le même sens; les mesures anglaises lui attribuent donc 0,000228 L. P. de plus que les certificats originels, ce qui équivaut à $\frac{1}{3800000}$ de la valeur totale. Si nous admettons que les deux barreaux ont gardé une longueur invariable depuis 1852, ou bien, vu qu'ils sont faits du même métal, que leurs longueurs ont varié de quantités égales, nous pouvons dire que les comparaisons anglaises s'accordent avec les mesures primitives à un quatre-millionième de la valeur, ou 0,0005 millimètre.

7. A l'occasion de la confection, pour l'Académie des Sciences des Pays-Bas, de copies des étalons du mètre et du kilogramme, M. Stamkart, aidé de M. Oudemans [1]), a étudié différents mètres au moyen de son comparateur à miroir. L'exactitude atteinte dans ces opérations, par chacun des deux observateurs séparément, peut être évaluée à 0,0004 mill. ou $\frac{1}{2500000}$ de la valeur. Mais l'écart de leurs résultats, comparés entre eux, s'élève au moins à 0,0013 mill., ou à $\frac{1}{770000}$ de la valeur.

Dans tout ce qui précède, j'ai laissé hors de considération les diverses méthodes de comparaison, et je ne me suis pas préoccupé non plus de la différence entre les mesures à traits et les mesures à bouts; mon seul but était de donner une idée du degré d'exactitude qu'on a su obtenir jusqu'à présent.

Je réunirai ici encore quelques nombres se rapportant à cette question.

La différence trouvée par Bessel dans les comparaisons auxquelles il soumit son étalon en 1835 et en 1837, s'élève, comme nous l'avons vu plus haut (paragr. 6), à 0,00021 L. P., ou à $\frac{1}{4000000}$ de la valeur. La différence entre les résultats de M. Clarke, en 1866, et ceux de M. Baeyer, en 1852, pour l'inégalité des deux toises distinguées comme N°. 10 et N°. 11, s'élève à 0,000228 L. P., ou à $\frac{1}{3800000}$ de la valeur.

M. Baeyer a trouvé que, de 1834 à 1854, les règles de Bessel (*l. c.*, pag. 39) s'étaient raccourcies de 0,0042 L. P., ou de $\frac{1}{410000}$ de leur longueur, vu que ces règles étaient des doubles-toises.

La toise de zinc de M. Baeyer avait subi, de 1852 à 1866, un raccourcissement d'environ 0,04 L. P., c'est-à-dire de $\frac{1}{28000}$ de la longueur totale.

---

[1]) *Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akad.*, VII, 1858, pag. 32.

Les coefficients de dilatation pour 1° C. sont :

verre et platine	0,000008	ou	$\frac{1}{125000}$	de la longueur
fer et acier	0,000012	〃	$\frac{1}{84000}$	〃 〃 〃
laiton	0,000015	〃	$\frac{1}{67000}$	〃 〃 〃
argent.	0,000020	〃	$\frac{1}{50000}$	〃 〃 〃
zinc	0,000030	〃	$\frac{1}{34000}$	〃 〃 〃

J'évalue l'exactitude avec laquelle le mètre a été fixé originellement, à $\frac{1}{50000}$ de sa valeur; quant à l'exactitude de la détermination de la longueur du pendule à secondes, je l'estime à $\frac{1}{50000}$ de la valeur pour celle de Borda et à $\frac{1}{100000}$ pour celle de Bessel.

L'exactitude des savants français, dans la comparaison des mesures, ne paraît pas dépasser 0,01 millim.; celle de Bessel et de M. Baeyer va certainement jusqu'à 0,0005 millim., et peut-être même jusqu'à 0,0001 millim.; celle de M. Clarke va, je crois, jusqu'à 0,0005 millim.; enfin celle de M. Stamkart va jusqu'à 0,0004 millim. ou, en tenant compte des erreurs personnelles, jusqu'à 0,001 millim. Il ne convient pas d'exprimer cette exactitude des comparaisons en fraction de la longueur totale, attendu que sa valeur absolue reste toujours la même; deux centimètres peuvent être comparés seulement avec la même exactitude que deux mètres : l'incertitude absolue est alors de 0,001 millim. par exemple, tant pour le centimètre que pour le mètre, mais l'incertitude relative est pour le premier de $\frac{1}{10000}$ et pour le second de $\frac{1}{1000000}$ de la valeur.

8. En considérant les nombres qui viennent d'être résumés, on voit que, de toutes les variations possibles ou constatées de la longueur des mesures, celle de la toise de zinc est la seule qu'on aurait pu découvrir en prenant pour base la longueur du pendule à secondes; c'est-à-dire, que le raccourcissement de cette toise aurait seul été mis en évidence si, aux deux époques de comparaison, les toises avaient été réellement comparées avec le pendule à secondes.

Deuxièmement, il résulte de ces nombres, et en particulier des coefficients de dilatation, que pour déterminer la longueur du pendule à secondes à $\frac{1}{1000000}$ de sa valeur près, nous devons être certains, à 0°,1 C. près, de la température des règles, même à l'intérieur. En troisième lieu, il est évident aussi que si nous voulons comparer deux mètres, par exemple de verre ou de platine, de fer ou d'acier, par nos méthodes les plus délicates, par conséquent à 0,001 ou 0,0005 millim. près, nous devons pouvoir garantir la température à 0°,1 ou 0°,05 près; pour le zinc, la précision nécessaire serait de 0°,033 ou

0°,017. Enfin, s'il s'agit de mettre hors de doute, par exemple, un changement de longueur de 0,00025 L. P. dans une toise de fer, il faudra connaître la température exacte à 0°,06 près [1]).

9. J'ai tâché de donner une idée de l'état actuel de la science par rapport à la question qui nous occupe, et j'ai cité scrupuleusement les divers Mémoires consultés, afin qu'on puisse facilement contrôler mes assertions.

Indépendamment des différences ou erreurs constantes qui peuvent exister dans la longueur trouvée du pendule à secondes, par suite de diversités dans les méthodes employées ou dans la construction de l'appareil, cette longueur reste toujours sujette aux incertitudes et aux erreurs accidentelles qui dépendent de la température. C'est ainsi que la dernière détermination, à ma connaissance, de la longueur du pendule simple à secondes, celle que M. Plantamour a exécutée en 1865 [2]) avec un pendule réversible de Repsold, attend encore son résultat général définitif, parce que les coefficients de dilatation, éléments indispensables pour la réduction, sont entièrement inconnus.

Mais, quand même la longueur du pendule pourrait être obtenue avec le plus haut degré d'exactitude et totalement affranchie d'erreurs constantes ou accidentelles, il resterait encore une difficulté. En effet, en rapportant l'étalon de longueur au pendule, on le compare avec une grandeur qui varie d'un point à l'autre de la surface terrestre, et chaque observateur, qui institue une pareille comparaison, fournit pour la valeur de l'étalon un résultat qui ne devient comparable à celui de son voisin qu'à l'aide d'une connaissance précise de la forme de la terre; bien plus, si nous voulons nous représenter la pesanteur comme variant aussi, à la surface du globe, en vertu de la constitution géologique du sous-sol, ce lien théorique, qu'offrait la forme du sphéroïde terrestre, nous échappe lui-même; chaque comparaison demeure à jamais complétement isolée, et cela au sens littéral du mot, puisque personne ne peut dire quels changements et déplacements se produisent sous nos pieds, dans la profondeur de la terre.

Alors il ne nous reste plus que le second des deux moyens indiqués par M. Baeyer pour vérifier nos étalons (Voy. paragr. 6), savoir, la mesure répétée, avec les mêmes règles, d'une base terrestre ou, d'une manière plus générale, de la distance de deux points déterminés astronomiquement.

---

[1]) Bessel, *Untersuchungen und Maassregeln*, etc. pag. 92.

[2]) *Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève*, XVIII, 1866, pag. 309.

Mais d'abord, ce mode de vérification est très long et pénible; la mesure dont il s'agit ne peut guère être exécutée qu'avec l'intervention de l'Etat ou d'un grand corps savant, et elle demande, pendant un temps considérable, le concours de plusieurs personnes; l'opération n'est donc pas à la portée de quiconque voudrait l'entreprendre et, en outre, elle serait limitée aux points peu nombreux de la surface terrestre où des bases ont réellement été mesurées. Avant et après chaque nouvelle mesure, il faudrait alors, sans aucun doute, déterminer les coefficients de dilatation des règles, et ceci nous amène au second obstacle que ce mode d'opérer rencontrerait, savoir, la difficulté qu'on doit éprouver à répondre, en plein champ, de petites différences de température. Sans doute, des résultats tels que ceux dont M. BAUERNFEIND [1]) nous donne connaissance, sont bien propres à faire concevoir une haute idée de l'exactitude avec laquelle ces mesures de bases peuvent être exécutées: les triangulations bavaroises et wurtembergeoises donnent pour la même ligne des valeurs qui ne diffèrent entre elles que de $\frac{1}{1700000}$ de la longueur totale, et les triangulations bavaroises et autrichiennes conduisent, pour une autre ligne, à des résultats dont l'écart mutuel ne s'élève qu'à $\frac{1}{8000000}$ de la longueur entière. Mais qui nous garantit qu'on sera toujours aussi heureux, qu'on atteindra constamment un pareil degré d'exactitude?

Dans cet état des choses, il peut y avoir de l'utilité à attirer l'attention sur une autre grandeur existant dans la nature, grandeur qui partout et toujours se trouve à notre portée, qui en tout temps et en tous lieux a la même longueur, et qui est entièrement indépendante de bornes placées à la surface de la terre ou de mesures astronomiques. Cette grandeur, c'est la longueur d'ondulation de la lumière du sodium, ou, pour parler plus exactement, — attendu que la ligne spectrale jaune de cette lumière ne tarde pas à se dédoubler quand la dispersion est un peu considérable, — c'est la longueur d'ondulation moyenne de la lumière du sodium, réduite, bien entendu, au vide. En quelque endroit de la terre qu'on se trouve, aujourd'hui et dans des milliers d'années, aussi longtemps qu'on aura un grain de sel de cuisine à sa disposition, on pourra déterminer les longueurs d'onde de ces deux vibrations, en prendre la moyenne et s'en servir pour vérifier les étalons de mesures.

10. Mais, pour justifier ma proposition, j'ai à montrer, en premier lieu, que la grandeur en question nous est toujours pleinement acces-

[1]) *General-Bericht für* 1867, pag. 32.

sible, et, en particulier, — vu que nous continuerons probablement à opérer dans l'air atmosphérique, — que la réduction de la longueur d'onde au vide peut se faire avec toute l'exactitude nécessaire. Soit n l'indice de réfraction de l'air; d sa densité; T sa température et H la hauteur barométrique; prenons pour son pouvoir réfringent, au lieu de $\frac{n^2-1}{d}$, cette autre expression $\frac{n-1}{d}$, nous pouvons alors regarder $\frac{n-1}{d}=C$ comme une grandeur constante; soit enfin d_0 la densité à la température de 0° C. et sous la pression de 760 mm., nous aurons $d=d_0\frac{H}{760}\frac{1}{1+0{,}00366\,T}$. La longueur d'onde dans l'air l est égale à $\frac{\lambda}{n}$, quand λ représente la longueur d'onde dans le vide; par conséquent:

$$\lambda-l=\frac{n-1}{n}\lambda=\frac{dC}{n}\lambda=\frac{d_0\,H\,\lambda\,C}{760\,n\,(1+0{,}00366\,T)}.$$

Pour 1 millimètre de variation de H, $\lambda-l$ varie donc de $\frac{1}{760}$ de sa valeur, et pour 1° C. de variation de T, cette même grandeur varie de $\frac{1}{270}$ de sa valeur. D'après les déterminations de M. Ketteler [1]), en supposant $T=0°$ et $H=760$ mm., l'indice n relatif à la lumière du sodium est pour l'air chargé d'acide carbonique, mais sec, égal à 1,00029537, et pour l'air humide égal à 1,00029404, de sorte qu'on a en moyenne $n=1{,}00029470$. Il résulte de là, en prenant $l=58880{,}0$ cent-millionièmes de millimètre, pour λ la valeur 58897,3, et par conséquent $\lambda-l=17{,}3$; $\frac{17{,}3}{706}=0{,}023$ et $\frac{17{,}3}{270}=0{,}064$. La valeur qui vient d'être trouvée pour λ est calculée avec l'indice moyen; en moyenne aussi, $n-1=0{,}00029470$, et la variation que $n-1$ éprouve, à partir de cette valeur moyenne, en passant soit à l'air sec (chargé d'acide carbonique), soit à l'air humide, est de 0,00000067, c'est-à-dire de $\frac{67}{29470}=\frac{1}{440}$ de sa valeur; $\frac{17{,}3}{440}=0{,}039$.

Par conséquent, lorsqu'on détermine dans l'air la longueur d'onde en question, et que, pour la réduire au vide, on emploie la valeur moyenne de n mentionnée ci-dessus, on commet sur cette longueur

[1]) Ed. Ketteler, *Beobachtungen über die Farben-Zerstreuung der Gase*, Bonn, 1865.

réduite, — en supposant que l'air n'ait été ni saturé d'humidité, ni absolument sec, au moment de la détermination, — une erreur de moins de 0,039 cent-millionièmes de millimètre, c'est-à-dire une erreur inférieure à $\frac{0,039}{58897,300} = \frac{1}{1910200}$ de la valeur.

La hauteur du baromètre et celle du thermomètre auront aussi été notées dans cette détermination; une erreur de 1 millimètre sur la première donne une erreur de $\frac{0,023}{58897,300} = \frac{1}{2580800}$ sur la valeur réduite; une erreur de 1° C. sur la seconde donne $\frac{0,064}{58897,300} = \frac{1}{920270}$ dans cette même valeur.

D'après cela, si l'on opère dans un air qui ne soit ni excessivement sec ni excessivement humide, et si l'on détermine la hauteur barométrique à 1 millimètre près et la température de l'air à 0°,3 C. près, la longueur d'onde dans le vide pourra être déduite de cette mesure à $\frac{1}{1000000}$ de sa valeur près; c'est là un degré d'exactitude qui s'accorde assez bien avec celui qu'on peut atteindre positivement dans la comparaison des mesures de longueur. La circonstance que nous ne pouvons pas opérer dans le vide ne constitue donc pas une difficulté réelle.

11. Il est donc établi que la mesure naturelle dont je propose l'introduction peut être obtenue partout, très facilement et avec toute l'exactitude nécessaire. Une autre question, peut-être plus embarrassante, est celle de savoir comment nous réaliserons matériellement cette petite grandeur, et comment nous l'amplifierons, sans erreur, environ 1700000 fois, de manière à en faire sortir le mètre.

Ma première idée fut de recourir à la méthode employée par M. Fizeau pour déterminer la dilatation du verre, du quartz et d'autres matières analogues. Je voulais, de même que ce savant, opérer un rapprochement graduel entre un verre plan et un verre convexe, et compter le nombre des anneaux de Newton déplacés dans la lumière homogène du sodium; du rapprochement connu des verres on aurait conclu la longueur d'onde, puis, par le déplacement de quelques milliers d'anneaux, on aurait obtenu, en y mettant beaucoup de patience et une grande application, une longueur matérielle égale à un nombre connu de longueurs d'onde.

Comme M. Ketteler[1]), toutefois, avait déjà essayé la même chose

---

[1]) Voyez le *Mémoire cité*, pag. 26.

avec des verres plans, sans parvenir à aucun résultat satisfaisant, je ne donnai pour le moment pas suite à cette idée.

La méthode que je viens d'indiquer consisterait en une simple sommation d'un certain nombre de longueurs d'onde; les erreurs qu'on pourrait commettre sur les longueurs d'onde successives resteraient sans influence; les inexactitudes d'ajustement au commencement et à la fin de la série d'anneaux qu'on voudrait compter affecteraient seules le résultat final. La valeur de celui-ci dépendrait presque entièrement de la patience de l'observateur et de l'annotation assidue de la hauteur barométrique et de la température, tant de celle de l'atmosphère que de celle de la mesure matérielle. Pour ce motif, il est très à regretter que cette méthode ne soit pas encore praticable en ce moment; j'espère et je crois, toutefois, qu'elle pourra le devenir lorsqu'on voudra bien s'en occuper sérieusement.

Mettant donc provisoirement ce moyen de côté, — sauf à y revenir en cas de quelque inspiration heureuse, car je suis convaincu que là est la vraie solution du problème, — je me suis tourné vers d'autres phénomènes connus, où la longueur d'onde se trouve multipliée un certain nombre de fois, et où par conséquent la nature elle-même nous offre une amplification de cette grandeur. J'ai songé successivement aux miroirs à interférences de FRESNEL, au prisme à interférences de POUILLET, et à des plaques de quartz taillées suivant diverses directions dans le cristal; mais jusqu'ici je n'ai pas trouvé dans cette voie ce que je cherchais.

12. Je me suis adressé alors aux réseaux de NOBERT, avec lesquels j'avais déjà fait si souvent des observations. Pour la lumière parallèle, on trouve ici la longueur d'onde en multipliant la distance de deux traits successifs, du réseau par le sinus de la déviation de la lumière incidente normale. Réciproquement, on trouve la distance de deux traits successifs exprimée en longueurs d'onde, en divisant l'unité par le même sinus; cette distance, multipliée par le nombre des fentes du réseau, donne ensuite la largeur totale du réseau, exprimée également en longueurs d'onde.

Pour me rendre compte de la praticabilité de pareilles déterminations, j'ai consulté encore une fois mes mesures avec les réseaux [1]). Je me suis servi de trois réseaux: le premier, que j'ai nommé A, est tracé dans une couche d'argent déposée sur verre, et compte, d'après M. NOBERT, 1800 fentes sur une largeur de 9,0155 lignes de Paris; le

[1]) *Archives du Musée Teyler*, T. I, pag. 1, 57 et 280.

second, nommé B, est un réseau ordinaire sur verre, ayant 1800 fentes sur une largeur soi-disant de 6 lignes, et auquel mes déterminations assignent une largeur de 13,55108 millimètres; le troisième enfin, nommé C, est aussi un réseau ordinaire sur verre, ayant 3000 fentes sur une largeur soi-disant de 6 lignes, et auquel mes déterminations donnent une largeur de 13,55315 millimètres [1]). De même que le premier réseau, dit large de 9 lignes, a en réalité 9,0155 lignes, il est permis de supposer que les deux autres réseaux, d'une largeur nominale de 6 lignes, sont en réalité larges de 6,01033 lignes; en d'autres termes, on peut admettre que la largeur des deux derniers réseaux est précisément les $\frac{2}{3}$ de celle du premier, car il est probable que la cause qui a légèrement agrandi la largeur de 9 lignes réside dans la machine à diviser de M. NOBERT, et qu'elle amplifie par conséquent toutes les largeurs dans le même rapport. Faisant usage pour le réseau A de la relation connue entre la ligne de Paris et le millimètre, j'ai adopté les valeurs suivantes: $\frac{2}{3}$ A = 13,558272, B = 13,55108 et C = 13,55315 millimètres. Pour la moyenne des longueurs d'onde de 14α et 14γ du spectre solaire, c'est-à-dire des deux raies du sodium, j'ai trouvé [2]): avec A, à la température de 19,0 C., le nombre 5898,695; avec B, à 24° C., 5895,12; et avec C., à 23,0 C., 5895,815; le tout en dix-millionièmes de millimètre.

Avec ces données, il est très facile d'exprimer les largeurs des réseaux en longueurs d'onde, indépendamment de toute connaissance des valeurs absolues de ces largeurs : il suffit de diviser les valeurs admises par les longueurs d'onde moyennes.

On trouve de cette manière $\frac{2}{3}$ A = 22985,2 longueurs d'onde à 29° C., B = 22986,9 longueurs d'onde à 24°,0 C. et C = 22987,7 longueurs d'onde à 23°,7 C. Quant à la première de ces valeurs, celle de $\frac{2}{3}$ A, je la réduis en outre à la température de 24°,0 C.; comme il est à peu près certain que la couche d'argent se dilate d'une manière tout-à-fait indépendante du verre sur lequel elle est déposée, j'emploie pour cette réduction le coefficient de dilatation moyen de l'argent, et de plus, en conformité de ce qui a été dit au paragraphe 10, le coefficient de dilatation connu de l'air, afin d'exprimer la largeur réduite en longueurs d'onde telles qu'elles sont dans l'air à 24°,0 C. Je ne dois pas dissimuler qu'en agissant ainsi, je pars de l'hypothèse, absolument gratuite, que M. NOBERT aurait accidentellement divisé les trois réseaux

---

1) *l. c.*, pag. 29.

2) *Archives*, T. I, pag. 318, Table B.

à la même température de 24°; si l'on veut admettre, ce qui est peut-être plus probable, que la division a eu lieu à la température de 19° ou même de 15°, la concordance dont il sera question tout à l'heure entre le réseau d'argent et les réseaux de verre en souffrira, parce que le coefficient de dilatation du verre n'a pas même la moitié de la grandeur de celui de l'argent. Quoi qu'il en soit, en rapportant le tout à 24° C., je trouve:

$\frac{2}{3}$ A = 22987,2 longueurs d'onde.
B = 22986,9 " "
C = 22987,7 " "
en moyenne 13^{mm},558271 = 22987,3 ± 0,25.

Si l'on ramène les longueurs d'onde au vide, à l'aide des données de M. Ketteler [1]), leur nombre devient: 13^{mm},558271 = 6,01033 L. P. = 22981,1 longueurs d'onde du sodium dans le vide; dans ce calcul, la hauteur barométrique pendant mes mesures, qui m'est totalement inconnue, a été supposée normale, c'est-à-dire égale à 760 millimètres. Le nombre trouvé n'a toutefois, comme il a été dit ci-dessus, qu'une valeur relative, en ce sens que j'ignore complétement la température à laquelle M. Nobert a tracé les réseaux et à laquelle, par conséquent, se rapportent réellement les valeurs 9,0155 et 6,01033 lignes de Paris. Si cette température avait été par exemple de 15° C., la valeur de $\frac{2}{3}$ A serait = 22983,6, celle de B = 22985,1 et celle de C = 22985,9 longueurs d'onde; la première grandeur s'éloignerait alors beaucoup plus des deux autres; la moyenne serait 22984,9 ± 0,74 ou, dans le vide, 22978,7 longueurs d'onde, avec une erreur moyenne notablement plus grande; 6 lignes de Paris seraient dans ce cas égales à 22939,2, et un mètre entier serait égal à 1694812,9 longueurs d'onde.

De ce qui précède il résulte, me semble-t-il, que, dans les conditions données, je puis certainement déterminer la largeur d'un réseau de Nobert à $\frac{1}{10000}$ près. J'ai d'ailleurs encore un autre argument en faveur de la possibilité d'atteindre ce degré d'exactitude. Dans ma dernière comparaison [2]) des longueurs d'onde de M. Ångström avec les miennes, j'ai trouvé, pour le rapport de nos résultats concernant les longueurs d'onde de raies qui ne sont pas trop éloignées l'une de l'autre dans le spectre, les valeurs suivantes: pour la raie 9, 1,00057; pour la raie 10, 1,00060; et pour la raie 11, 1,00056, — par con-

[1]) *l. c.*, pag. 54 et 55.
[2]) *Archives*, T. III, Table pag. 8.

séquent en moyenne 1,00058. Pour 16α j'ai trouvé 1,00056, et pour 16γ, 1,00054, — c'est-à-dire en moyenne 1,00055. Pour la raie 25 le rapport est 1,00057; pour 26, 1,00059; pour 27α, 1,00060, et pour 27γ, 1,00058, — par conséquent en moyenne 1,00058. Enfin, pour la raie 32 j'ai obtenu le rapport 1,00065, pour 33, 1,00065 et pour 34, 1,00067, — en moyenne 1,00066. Il me semble d'après cela que si je recommençais des mesures analogues, avec un soin extrême, en tenant compte de la température et de la hauteur barométrique, et en préservant les réseaux de l'échauffement par les rayons du soleil, je pousserais facilement l'exactitude jusqu'à $\frac{1}{100000}$ de la valeur, et peut-être même au delà; en effet, les rapports que je viens de citer montrent que les erreurs accidentelles de mes résultats, comme de ceux de M. Ångström, ne peuvent guère dépasser cette limite.

13. C'est donc une opération parfaitement exécutable que d'exprimer, avec une exactitude de $\frac{1}{100000}$, la valeur d'un réseau, large de 6 lignes, en longueurs d'onde de la lumière du sodium dans le vide. Les lignes de ce réseau devront alors être tracées avec le dernier degré de précision et de netteté, et la température du verre durant l'opération du tracé devra être connue avec toutes ses variations. Pendant la mesure de la longueur d'onde, la température du verre devra être maintenue aussi constante que possible, et il faudra noter assidûment, outre cette température, la température, la pression et, s'il se peut, l'état hygrométrique de l'atmosphère. Avec ces précautions le résultat pourra atteindre toute la précision et toute la certitude qui appartiennent aux mesures les plus exactes du pendule.

Mais une longueur d'un centimètre ou, si l'on aime mieux, de 13,5 millimètres, ne forme pas encore un mètre; pour en arriver là, il faut amplifier ce résultat environ 74 fois, et nous avons par conséquent 74 fois à compter avec la limite d'exactitude qui a pu être atteinte jusqu'ici dans la comparaison des mesures, limite que nous évaluerons à $\frac{1}{2000}$ de millimètre.

Si dans chacune de ces 74 comparaisons l'erreur tombait dans le même sens, l'erreur du résultat final serait d'environ $\frac{1}{30}$ de millimètre, de sorte que, de ce chef seul, l'exactitude du mètre résultant serait bornée à $\frac{1}{30000}$ de la valeur. Sans doute, l'hypothèse d'un écart se produisant toujours dans le même sens ne se réalisera pas, mais il n'est pas non plus permis de dire que l'erreur sera positive pour une moitié des comparaisons, et négative pour l'autre.

Je suis donc forcé de reconnaître que, pour le moment, il n'y a pas moyen de construire un mètre qui puisse être exprimé, avec l'exacti-

tude nécessaire, en longueurs d'onde. Mais, par contre, il est tout aussi impossible de déduire du mètre un centimètre qui soit exact à moins de $\frac{1}{20000}$ de sa valeur près, tandis que rien ne m'empêche d'exprimer la valeur de mes réseaux de 13,5 mm. en longueurs d'onde avec une exactitude de $\frac{1}{100000}$.

Je tâcherai d'obtenir de M. Nobert quelques nouveaux réseaux, construits avec toute la perfection possible et en observant tous les soins nécessaires, tels que celui de prendre note des indications du thermomètre. Je verrai aussi à me procurer des réseaux semblables à ceux dont s'est servi Fraunhofer [1]), c'est-à-dire formés de deux vis micrométriques parallèles, dans les pas desquelles sont tendus des fils métalliques fins. Ainsi armé, je pourrai revenir plus tard sur ce sujet. Peut-être que, dans l'intervalle, un autre aura trouvé quelque moyen de mettre mon idée à exécution. Je ne suis d'ailleurs nullement convaincu que ce soient précisément les réseaux qui donneront la meilleure solution du problème.

HARLEM, 20 Avril 1870.

NOTE.

Sur l'indication de notre confrère, M. Kaiser, j'ai reconnu que ma proposition d'employer comme mesure naturelle la longueur d'onde de la lumière du sodium, n'est pas nouvelle. La même idée a déjà été émise par M. Lamont, dans le *Jahrbuch der Königlichen Sternwarte bei München*, année 1839, pag. 188; pour la détermination de la longueur d'onde, ce savant propose, tout comme moi, d'avoir recours aux phénomènes de diffraction, et spécialement à ceux des réseaux. J'espère, par cette observation, m'être mis à l'abri d'une accusation imméritée de plagiat.

---

1) *Astronomische Abhandlungen herausgegeben von* Schumacher, Fasc. II, Altona, 1823, pag. 71 et 99.

RAPPORT

PRÉSENTÉ A L'ACADÉMIE DES SCIENCES DES PAYS-BAS

dans la séance du 27 Septembre 1870,

PAR

MM. **STAMKART** et **COHEN STUART.**

Le Mémoire de notre confrère M. VAN DER WILLIGEN, *Sur les Mesures naturelles*, renferme d'abord un court aperçu historique des tentatives qui ont été faites pour trouver dans la nature une mesure invariable en elle-même, propre à servir d'unité de longueur dans les usages de la vie ordinaire et facile à retrouver si elle venait un jour à se perdre. L'auteur mentionne spécialement la proposition bien connue de HUYGENS, d'employer comme mesure la longueur du pendule à secondes, et il rappelle comment ce projet fut écarté au moment où il semblait près d'être réalisé, par suite de la préférence accordée au mètre, c'est-à-dire à la 40-millionième partie de la circonférence d'un méridien déterminé. Au sujet du principe auquel on s'arrêta en cette circonstance, savoir, de rejeter la longueur du pendule à secondes comme unité de mesure, tout en employant cette longueur comme simple moyen de vérification, M. VAN DER WILLIGEN remarque que „quelque rationnel qu'il puisse être, il a contrarié et continuera à contrarier, plus que toute autre chose, l'adoption générale du mètre comme mesure commune à tous les peuples. — En effet, le pendule à secondes étant indiqué comme moyen de contrôle, le plus simple, pour chaque peuple, était de s'en tenir à ses propres mesures et de les déterminer exactement à l'aide de cette mesure naturelle, plutôt que d'introduire d'abord une autre mesure, soi-disant naturelle, totalement inusitée, et qu'il n'en faudrait pas moins vérifier ensuite de la même manière". A ce point de vue, dit notre confrère, on a commis

une faute des plus graves en écartant, comme unité de mesure, la longueur du pendule à secondes à la latitude de 45°, longueur qui était d'ailleurs si rapprochée du mètre.

La remarque, prise en elle-même, peut avoir du vrai, mais il nous semble qu'il y a quelque exagération à dire que le principe en question a contrarié et *continuera à contrarier*, *plus que toute autre chose*, l'adoption générale du *mètre* par tous les peuples.

„La remarque qui vient d'être faite", dit M. VAN DER WILLIGEN, „indique déjà le point de vue duquel je considérerai les conditions qu'on peut poser à une mesure naturelle. Je veux chercher simplement la réponse à cette double question: l'exactitude avec laquelle a été fixée primitivement la longueur du mètre, et celle que permettait autrefois ou que permet aujourd'hui la détermination de la longueur du pendule à secondes, sont-elles dans un rapport convenable avec l'exactitude qu'on peut atteindre actuellement dans la comparaison de deux mesures de longueur; — en second lieu, le degré d'exactitude dont est susceptible la détermination du pendule à secondes suffit-il pour nous faire connaître ces changements éventuels auxquels on craint, non sans apparence de raison, que les étalons des mesures ne soient exposés". Ces questions sont résolues, toutes les deux, négativement.

En ce qui concerne le premier point, savoir, l'exactitude avec laquelle a été fixée primitivement la longueur du *mètre*, ou plutôt l'exactitude avec laquelle a été construit et vérifié le *prototype* du mètre, l'auteur l'évalue à $\pm \frac{1}{100}$ de millimètre. Dans le Rapport présenté, le 27 novembre dernier, par la Commission des étalons du mètre et du kilogramme, l'exactitude des comparaisons avec la Toise du Pérou a été estimée à $\frac{1}{78}$ mm., par conséquent à moins encore que d'après M. VAN DER WILLIGEN. Aussi personne ne fera-t-il difficulté de reconnaître que la première question doit recevoir une réponse négative.

Relativement au second point, l'exactitude avec laquelle a été déterminée la longueur du pendule, M. VAN DER WILLIGEN entre dans un peu plus de développements, par la comparaison des résultats obtenus par différents observateurs, tels que BORDA et CASSINI, BIOT, MATHIEU et BOUVARD, et plus spécialement de ceux dus à BESSEL et à SCHUMACHER. Ces derniers sont du reste les seuls dont il y ait réellement lieu de tenir compte, lorsqu'il s'agit de savoir jusqu'où peut aller l'exactitude qu'on sait atteindre aujourd'hui dans les expériences du pendule.

A la page 152, l'auteur dit au sujet des résultats des observations du pendule faites à Königsberg, à Güldenstein et à Berlin, de 1826 à 1835: „Quant à des erreurs probables du résultat final, il ne peut

plus en être question dans ces mesures; en effet, quand le nombre des observations augmente, ces erreurs finissent par devenir infiniment petites, et, à part cela, elles sont déjà, pour ainsi dire, ridiculement réduites lorsque les résultats séparés montrent entre eux un accord aussi intime que cela est le cas dans les séries dont il s'agit ici. A dire toute ma pensée, je n'attache que bien peu d'importance à ces miniatures d'erreurs probables du résultat final, aussitôt qu'elles tombent hors des limites de ce qui est réellement mesurable ou visible dans les observations; la comparaison mutuelle des résultats particuliers qui ont concouru à fournir le résultat définitif, a beaucoup plus de valeur à mes yeux".

En d'autres termes, M. van der Willigen veut évidemment dire qu'il attache plus d'importance à une faible valeur de l'erreur moyenne d'une observation *isolée*, qu'à une faible valeur de l'erreur moyenne du résultat définitif déduit d'observations multipliées. A cela il n'y a pas d'objection à faire, mais c'est aller trop loin que de prendre, pour juger de l'exactitude, uniquement la plus grande différence entre les résultats particuliers; ainsi qu'il semble résulter de la suite du Mémoire, où l'auteur donne ces *plus grandes* différences pour les résultats particuliers obtenus par Bessel.

M. van der Willigen compare ensuite les longueurs du pendule à secondes, trouvées à Königsberg, à Güldenstein et à Berlin, avec la formule de Sabine, qui exprime cette longueur en fonction de la latitude. Cette comparaison donne naturellement lieu de constater, entre la formule générale et les déterminations directes, des écarts ou des différences plus considérables que les erreurs ci-dessus entre les observations faites dans une même localité.

Il nous semble toutefois qu'on ne peut rien en conclure contre la détermination de la longueur du pendule à secondes, telle qu'elle a été exécutée; abstraction faite même de la circonstance que l'appareil était autre à Güldenstein qu'à Berlin, au moins en partie, les deux localités auraient dû n'en faire qu'*une*, pour qu'il fût possible de porter un jugement sur l'accord plus ou moins grand des observations du pendule.

La constitution géognostique du sol est inconnue, et l'on sait que, même en des points relativement peu éloignés l'un de l'autre, la direction du fil à plomb *peut* présenter des déviations de la direction normale, lesquelles doivent probablement, ou presque indubitablement, être accompagnées de déviations de la longueur du pendule à secondes.

S'il ne s'agit que de faire servir le pendule à la comparaison des mesures étalons, à des époques différentes, — après des intervalles

d'un grand nombre d'années, — dans *le même* lieu, nous croyons que le pendule permet d'obtenir une exactitude telle, qu'elle ne laisse plus, aujourd'hui, que peu de chose à désirer.

Par contre il est à présumer, ou plutôt il est à peu près certain, que les longueurs du pendule prises dans chacune des parties du monde, sur les parallèles de 45° par exemple, présenteront entre elles des différences *un peu* plus grandes que la valeur des erreurs auxquelles donne lieu la comparaison des mesures de longueur.

A la page 154, M. VAN DER WILLIGEN parle du degré d'exactitude que BESSEL et M. BAEYER ont su atteindre dans la comparaison des étalons de longueur. Cette comparaison laisse subsister des erreurs. L'erreur moyenne de chacune des premières mesures est de $\pm$ 0,00055 ligne, et celles des 48 mesures postérieures, de $\pm$ 0,000244 ligne, soit environ $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$ de millième de ligne ou 1 et $\frac{1}{2}$ millième de millimètre. Les erreurs moyennes des résultats définitifs sont respectivement de $\frac{1}{3800000}$ et $\frac{1}{11500000}$ de la longueur totale.

Mais les deux résultats obtenus pour la longueur du même étalon diffèrent l'un de l'autre de 0,00021 ligne, c'est-à-dire de $\frac{1}{5}$ d'un millième de ligne ou environ $\frac{2}{5}$ d'un millième de millimètre.

Pour ce qui nous concerne, nous regardons cette exactitude comme très suffisante; du moins, nous ne saurions acquiescer à ce que notre confrère dit à ce sujet: „Il est sans doute impossible de savoir au juste ce qui a pu donner lieu à la différence entre les deux résultats obtenus pour la longueur de l'étalon; mais cette différence n'en jette pas moins une forte ombre sur la valeur de toutes les mesures-étalons, en ce sens qu'elle rend très douteuse leur invariabilité persistante."

L'auteur rappelle ensuite le fait, récemment remarqué, d'une variation dans la valeur des coefficients de dilatation d'une même règle métallique, au bout de quelques années, ou par suite de vibrations fréquentes etc.; ce fait a certainement plus d'importance que le précédent au point de vue de la conservation d'un étalon fixe. Le sujet est encore neuf et il provoquera sans doute de nombreuses recherches, observations et expériences. A cet égard, contrairement à l'avis de notre confrère, nous attachons une grande importance, comme moyen de recherche, à la répétition de la mesure d'une base, entre deux points assurés aussi parfaitement que possible dans le sol. L'auteur dit: „ou, d'une manière plus générale, de la distance de deux points déterminés astronomiquement". La détermination astronomique des points extrêmes n'est pas nécessaire pour le but en question, et, à coup sûr, elle n'offrirait pas d'avantages.

Comme grandeur offerte par la nature et ayant des titres spéciaux à être choisie pour étalon linéaire, l'auteur recommande la longueur d'onde de la lumière du sodium dans le vide, longueur qui devrait, naturellement, être multipliée quelques millions de fois.

A l'appui de cette idée, l'auteur montre d'abord que la réduction au vide peut se faire avec une exactitude suffisante, et il signale ensuite l'accord entre les longueurs d'onde déterminées par lui-même à l'aide de divers réseaux, ainsi que les différences extrêmement petites qui séparent les nombres trouvés par lui et par M. ÅNGSTRÖM pour l'expression des rapports entre les longueurs d'onde des différentes raies du spectre.

Par suite de l'incertitude qui existe au sujet de la température à laquelle M. NOBERT a tracé les réseaux employés, on ne peut pas, nous semble-t-il, accorder une grande valeur démonstrative à l'accord signalé en premier lieu; quoique d'ailleurs nous ne partagions pas la crainte de l'auteur, que la couche d'argent pourrait se dilater d'une manière indépendante du verre sur lequel elle est déposée.

Nous trouvons une garantie plus forte de l'exactitude obtenue dans les résultats frappants de la comparaison des déterminations de l'auteur avec celles de M. ÅNGSTRÖM.

En se fondant sur ces résultats, votre Commission admet volontiers l'assertion, qu'il est possible d'exprimer en longueurs d'onde, à $\frac{1}{100000}$ de la valeur totale près, la longueur exacte d'un réseau d'environ $13\frac{1}{2}$ mm. Il est vrai que, pour cela, les conditions à remplir sont assez minutieuses: il faut en premier lieu que le réseau et les autres appareils destinés à l'observation soient construits par un artiste habile, et ensuite que les déterminations soient faites par un observateur exercé; mais ces conditions sont aussi de rigueur pour les expériences du pendule, par exemple.

Notre confrère a donc indiqué le moyen d'emprunter à la nature une petite longueur de 1 à $1\frac{1}{3}$ centimètre, indépendante du temps et du lieu; ce qui est loin d'être dénué d'importance. Reste la question de savoir comment, à l'aide d'une pareille longueur, on pourrait faire un mètre, bien entendu, avec l'exactitude aujourd'hui requise. M. VAN DER WILLIGEN reconnaît que, pour le moment, il n'est pas en état de répondre à cette question. A cette impuissance on peut opposer, comme le remarque l'auteur, qu'on est tout aussi peu en état de déduire, du mètre, un centimètre qui soit exact à plus de $\frac{1}{20000}$ de sa valeur près; c'est-à-dire, à plus de $\frac{1}{2}$ millième de millimètre; mais ceci nous paraît un inconvénient peu grave, aussi longtemps qu'un bon

microscope ne permettra pas de distinguer, de manière à la rendre mesurable, une grandeur plus petite que $\frac{1}{2000}$ de millimètre, soit une grandeur de $\frac{1}{10000}$ mm.

Un réseau qui est exprimé en longueurs d'onde de la lumière avec une exactitude de $\frac{1}{100000}$ de sa longueur, c'est-à-dire; *arithmétiquement*, de $\frac{1}{10000}$ mm., n'a pas encore pour cela la même exactitude comme mesure de longueur, si, dans les mesurages réels, on ne peut répondre de plus de $\frac{1}{2000}$ mm. Lors de la multiplication du réseau on aura donc à compter, non pas avec l'erreur du réseau $= \frac{1}{10000}$ mm., mais bien *dûment* avec l'*erreur* $= \frac{1}{2000}$ mm. dont sont passibles nos opérations les plus exactes de mesurage linéaire ou de comparaison des mesures de longueur entre elles.

Nous accordons volontiers qu'en multipliant une longueur 74 fois, l'erreur du résultat final ne sera pas égale à 74 fois l'erreur primitive; mais, en tout cas, on aura à craindre une erreur absolue plus considérable sur la grande mesure résultante que sur la petite mesure d'où l'on est parti.

La Commission espère que l'idée de M. VAN DER WILLIGEN pourra trouver une application utile dans la science, et conduire peut-être un jour à un nouveau moyen de vérifier l'invariabilité des étalons de longueur.

Elle conclut en conséquence à l'insertion de son travail dans les Mémoires de l'Académie.

F. J. STAMKART.

DELFT, Juin 1870.

L. COHEN STUART.

C'est seulement après la rédaction de ce Rapport, que nous avons eu connaissance d'une Note ajoutée par l'auteur à son Mémoire. Il résulte de cette Note que, dès 1839, M. LAMONT, de Munich, a proposé de déduire de la longueur d'onde de la lumière, à l'aide des phénomènes de diffraction produits par les réseaux, une mesure naturelle.

Dans la circonstance que l'idée mise en avant par notre confrère n'est pas nouvelle, nous ne voyons pas de motif suffisant pour modifier la conclusion de notre Rapport.

En effet, l'insertion de son Mémoire dans les publications de l'Académie pourra prévenir le danger qu'une idée, qui paraît bien mériter d'être prise en considération, tombe de nouveau dans l'oubli.

F. J. STAMKART.

DELFT, Septembre 1870.

L. COHEN STUART.

MÉMOIRE

SUR LE

BELONOSTOMUS PYGMAEUS

ET DEUX ESPÈCES DE CATURUS,

PAR

T. C. WINKLER.

Parmi les poissons de la collection dont nous avons parlé dans notre description du *Coelacanthus harlemensis*, se trouve un exemplaire très remarquable d'un *Belonostomus*. En voyant ce fossile pour la première fois, je crus avoir devant moi un individu très jeune d'une des espèces déjà connues du genre *Belonostomus*. Mais des recherches ultérieures m'ont prouvé que notre exemplaire doit appartenir à une espèce non encore signalée. Je vais décrire l'individu, et en donner une figure de grandeur naturelle, fig. 1.

La petite plaque de calcaire lithographique qui renferme le fossile, est provenue des couches jurassiques des environs d'Eichstaett en Bavière. Le poisson a perdu l'extrémité postérieure de son corps, c'est-à-dire que toute la partie caudale, en arrière de l'insertion des nageoires dorsale et anale, ne se trouve plus. En revanche, la tête avec le bec très allongé est en entier, comme aussi la plus grande partie du corps avec la colonne vertébrale, les nageoires pectorale, ventrale, dorsale et anale. En admettant, comme il est assez vraisemblable, si l'on prend en considération les autres espèces du genre, que la partie perdue ait constitué un quart de la longueur totale, il s'en suit que notre poisson a eu une longueur de 0,10 m. de la pointe du bec jusqu'à l'extrémité postérieure de la nageoire caudale. La largeur du corps en arrière de l'opercule est de 0,01 : on voit par conséquent que notre poisson a été très élancé.

La tête avec le bec a une longueur de 0,034, elle égale donc presque le tiers de la longueur totale. Les mâchoires sont d'égale longueur, elles s'atténuent d'une manière très sensible vers la pointe, en sorte qu'elles sont très effilées. En examinant ces mâchoires à la loupe, on observe quelques dents pointues, coniques et relativement assez robustes, qui sont placées surtout dans la mâchoire supérieure : on voit le reste d'une dent à une très petite distance de la pointe de cette mâchoire.

Comme je viens de le dire, les nageoires pectorale, ventrale, anale et dorsale sont conservées. La pectorale se présente étendue en forme d'éventail; elle est assez longue, mais étroite, et se compose d'environ 22 rayons solides et dichotomés. La ventrale est extrêmement petite, et semble être formée de 4 ou 5 rayons courts. L'anale est plus large que la ventrale, et se compose de 20 rayons, dont les antérieurs sont les plus longs, et les postérieurs les plus courts. Les rayons de cette nageoire sont portés par de forts osselets interapophysaires, correspondant en largeur aux rayons. La dorsale a glissé vers le bas et s'est en même temps tournée, de manière que les pointes des rayons sont maintenant dirigées en avant et en bas. Elle a été opposée à l'anale, et ses rayons sont au moins au nombre de 12.

La colonne vertébrale a laissé une empreinte très nette, visible à travers les rangées d'écailles qui la recouvrent encore. Les vertèbres sont aussi hautes que longues. Chaque vertèbre porte une apophyse épineuse dirigée obliquement en arrière par rapport à la vertèbre. Au-dessous de la colonne vertébrale on observe une multitude de côtes courtes et minces.

Les écailles ne se distinguent pas de celles des autres bélonostomes, ni dans la forme, ni dans la position relative. La rangée au-dessus de l'empreinte de la colonne vertébrale est composée d'écailles qui sont un peu plus hautes que larges. La série située immédiatement au-dessous de la colonne vertébrale se compose d'écailles qui sont la moitié plus petites que celles qui garnissent le milieu du flanc. Ensuite viennent les trois ou quatre rangées qui recouvrent la région abdominale. Leurs écailles sont très étroites; il me semble qu'elles sont plus ou moins granulées à la surface supérieure.

En tête de ce mémoire on lit le nom de *Belonostomus pygmaeus*. Ce nom indique suffisamment que je crois devoir fonder sur notre exemplaire une espèce nouvelle. Il sera donc nécessaire de prouver que notre poisson ne saurait être rapporté à une espèce déjà décrite. Comparons à cet effet les caractères spécifiques de notre individu avec quelques-uns des caractères des autres espèces du calcaire lithographique.

B. sphyraenoides Ag.	*B. pygmaeus* Winkl.
Les mâchoires sont d'égale longueur, très robustes, et ne s'atténuent que d'une manière très insensible vers la pointe, de sorte que, tout en étant fort longues, elles sont cependant vigoureuses.	Les mâchoires sont d'égale longueur, très faibles et s'atténuent d'une manière très sensible vers la pointe, de sorte qu'elles sont très effilées.
B. Munsteri Ag.	
La tête est proportionnellement moins longue que dans le *B. sphyraenoïdes*. Les vertèbres sont plus longues que hautes.	La tête est proportionnellement plus longue que dans le *B. sphyraenoïdes*. Les vertèbres sont aussi longues que hautes.
B. tenuirostris Ag.	
La mâchoire supérieure est plus longue que l'inférieure. Les vertèbres sont plus longues que hautes.	Les mâchoires sont d'égale longueur. Les vertèbres sont aussi longues que hautes.
B. subulatus Ag.	
La mâchoire supérieure est d'un cinquième plus longue que l'inférieure.	La mâchoire supérieure est de la même longueur que l'inférieure.
B. ventralis Ag.	
Espèce très allongée, à tête grosse et large.	Espèce petite, à tête en rapport avec la grosseur et la largeur du corps.
B. Kochi Ag.	
La tête est comprise quatre fois dans la longueur totale.	La tête est comprise environ trois fois dans la longueur totale.
B. microcephalus Winkl.	
La tête n'est comprise que cinq fois dans la longueur du corps entier, et elle ne saurait être nommée allongée.	La tête forme le tiers de la longueur totale, et elle est allongée.

En parcourant ce tableau comparatif, il est facile de voir que notre *B. pygmaeus* ne peut être rapporté à aucune des espèces déjà décrites. Il se distingue au premier abord de ses congénères par sa petite taille, et c'est pourquoi j'ai choisi le nom de *B. pygmaeus*. Cette nouvelle espèce est la seconde du genre *Belonostomus* que j'ai eu la bonne chance

de rencontrer dans la collection paléontologique du musée Teyler [1]. Avec les six espèces décrites par M. Agassiz, nous connaissons par conséquent déjà huit espèces de ce genre intéressant de poissons fossiles du calcaire jurassique de Bavière.

Du *Caturus ferox* Winkl.

En 1862 j'ai publié une description, accompagnée d'une figure de grandeur naturelle, d'une nouvelle espèce du genre de poissons fossiles nommé *Caturus* par M. Agassiz. J'ai donné à cette nouvelle espèce le nom de *Caturus ferox*, à cause de sa dentition remarquable, composée de grandes dents pointues et isolées [2]. Cette description toutefois n'était basée que sur un seul échantillon de l'espèce, rencontré parmi les nombreux poissons du calcaire jurassique de Bavière qui ornent le musée Teyler. Il m'est agréable de pouvoir annoncer que je viens de trouver un autre représentant de la même espèce dans un échantillon qui fait partie de la petite collection de fossiles à laquelle je dois déjà, non-seulement le *Coelacanthus harlemensis*, mais aussi le petit poisson intéressant qui a été décrit dans les pages précédentes. Cet individu présente quelques particularités qui ne sauraient être observées dans l'échantillon qui m'avait servi pour la description citée plus haut. Il mérite par conséquent d'être porté à la connaissance des palichthyologistes, d'autant plus que l'autre exemplaire, étant plus ou moins mutilé et comprimé, ne montre pas tous ces détails d'une manière assez précise.

Le *Caturus ferox* représenté fig. 2, a, de la pointe du bec jusqu'à l'extrémité du lobe inférieur de la nageoire caudale, une longueur de 0,14 m., et, en avant des nageoires dorsale et ventrale, une largeur de 0,035, tandis que la longueur de l'autre exemplaire n'est que de 0,10 et sa largeur de 0,025. Le premier est donc plus grand que le second. Sans aucun doute, cette taille plus grande n'est qu'un effet de l'âge, car la proportion de la tête par rapport à la longueur totale est la même dans les deux individus, savoir de 1:4, car 0,14 : 0,10 = 0,035 : 0,025.

---

[1] Voyez: T. C. Winkler, *Description de quelques nouvelles espèces de poissons*, etc. < *Natuurkundige Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem*, 2me série, T. XVI.

[2] *Description de quelques nouvelles espèces de poissons fossiles de Solenhofen*, etc. < *Natuurkundige Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem*, 2me série, T. XVI.

Le caractère distinctif de l'espèce, la grandeur relative des dents pointues, crochues, isolées, se présente d'une manière très remarquable dans l'individu que j'ai devant moi: ses mâchoires sont garnies d'une vingtaine de dents en tous points semblables à celles de l'échantillon connu. On observe également ici l'orbite située très en avant; la série de rayons branchiostéges minces; la corde dorsale large, non ossifiée, mais garnie d'arcs neuraux et hémaux; la distribution caractéristique des nageoires; la nageoire caudale subhomocerque; en un mot, il n'est pas possible de méconnaître l'espèce de notre individu: il est si semblable à l'individu décrit dans le mémoire cité plus haut, qu'il suffit de lire la description de l'un pour avoir une idée très correcte de l'autre.

Cependant notre individu présente quelques particularités, dont la description peut servir à compléter notre connaissance de l'espèce.

J'ai dit, pag. 60 du mémoire précité, en parlant des écailles: „Les écailles sont très petites et rhomboïdales. Autant que l'on peut en juger il paraît qu'elles sont minces, lisses et à bords unis." Les écailles de notre échantillon actuel étant plus grandes, parce que lui même est plus grand, il m'a été possible, à l'aide d'une meilleure loupe que celle qui m'avait servi pendant mes premières études palichthyologiques, de dresser une figure agrandie trois fois des écailles du *C. ferox.* On trouve ce dessin fig. 3.

Pag. 60 on lit encore: „Je n'ai pas trouvé une trace d'articulations, ni de bifurcations des rayons, ni dans les nageoires impaires, ni même dans les nageoires paires, et ce fait constitue une différence notable entre le *C. ferox* et le *C. furcatus* Ag. dont les rayons sont très divisés et articulés." Dans l'échantillon que j'ai devant moi, on voit au contraire très distinctement que toutes les nageoires ont des rayons articulés et divisés à la pointe. Le *C. ferox* ne diffère donc pas, comme je l'avais cru, dans la structure de ses rayons, de quelques autres espèces du genre *Caturus.* Cependant sous ce rapport il se distingue assez du *C. latus* Ag. L'auteur dit de ce poisson que „les rayons sont divisés nombre de fois et articulés jusqu'à leur base". Les rayons du *C. ferox* ne sont divisés qu'une fois, c'est-à-dire dichotomés, et ils ne sont articulés que jusqu'à mi-partie.

J'ai dit pag. 59: „Il est impossible de reconnaître les nageoires ventrales, mais probablement elles ont été petites et insérées au milieu du corps vis-à-vis de la dorsale." Dans notre exemplaire la nageoire ventrale s'est conservée en entier. Elle est insérée au-dessous de la dorsale, se compose de 10 rayons, et est très petite, sa longueur ne dépassant pas la moitié de celle de la nageoire pectorale.

Outre les deux individus dont nous venons de parler, on trouve dans le musée Teyler encore sept échantillons de la même espèce. Ces fossiles nous sont parvenus par l'intermédiaire de M. A. Krantz. Tous sont plus ou moins mutilés, et aucun ne fait voir quelque particularité qu'on ne puisse observer chez les deux exemplaires décrits plus haut, mais en revanche tous servent à fortifier la diagnose suivante de l'espèce *Caturus ferox*:

Corps oblong; tête un quart de la longueur totale; dents isolées, pointues, crochues; les espaces qui séparent les dents sont plus grands que les dents ne sont larges. Caudale subhomocerque, point de fulcres. Rayons des nageoires: D. 17 — A. 13 — V. 10 — P. 22 — C. 40.

-

Du *Caturus elongatus* Ag.

M. Agassiz dans, la description de son genre *Caturus* [1]), dit que ce genre se caractérise par son type régulier, — qui rappelle les poissons les mieux proportionnés de notre époque, tels que les salmones d'eau douce et les clupes, — et que ses caractères distinctifs résident surtout dans les nageoires. En jetant un coup d'œil sur l'individu représenté fig. 4, on ne saurait douter qu'il ne soit un membre du genre *Caturus*: les caractères génériques frappent le spectateur, de manière qu'il serait superflu de vouloir prouver que ce poisson doit appartenir au genre susmentionné. On remarque ici la caudale grande, équilobée, largement échancrée, et dont les premiers rayons sont garnis de fulcres; la dorsale très avancée, opposée aux ventrales, les pectorales relativement petites ou faibles, etc. Mais quoiqu'il soit facile de reconnaître le genre du poisson fossile dont nous parlons, il est assez malaisé de déterminer s'il appartient à une espèce déjà connue, ou s'il doit être considéré comme le représentant d'une nouvelle espèce. En le confrontant avec les deux espèces de *Caturus* décrites par M. Agassiz, pag. 116 en 117 de l'ouvrage cité plus haut, le *C. furcatus* et le *C. latus*, et avec les deux espèces dont j'ai publié autrefois la description, le *C. ferox* et le *C. brevis* [2]), il est apparent que notre poisson ne saurait être rapporté à aucune de ces quatre espèces. Mais il est possible qu'il doive être adjoint à l'une des cinq ou six espèces de Solenhofen dont M. Agassiz n'a donné qu'une diagnose très courte et

---

[1]) *Recherches sur les poissons fossiles*, T. II, part. 2, pag. 115.

[2]) *Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem*, T.XVI.

superficielle, espèces dont il dit qu'elles restent encore à décrire. Il est possible que ce savant ait vu un jour un poisson fossile semblable au nôtre, qu'il ait donné un nom à l'espèce, et que cette espèce soit le *Caturus elongatus*. M. Agassiz formule la diagnose de cette manière: „Espèce allongée, à peu près tout d'une venue, à tête grosse, à caudale très développée et largement échancrée." Attendu qu'il me répugne de multiplier sans nécessité des noms spécifiques, qui ne sont quelquefois que des preuves de la vanité de l'auteur désirant perpétuer son propre nom à la suite d'un nom spécifique, et surtout en considérant que la diagnose citée est assez applicable aux individus dont nous traiterons dans les pages suivantes, je propose de leur assigner provisoirement le nom de *C. elongatus* Ag. Si notre description vient sous les yeux du savant palichthyologiste américain, et s'il y reconnaît une autre espèce de *Caturus* que celle à laquelle il a donné le nom en question, j'attends de lui la proposition d'une autre dénomination distinctive pour nos exemplaires.

Le *Caturus elongatus* Ag. est représenté dans le musée Teyler par deux échantillons, tous deux en assez bon état de conservation, et montrant le squelette entier, y compris toutes les nageoires, une partie des écailles, et même des restes d'organes qui communément ne se retrouvent pas chez les poissons fossiles, savoir des restes des branchies. Notre description sera fondée sur ces deux individus, l'un complétant l'autre en quelques particularités. Tous deux sont provenus du calcaire lithographique de Bavière. Les plaques pierreuses qui gardent les restes organiques sont d'un grain assez fin et d'une couleur jaune. Les restes osseux sont pour la plupart colorés en brun, et entourés de belles dendrites noires et brunes de formes élégantes, tandis que les restes de l'enveloppe tégumentaire, qui sont visibles sur le milieu du corps de l'individu figuré, sont d'une couleur rougeâtre.

La longueur totale de l'un des échantillons est de 0,31 et celle de l'autre de 0,22, mais un petit fragment du museau de ce dernier étant perdu, ce nombre doit certainement être augmenté jusqu'à 0,23: c'est l'individu figuré fig. 4. La forme svelte, la tête grande en proportion, la partie caudale effilée, et la nageoire caudale grande, équilobée et largement échancrée frappent l'attention à première vue.

La tête est très détériorée dans les deux échantillons, de manière que les os qui la composent ne se présentent que comme une masse de fragments osseux, pour la plupart tout à fait indéterminables. Seule-

ment il paraît que les opercules ont été fort larges et robustes. L'opercule de l'individu non figuré est recouvert d'une couche blanchâtre mince. Au premier abord je n'avais vu dans cette couche qu'une éclaboussure calcaire, un enduit purement accidentel, mais en la regardant à la loupe j'y reconnus quelque chose de très particulier, une accumulation de bandes étroites entrecroisées, un amas de fibres plates distribuées dans un certain ordre, en un mot une organisation si curieuse que j'ai cru nécessaire d'en faire un dessin quatre fois agrandi, qu'on voit reproduit fig. 5. Ce corps est-il une branchie pétrifiée? Je pense qu'on doit répondre affirmativement à cette question; pour moi, cette explication est la seule possible. Et je crois d'autant plus que nous avons affaire ici à une lame branchiale pétrifiée, que, dans l'individu figuré, on remarque, à l'opercule droit, une petite ouverture quadrangulaire (une partie de l'os étant perdue en cet endroit), et que la couche calcaire qu'on observe à travers cette ouverture nous montre une couche toute pareille de lames minces ou de fibres entrecroisées. Si quelqu'un voulait objecter que les branchies, étant des organes très tendres et d'une structure éminemment exposée à être dissoute pendant la putréfaction du poisson dans l'eau, ne résisteraient pas à cette cause de destruction, et par conséquent ne pourraient passer à l'état fossile, je lui présenterais des organes encore plus tendres que des branchies, et pourtant parfaitement pétrifiés, comme par exemple une corde dorsale pétrifiée dans l'exemplaire du *Coelacanthus harlemensis* de notre musée [1]); je lui indiquerais un poisson à chair molle, mais entièrement conservé, dans un bel exemplaire de *Squatina acanthoderma* Fraas; je lui rappellerais les nombreux restes d'intestins de poissons jurassiques, connus sous le nom de cololites, et enfin je lui ferais lire le mémoire de M. Willemoes-Suhm sur le *Coelacanthus* [2]), où il trouverait la description d'une vessie natatoire pétrifiée. En présence de tous ces faits, il n'est certes pas absurde de croire que nous voyons dans l'objet dont il s'agit ici, une lamelle branchiale de notre poisson. Même si cette particularité était la seule qu'il y eût à observer dans ce remarquable échantillon, il mériterait encore d'être rangé parmi les objets les plus curieux qui soient conservés dans notre collection.

Au bord inférieur de l'opercule de l'échantillon figuré on voit une série de rayons branchiostéges, au nombre d'environ 20.

Parmi les débris d'os de la tête de l'autre échantillon on remarque

---

[1]) *Mémoire sur le Coelacanthus harlemensis* < *Archives du Musée Teyler*, T. III p. 101

[2]) *Palaeontographica*, T. XVII, pag. 73.

quelques dents isolées. Ces dents sont grandes, pointues, plus ou moins crochues, et garnies d'émail. Ces dents de préhension ont beaucoup de ressemblance avec celles de notre *Caturus ferox*, eu égard à leur forme et à leur grandeur relative, mais je ne saurais assurer si elles ont été situées dans les mâchoires de manière que les interstices qui séparent les dents fussent plus grands que les dents n'étaient larges, comme cela se voit dans le *C. ferox*. Toutefois deux de ces dents, qui se trouvent encore à leur place naturelle dans la mâchoire inférieure, sont éloignées l'une de l'autre d'une distance plus grande que cela n'a lieu d'ordinaire chez la plupart des autres espèces du genre, et cette circonstance me porte à croire que la particularité susdite dans le placement des dents est commune aux deux espèces, le *C. elongatus* et le *C. ferox*.

La corde dorsale est assez épaisse; elle se dirige en haut par son extrémité postérieure, de manière à se perdre dans le lobe supérieur de la caudale. Les arcs neuraux et hémaux s'appuient sur la corde par des épatements ou des plaques, désignées par M. Heckel sous le nom de demi-vertèbres. On sait que dans quelques poissons ces épatements osseux sont presque nuls, tandis que chez d'autres leur bord se couvre de dentelures et même quelquefois de digitations qui engrènent les unes dans les autres. Chez notre *Caturus elongatus* les arcs neuraux et hémaux sont dentelés, c'est-à-dire que leurs plaques ne sont ni à bords unis, ni digitées de façon à s'engrener mutuellement, et ce degré intermédiaire d'endurcissement ou plutôt d'ossification des arcs concorde d'une manière remarquable avec l'âge géologique de notre *Caturus*. Il est connu que les poissons du trias et spécialement les pycnodontes de cette période géologique ont la corde dorsale presque nue, que ceux des terrains secondaires ont en général des demi-vertèbres dentelées, et enfin que ceux des terrains tertiaires ont des demi-vertèbres engrenées au moyen de digatations. Dans la fig. 6 je donne une représentation quatre fois agrandie des quatre premiers arcs neuraux, et dans la fig. 7 un dessin des impressions laissées par quelques arcs hémaux qui se sont perdus.

Les vingt premiers arcs neuraux portent des apophyses épineuses doubles, tandis que le reste n'a qu'une apophyse simple. Les vingt premiers arcs hémaux portent des côtes minces, les autres des arêtes droites et longues, qui diminuent en longueur à mesure qu'elles s'approchent de la queue.

Vingt osselets interapophysaires longs et robustes, plus forts que les apophyses épineuses, ont soutenu la nageoire dorsale; seize ou dix-huit pareils osselets ont porté la nageoire anale.

Toutes les nageoires des deux échantillons sont froissées et tant soit peu disloquées. Cependant il est encore possible de compter les rayons des nageoires, et d'en dresser la formule suivante:

D. 20 — A. 18 — V. 12 — P. 24 — C. 11, 12, 17, 3.

Les rayons de toutes les nageoires sont divisés à l'extrémité en forme de balai, et articulés jusqu'à leur base. Ceux de la pectorale sont longs, mais faibles, ceux de la ventrale sont très courts. Les premiers ou plus longs rayons articulés de la caudale sont garnis de fulcres et précédés d'un certain nombre de petits rayons solides ou indivisés. Surtout la caudale est une nageoire puissante, largement échancrée. Comme chez les autres espèces de *Caturus* cette nageoire, quoique simulant une caudale homocerque, est néanmoins sans contredit hétérocerque, la corde dorsale se dirigeant en haut et se prolongeant dans le lobe supérieur. Les onze rayons implantés au-dessus de la corde sont des rayons indivisés; les douze rayons articulés qui forment le reste du lobe supérieur et les dix-sept rayons qui constituent le lobe inférieur sont insérés au-dessous de la corde; le plus long des rayons de ce lobe n'étant précédé ou suivi que de trois petits rayons solides. Un dessin au trait, fig. 8, servira à donner une idée précise de cette caudale. On pourrait donner le nom de sub-hétérocerque à une telle caudale, comme je l'ai proposé déjà en 1862 dans la description de mon *C. ferox* [1]). Ne serait-il pas permis de regarder une semblable caudale comme un état intermédiaire entre la queue hétérocerque des poissons des époques antérieures à l'époque jurassique, et la queue homocerque de la plupart des poissons de l'époque tertiaire? N'est ce pas la queue hétérocerque en voie de devenir homocerque? Les articulations des rayons articulés de la caudale ont une forme assez particulière. La fig. 9 nous présente un dessin quatre fois agrandi d'un de ces rayons. Les écailles sont d'un minceur extrême: leur forme est rhomboïdale; les bords sont unis, plus ou moins courbés, et l'un des bords est même tant soit peu pointu. Leur surface me semble être tout à fait lisse. La fig. 10 montre quelques écailles grossies.

---

[1]) *Verhand. van de Holl. Maatschappij der Wetenschappen*, T. XVI, pag. 59.

Des écailles de *l'Aspidorhynchus ornatissimus* Ag.

M. Agassiz, en décrivant son *Aspidorhynchus ornatissimus*, dit [1]) que le caractère des aspidorhynques se trahit au premier coup d'œil dans la squamation. Ce sont les écailles qui ont valu à l'espèce dont nous nous occupons, le nom spécifique d'*ornatissimus*. Ces écailles sont caractérisées surtout par la structure de leur émail qui, au lieu d'être lisse, présente un réseau très-serré de rides entrelacées, d'après l'auteur précité, qui ajoute [2]): „Toute la surface des écailles est ornée de rides qui se ramifient d'avant en arrière, et qui sont réunies par de petites saillies transverses". M. Agassiz, en donnant un dessin colorié des restes de l'*Aspidorhynchus ornatissimus* qu'il a étudiés, a cependant trouvé bon ne pas offrir une figure séparée et agrandie de ces remarquables écailles. Ayant rencontré un bel exemplaire de cette espèce au musée Teyler, j'ai cru qu'il ne serait pas sans intérêt pour la science de combler cette lacune par un dessin de quelques écailles de notre échantillon, vues à la loupe. La fig. 11 reproduit ce dessin.

M. Agassiz dit encore que la structure ridée des écailles se voit également bien sur toutes les parties du corps, sur le devant comme sur le derrière, sur le dos comme sur le ventre. Chez notre échantillon les écailles des rangées qui couvrent le ventre sont tout à fait lisses, et sont plus larges que hautes. J'en ai figuré quelques-unes, fig. 12.

Des écailles du *Leptolepis grandis* Winkl.

Parmi les fossiles du calcaire lithographique qui sont déposés dans notre musée, j'ai rencontré une petite plaque pierreuse contenant deux écailles de poisson, remarquables par leur forme et leur grosseur. Je les ai figurées de grandeur naturelle fig. 13; et dans la fig. 14 on voit une partie de l'une d'elles grossie quatre fois pour montrer la structure.

La forme de ces écailles a beaucoup de ressemblance avec celle des écailles des poissons cycloïdes, en ce que leur bord postérieur est arrondi. Le bord antérieur est en pointe mousse et forme un triangle, dont une carène transversale peu élevée est la base. Leur surface est

[1]) *Recherches sur les Poissons fossiles*, T. II, part. 2, pag. 138.
[2]) L'ouvrage cité dans les *Additions et corrections* du Tom. II, part. 2, pag. 296.

lisse et unie. Il paraît qu'elles sont très minces, les bords étant lacérés en beaucoup d'endroits. Un reste d'une couche d'émail prouve que ces écailles ont dû appartenir à un poisson ganoïde, et non à un poisson cycloïde.

Naturellement il est difficile de déterminer de quelle espèce de poisson ces écailles ont pu provenir. Je ne connais aucun poisson du calcaire lithographique de Bavière, qui ait possédé des écailles de cette forme et de cette grosseur. Les poissons de cette formation géologique qui étaient revêtus d'une enveloppe à écailles plus ou moins rondes au bord postérieur, font partie des genres *Pholidophorus*, *Thrissops* et *Leptolepis*, et ce sont même ces écailles rondes qui ont engagé quelques auteurs anciens à rapporter ces poissons aux clupes. Ce n'est pas ici le lieu de prouver pourquoi ces poissons ne sauraient être rangés parmi les harengs: nous voulons seulement jeter un coup d'œil sur quelques espèces des trois genres nommés, pour tâcher de déterminer celle qui a pu posséder de pareilles écailles ganoïdes arrondies.

Dans sa description du genre *Pholidophorus*, M. Agassiz dit [1]: Les écailles sont ici de la plus haute importance. Il y en a de plusieurs types, que l'on distingue facilement malgré les variations individuelles et locales auxquelles les écailles en général sont assujéties. La plupart des espèces ont des écailles anguleuses, carrées ou rhomboïdales, mais il y en a aussi chez lesquelles les écailles sont plus ou moins arrondies en arrière." L'état de conservation de ces dernières semble toutefois avoir empêché l'auteur d'en faire une étude détaillée, et c'est la raison pourquoi il n'a pas séparé les Pholidophores à écailles anguleuses de ceux à écailles arrondies. Il est donc évident qu'une étude de deux écailles conservées d'une manière satisfaisante peut servir au progrès de la science ichthyologique.

En parlant des écailles du *Thrissops formosus* M. Agassiz dit [2]: „Les écailles sont très-grandes, aussi n'en compte-t-on que douze rangées longitudinales dans la partie la plus élargie du poisson. Il est difficile de s'en faire une idée exacte d'après notre exemplaire, par la raison qu'on ne les voit que de la face interne et que leur contour postérieur reste caché; en sorte que la figure 2 ne représente que le bord antérieur qui est arrondi. Tout ce que j'ai pu voir c'est qu'elles sont très-minces."

Dans la description du genre *Leptolepis*, le même auteur dit [3]) que

[1]) *Recherches sur les poissons fossiles*, T. II, part 1, pag. 271.
[2]) L'ouvrage cité, T. II, part 2, pag. 124.
[3]) L'ouvrage cité, T. II, part 2, pag. 129.

les écailles de ce genre de poissons ressemblent tellement à celles de poissons cycloïdes, qu'il ne s'étonne pas que les auteurs les aient attribuées à des clupes, quoiqu'elles appartiennent à un tout autre ordre, puisqu'elles sont revêtues d'émail, et pag. 130 il dit: „Les écailles sont ordinairement arrondies au bord postérieur comme des écailles de Cycloïdes, mais leur minceur extrême est cause qu'elles sont rarement conservées". Pag. 132 il est dit que les écailles du *Leptolepis macrolepidotus* sont plus hautes que longues, et que leur bord postérieur est arrondi.

Il est donc assez probable que les écailles fig. 13 doivent avoir appartenu à un poisson de l'un des trois genres que je viens de nommer. Les écailles des pholidophores en général sont assez épaisses et fortement émaillées, en sorte que M. Agassiz dit que leur substance les rend propres à résister à la décomposition. La minceur des deux écailles dont nous traitons étant extrême, il me semble qu'elles ne peuvent être rapportées à un pholidophore. Les écailles du *Thrissops formosus* sont arrondies au bord antérieur, les nôtres sont arrondies au bord postérieur; il est donc à peu près certain qu'elles ne peuvent appartenir à un Thrissops. Reste le genre *Leptolepis*, et je ne vois pas pourquoi les écailles en question ne seraient pas celles d'une espèce de ce genre. Cependant il se peut que quelqu'un objecte que toutes les espèces des trois genres indiqués étaient de petite taille. M. Agassiz dit que le genre *Pholidophorus* n'est composé que de petites espèces, qui constituent en quelque sorte la plèbe de la faune ichthyologique de l'époque jurassique, qu'elles servaient en grande partie de pâture aux poissons voraces et aux grands sauriens de leur temps, et qu'elles vivaient probablement en grandes troupes. Les Thrissops de même sont en général de petits poissons, témoin le *Thrissops cephalus* Ag., qui abonde dans les terrains jurassiques de Bavière. Et quant aux Leptolepis, ce sont des poissons en général de petite taille, qui vivaient probablement en troupes, à la manière de nos Anchois. Le *Leptolepis sprattiformis* Ag., si commun dans le calcaire lithographique de Solenhofen et de Pappenheim, est un petit poisson de huit, tout au plus de dix centimètres de long. Le *L. Voithi* Ag. n'est pas plus grand, le *L. macrolepidotus* Ag. et le *L. polyspondylus* Ag. sont encore plus petits que le *L. sprattiformis*. Toutefois il est possible que dans un genre, renfermant plusieurs petites espèces, une autre espèce soit représentée par de très gros poissons. La diversité de taille est même très remarquable dans la classe des poissons. J'en connais des exemples curieux parmi les genres mêmes du calcaire lithographique bavarois. Dans notre musée on

voit un exemplaire de mon *Belonostomus microcephalus* [1]) qui a une longueur de 0,50 m., tandis que le *Belonostomus pygmaeus*, dont on vient de lire la description p. 173 de ce mémoire, n'a eu que la longueur de 0,10 m. Cependant ces deux espèces appartiennent au même genre. De même on trouve au musée Teyler l'unique exemplaire de la nageoire caudale gigantesque de mon *Tetragonolepis eximius* [2]). Ce poisson, en supposant qu'il ait eu les mêmes proportions que les autres Tetragonolepis, et qu'il soit permis de déduire la grosseur du corps de la grosseur de la caudale, a dû avoir une longueur de 1,875 m. et une largeur de 1,05 m., comme je l'ai démontré pag. 94 du mémoire précité. Les autres espèces du genre *Tetragonolepis*, au contraire, sont des poissons d'une longueur de 0,06 m. (le *T. semicinctus* Bronn) à 0,48 m. (le *T. angulifer* Ag.) Cependant tous ces Tetragonolepis font partie du même genre. Enfin, dans la même collection, nous possédons un échantillon de *Gyrodus gracilis* Münst. [3]) qui ne mesure que 0,04 m. de longueur et 0,03 m. de largeur, tandis que nous y voyons aussi mon *Gyrodus giganteus*, qui a dû avoir une longueur de 0,81 m. et une largeur de 0,54 m. [4]) Cependant, encore une fois, ces deux espèces si différentes en grosseur sont réunies dans un même genre.

Je crois avoir démontré suffisamment que la grosseur du poisson auquel ont appartenu les écailles dont nous nous occupons dans ce mémoire, n'est pas une raison qui empêche de le rapporter au genre *Leptolepis*. Il me semble convenable de désigner provisoirement notre poisson par le nom de

LEPTOLEPIS GRANDIS Winkl.

Cependant il est à espérer qu'on trouvera un jour dans les couches jurassiques du milieu de l'Europe des restes plus complets de ce poisson : il faut convenir que deux seules écailles sont bien peu de chose pour fonder sur elles une diagnose de l'espèce!

---

[1]) *Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen*, T. XVI.

[2]) L'ouvrage cité.

[3]) Von Münster, *Beiträge*, T. III, pag. 128, pl. VIII, fig. 2.

[4]) *Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen*, T. XVI.

Explication de la Planche.

Fig. 1. *Coelacanthus harlemensis* Winkl. de grandeur naturelle.

„ 2. Rayon de la première nageoire dorsale, agrandi quatre fois.

„ 3. Une neurapophyse, un osselet interépineux et un rayon de la caudale, agrandis quatre fois.

n. la neurapophyse.

a. l'apophyse épineuse.

o. l'osselet interépineux.

r. le rayon.

„ 4. Groupe de tubercules dermaux vu à l'œil nu.

„ 5. Le même groupe agrandi quatre fois.

Lith. v. Emrik & Binger.

Explication de la planche.

Fig. 1. *Belonostomus pygmaeus* Winkl., de grandeur naturelle.

„ 2. *Caturus ferox* Winkl., de grandeur naturelle.

„ 3. Ecailles du *Caturus ferox*, trois fois agrandies.

„ 4. *Caturus elongatus* Ag., de grandeur naturelle.

„ 5. Branchie du *Caturus elongatus*, quatre fois agrandie.

„ 6. Arcs neuraux du même poisson, quatre fois agrandis.

„ 7. Impressions d'arcs hémaux du même poisson, quatre fois agrandies.

„ 8. Dessin au trait de la caudale du même poisson, quatre fois agrandi.

„ 9. Rayon de la caudale du même poisson, quatre fois agrandi.

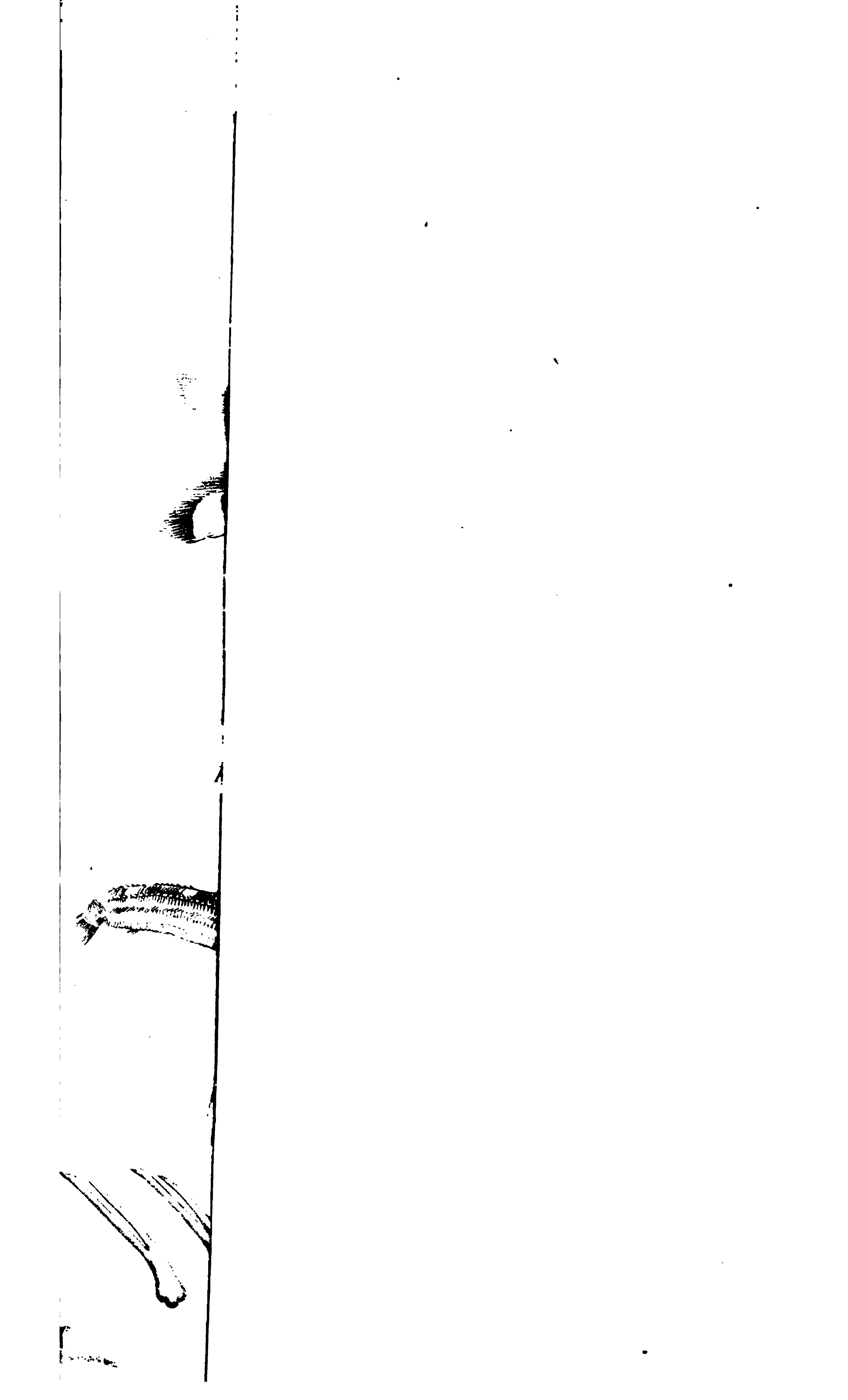
„ 10. Ecailles du même poisson, quatre fois agrandies.

„ 11. Ecailles du dos de *l'Aspidorhynchus ornatissimus* Ag., trois fois agrandies.

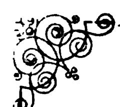
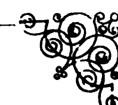
„ 12. Ecailles du ventre du même poisson, trois fois agrandies.

„ 13. Ecailles du *Leptolepis grandis* Winkl., de grandeur naturelle.

„ 14. Partie d'une écaille du même poisson, quatre fois agrandie.



IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES, À HARLEM.

ARCHIVES

DU

MUSÉE TEYLER.

VOL. III.

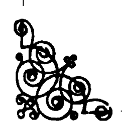
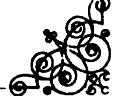
FASCICULE TROISIÈME.

HARLEM. — LES HÉRITIERS LOOSJES.

1873.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG,
G. E. SCHULZE.

ARCHIVES

DU

MUSÉE TEYLER.

VOL. III.
Fascicule troisième.

HARLEM. — LES HÉRITIERS LOOSJES.
1873.
PARIS, GAUTHIER-VILLARS.
LEIPSIG, G. E. SCHULZE.

TABLE DES MATIÈRES.

Mémoires présentés à MM. les Directeurs de la Fondation.

AVIS.

Les Archives du Musée Teyler paraissent de temps à autre en cahiers successifs, qui contiennent des mémoires scientifiques et les augmentations annuelles de la Bibliothèque et des collections paléontologiques etc. du Musée.

Un de nos collaborateurs, M. le Dr. K. SIJBRANDI, nous a été enlevé par la mort, il y a quelques mois.

Ses premières relations avec la Fondation Teyler dataient de 1840, année où il fut couronné par notre Seconde Société, pour un mémoire contenant une étude comparée, esthétique et critique sur Shakespeare et Vondel, considérés comme poètes tragiques. Le 20 Août 1858 il fut nommé directeur de la Fondation, et en cette qualité il donna, en 1865, la première impulsion pour la création des Archives du Musee Teyler. L'examen de quelques documents manuscrits, qui se trouvaient au Musée Teyler, lui fournit l'occasion de publier dans notre Recueil plusieurs notices sur la correspondance du Prince Guillaume de Nassau avec le Comte de Leycester; le présent fascicule renferme la fin de ce travail. Le 5 septembre 1872 s'est terminée l'utile et honorable carrière du Dr. K. SIJBRANDI, auquel les services signalés, rendus par lui à la Fondation Teyler, assurent, de la part de nous tous, un souvenir reconnaissant.

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

FONDATION

DE

P. TEYLER VAN DER HULST,

À HARLEM.

Directeurs.

J. VAN DER VLUGT.
C. G. VOORHELM SCHNEEVOOGT.
A. HERDINGH.
W. VAN OORDE.
L. P. ZOCHER.

Secrétaire.

J. J. ENSCHEDÉ.

Directeur du Cabinet de Physique.

Dr. V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

Conservateur du Musée de paléontologie et de minéralogie.

Dr. T. C. WINKLER.

Bibliothécaire.

Dr. C. EKAMA.

Conservateur de la Bibliothèque.

J. A. VAN BEMMELEN.

Conservateur des collections de tableaux, de dessins et de gravures.

H. J. SCHOLTEN.

MEMBRES DES SOCIÉTÉS TEYLÉRIENNES.

De la première Société ou Société de théologie.

Dr. S. MULLER, *ancien professeur.*
Dr. A. KUENEN, *professeur.*
Dr. S. HOEKSTRA Bz., *professeur.*
C. SEPP, V.D.M.
Dr. D. HARTING, V.D.M.
H. A. VAN GELDER, V.D.M.

De la seconde Société.

Dr. P. ELIAS.
Dr. J. DE BOSCH KEMPER, *ancien professeur.*
Dr. V. S. M. VAN DER WILLIGEN.
Dr. A. VAN DER WILLIGEN Pz.
Dr. D. LUBACH.
Dr. R. J. FRUIN, *professeur.*

PROGRAMM

DER

Teylerschen Theologischen Gesellschaft

ZU HAARLEM,

FÜR DAS JAHR 1872.

Directoren der Teylerschen Stiftung vereinigten sich sammt den Mitgliedern der theologischen Abtheilung am verwichenen zehnten November um ihr Urtheil abzugeben über die eingesandte Antwort auf die Frage nach der ursprünglichen Verfassung der christlichen Gemeinden, mit dem Denkspruch versehen: ὁ ἦν απ' ἀρχῆς u. s. w.

Nur ein kleiner Theil dieser Arbeit konnte als Versuch einer Beantwortung gelten. Das ganze verrieth einen Mangel an den erforderlichen Kenntnissen und wissenschaftlicher Methode zur Lösung der gestellten Frage. Ueberdies war die Form höchst mangelhaft.

Es könnte also; nach der einstimmigen Meinung aller Beurtheiler, von einem Anspruch auf den Preis keine Rede seyn. Die Frage wurde indessen wiederholt. Sie lautet:

„Was lehren uns die Schriften des Neuen Testaments sowohl über die ursprüngliche Verfassung der christlichen Gemeinden als über die Veränderungen und Modificationen, welche darin vorgegangen sind während der Zeit, in welche das Entstehen jener Schriften fällt?"

Als neue Frage bietet die Gesellschaft die folgende zur Preisbewerbung an:

„Welchen Werth hat die Statistik der Sittlichen Thatsachen für die Sittlichen Wissenschaften und welchen Einfluss muss sie auf das Studium jener Wissenschaften haben?"

Der Preis besteht in einer goldenen Medaille von *f* 400 an innerem Werth.

Man kann sich bei der Beantwortung des Holländischen, Lateinischen, Französischen, Englischen oder Deutschen (nur mit Lateinischer Schrift) bedienen. Auch müssen die Antworten mit einer andern Hand als der des Verfassers geschrieben, vollständig eingesandt werden, da keine unvollständige zur Preisbewerbung zugelassen werden. Die Frist der Einsendung ist auf 1 Januar 1873 anberaumt. Alle eingeschickte Antworten fallen der Gesellschaft als Eigenthum anheim, welche die gekrönte, mit oder ohne Uebersetzung, in ihre Werke aufnimmt, sodass die Verfasser sie nicht ohne Erlaubniss der Stiftung herausgeben dürfen. Auch behält die Gesellschaft sich vor, von den nicht gekrönten Antworten nach Gutfinden gebrauch zu machen, mit Verschweigung oder Meldung des Namens der Verfasser, doch im letzten Falle nicht ohne ihre Bewilligung. Auch können die Einsender nicht anders Abschriften ihrer Antworten bekommen als auf ihre Kosten. Die Antworten müssen nebst einem versiegelten Namens-zettel, mit einem Denkspruch versehen, eingesandt werden an die Adresse: Fundatiehuis van wijlen den Heer P. TEYLER VAN DER HULST, te Haarlem.

PROGRAMM

DER

Teylerschen Theologischen Gesellschaft

ZU HAARLEM,

FÜR DAS JAHR 1873.

Am 8ten dieses Monats fand die jährliche Sitzung statt der Mitglieder der ersten Abtheilung der Teylerschen Stiftung.

Da die Preisfrage des vorigen Jahres unbeantwortet geblieben war, so konnte man sofort zur Wahl einer neuen schreiten. Das Ergebniss der Besprechungen war, dass man beschloss die folgende Frage zu stellen:

„Was lehrt die Völkerkunde auf ihrem gegenwärtigen Standpunkt über die Anlage des menschen zur Religion?"

Noch fand man sich veranlasst *für diesmal* eine zweite Frage zur Preisbewerbung anzubieten; sie fordert:

„Eine Geschichte und Kritik der Maxime: die freie Kirche im freien Staat."

Zugleich wiederholt die Gesellschaft die schon für das Jahr 1871 ausgesetzte aber nicht beantwortete Frage, wobei gefordert wurde:

„Eine Abhandlung über das Verhältniss der Dogmen der protestantischen Kirchengemeinschaften zu dem Paulinischen Lehrbegriff.

Der Preis besteht in einer goldenen Medaille von *f* 400 an innerem Werth.

Man kann sich bei der Beantwortung des Holländischen, Lateinischen, Französischen, Englischen oder Deutschen (nur mit Lateinischer Schrift)

bedienen. Auch müssen die Antworten mit einer andern Hand als der des Verfassers geschrieben, vollständig eingesandt werden, da keine unvollständige zur Preisbewerbung zugelassen werden. Die Frist der Einsendung ist auf 1 Januar 1874 anberaumt. Alle eingeschickte Antworten fallen der Gesellschaft als Eigenthum anheim, welche die gekrönte, mit oder ohne Uebersetzung, in ihre Werke aufnimmt, sodass die Verfasser sie nicht ohne Erlaubniss der Stiftung herausgeben dürfen. Auch behält die Gesellschaft sich vor, von den nicht gekrönten Antworten nach Gutfinden Gebrauch zu machen, mit Verschweigung oder Meldung des Namens der Verfasser, doch im letzten Falle nicht ohne ihre Bewilligung. Auch können die Einsender nicht anders abschriften ihrer Antworten bekommen als auf ihre Kosten. Die Antworten müssen nebst einem versiegelten Namenszettel, mit einem Denkspruch versehen, eingesandt werden an die Adresse: Fundatiehuis van wijlen den Heer P. TEYLER VAN DER HULST, te Haarlem.

Programma

VAN

TEYLER'S TWEEDE GENOOTSCHAP,

te Haarlem.

VOOR HET JAAR 1872.

TEYLER'S TWEEDE GENOOTSCHAP wil ditmaal een onderwerp uit de Vaderlandsche Geschiedenis als Prijsvraag uitschrijven. Het verlangt:

„Een overzicht van de beginselen en bedoelingen der volksleiders die in 1747 en 1748 te Amsterdam de beweging der zoogenaamde Doelisten aan den gang brachten. In hoever komen zij met die van vroegere onlusten in de Vereenigde Nederlanden overeen, en hebben zij in de latere patriotsche woelingen voortgewerkt?"

De prijs voor het best en voldoend gekeurd antwoord op deze vraag bestaat in een gouden eerepenning. op den stempel des Genootschaps geslagen, ter innerlijke waarde van vierhonderd gulden.

De verhandelingen moeten in het Nederlandsch, Fransch, Engelsch of Hoogduitsch, met eene *Latijnsche* letter, vooral goed en leesbaar geschreven zijn door eene *andere hand, dan die van den opsteller*. Ook moeten zij vóór den bepaalden tijd *in haar geheel* worden ingezonden; en geene antwoorden, waaraan eenig gedeelte bij de inlevering ontbreekt, zullen tot het dingen naar den gemelden eereprijs worden toegelaten.

De tijd der inzending van de antwoorden op deze vraag is vóór of op den 1sten April 1873, opdat zij vóór den 1sten Mei 1874 kunnen worden beoordeeld.

Alle ingezonden stukken blijven het eigendom des Genootschaps, dat de bekroonde, met of zonder vertaling, in zijne werken opneemt, zonder dat de schrijvers, anders dan met toestemming der Stichting, die mogen uitgeven. Ook behoudt het Genootschap aan zich het regt om van de niet bekroonde stukken zoodanig gebruik te maken als het raadzaam zal oordeelen, hetzij zonder of met vermelding van den naam des schrijvers; in het laatste geval echter niet zonder zijne toestemming. Ook worden geene afschriften van de niet bekroonde stukken aan de schrijvers verleend, dan ten hunnen koste. De in te zenden antwoorden moeten, zonder naam en alleen met eene spreuk onderteekend, vergezeld van een verzegeld briefje, dezelfde spreuk ten opschrift voerende en van binnen des schrijvers naam en woonplaats behelzende, gezonden worden aan het Fundatiehuis van wijlen den Heer P. TEYLER VAN DER HULST te Haarlem.

De beoordeeling der vier op de vraag voor 1870 ingekomen antwoorden zal plaats hebben vóór den 1sten Mei 1872.

Programme

DE LA

SECONDE SOCIÉTÉ TEYLER,

à Harlem,

POUR L'ANNÉE 1873.

La Seconde Société de la Fondation Teyler a décidé de mettre au concours la question suivante:

Quels titres les Hollandais ont-ils à faire valoir, depuis le commencement du seizième siècle jusqu'à la fin du dix-huitième, dans l'art de la reproduction des dessins en fac-simile et, généralement, de l'impression en couleur des estampes. On demande de faire connaître les artistes qui ont travaillé en ce genre, et de donner la liste de leurs œuvres ainsi que la description des procédés auxquels ils ont eu recours.

Le prix proposé pour la meilleure réponse à cette question, réponse qui devra d'ailleurs être jugée suffisante, consiste en une médaille d'or frappée au coin de la Société et d'une valeur intrinsèque de quatre cents florins.

Les mémoires devront être rédigés en Hollandais, Français, Anglais ou Allemand, et écrits en *caractères latins*, bien lisiblement et d'une *autre main que celle de l'auteur*. Il est aussi de rigueur que les mémoires soient envoyés *complètement achevés* avant le terme fixé; aucune pièce à laquelle manquerait encore une partie au moment de l'envoi ne sera admise au concours.

Les mémoires en réponse à la question proposée devront parvenir à la Société avant le 1er Avril 1874, pour pouvoir être jugés avant le 1er Mai 1875.

Tous les mémoires adressés resteront la propriété de la Société. Celle-ci insérera dans ses publications, avec ou sans traduction, la pièce couronnée, dont l'auteur renoncera au droit de publier lui-même son travail sans l'autorisation de la Fondation. La Société se reserve aussi la faculté de faire des pièces non couronnées tel usage qu'elle jugera convenable, soit sans mention du nom de l'auteur, soit en citant ce nom; dans ce dernier cas toutefois, elle n'agira pas sans le consentement de l'auteur. Les auteurs des mémoires non couronnés ne pourront en obtenir des copies qu'à leurs propres frais.

Les mémoires destinés au concours devront n'avoir en signature qu'une simple devise, et être accompagnés d'un billet cacheté portant en suscription la même devise et indiquant à l'intérieur le nom et le domicile de l'auteur; ils seront adressés à la Maison de Fondation de feu P. TEYLER VAN DER HULST, à Harlem.

Aucune réponse n'a été reçue à la question mise au concours en 1871.

LETTRES

AU

COMTE DE LEYCESTER,

PUBLIÉES PAR

Dr. K. SIJBRANDI.

Troisième notice [1]).

En publiant un troisième article sur les lettres au Comte de Leycester, je choisis celles qui ont rapport à l'état de la France. La discorde et la guerre civile déchiraient ce beau pays; mais là aussi on se battait pour les intérêts de la religion et de la liberté. Le Roi de Navarre, à la tête des Protestans, les défendait contre la Ligue et les machinations de Philippe II; et la jeune République des Provinces-Unies avait un intérêt réel à la victoire de „ceux de la religion" en France et de leur vaillant défenseur Henri de Navarre. La Reine d'Angleterre, qui prenait une grande part aux affaires des Pays-Bas, sentait trop bien que la défaite des Protestants serait suivie de la victoire du Roi d'Espagne, pour ne pas prêter son aide à celui qui luttait contre la Ligue Sainte et Catholique. Elle promettait et donnait de l'argent pour rassembler une armée en Allemagne, qui s'unirait avec les troupes du Roi de Navarre. Mais il paraît qu'elle agissait, en cette matière, tout comme elle fit à l'égard de notre patrie. Elle mettait souvent des obstacles et des longueurs au payement de l'argent qu'elle avait promis, et entravait par là la réussite des efforts. Quelques-unes des lettres, que je publie, se rapportent aux difficultés, qui en étaient la suite.

La première lettre, que je copie, est aussi remarquable à un autre titre. Dans le *Recueil des lettres missives de* Henri IV, *publié par* M. Berger de Xivrey, Tome I, préface pag. XX, on lit: „La courte salu-

[1]) Voyez: *Archives du Musée Teyler*, vol. I, pag. 145 et 256.

tation qui (principalement dans les lettres antérieures à l'avènement au trône) précède la signature, comme: *Vostre bien bon et asseuré amy, votre meylleur mestre* etc. est de la main du Roi, ou plutôt assez souvent aussi du secrétaire de confiance, dit le *secrétaire de la main*, chargé spécialement de contrefaire l'écriture du Roi. Jacques d'Allier, Seigneur du Pin, remplissait auprès de Henri IV ces fonctions délicates, qui, sous Louis XIV, furent exercées, comme on sait, par le président Roze. L'un et l'autre, suivant la volonté du maître, ne bornait pas son emploi à contrefaire la signature et ce dernier salut qui la précède. Beaucoup d'*autographes* sont certainement du *secrétaire de la main*, dont le talent consistait précisément à ne permettre guère de distinguer les traits de la main royale des traits de la sienne." Si on pouvait encore douter de cette particularité, la lettre suivante en serait une preuve incontestable. Elle est du *secrétaire de la main*, Mr. du Pin, et une partie reproduit presque textuellement ce qu'on trouve dans une lettre du Roi même, datée du onze Juin 1586, et envoyée de la Rochelle à Mrs. de Clervaut, de Guitry et de Ségur (*Recueil*, T. I, pag. 220.) Voici la lettre, dont je souligne quelques mots absolument les mêmes que ceux de la lettre du Roi. C'est le N°. 35 de la collection.

1.

Lettre de Mr. DU PIN *au Comte de* LEYCESTER.

Monseigneur.

Mestant offerte la commodité de ces pretes, je nay voulu faillir de baiser tres humblement les mains de V Ex^ce et luy ramenteuoir la tres humble et tres affectionnee seruitude que de longtemps je luy ay vouée comme celuy qui honore singuliermt ses rares graces et vertus, et pour vous informer des affaires de deça. Je ne veux faillir auec ceste occasion de vous dire monseigneur que le Roy mon m^e voyant la ville de Monsegur, qui est *une place si mauuaise* quon estoit d'aduis *de la demanteler huyt jours auparauant qu'elle fust assiegee* auoir tenu et resisté longtemps contre deux armées s'estoit achemine en Poitou jusqu' a lusignan et aux environs de Poitiers pr y redresser et composer les affaires. Ou depuis il auroit entendu come ceux qui estoient dedans le lieu de Monsegur auroient este *recherchez*(*r*) *de composition*, la quelle auroit este finalem conclue fort honorablem pr les assiegez. Mais *q au sortir les ennemys les auroient usé dune telle perfi-*

die, que une grande partie auroit . este taillee en pieces et les autres auroient este deualisez et ranconez ce qui a despleu mesmes a la plus grande partie de ceux que estoient en larmee ennemye, voyant *tant de gens de bien, qui auoient faict si grandes preuues de leur vertu et valeur* si perfidement traictez. Il y a dix ou douze jrs que sa maté est en ceste ville, ou estant arrivee elle est allee en mer et aux Isles pour paracheuer la palissade de Brouage et quelle a faict et bouche et gaste le port et depuis faict prendre et batir quelques forts et chasteaux aux environs des villes de deça pour eslargir le pays et le rendre plus libre. quand a larmee desqls ennemys elle est a present si harassee et diminuee qu'il est malaisé quelle face grand effect ni quelle puisse prendre aucune bonne ville puisque des bicoques l'ont ruinee, lorsqu elle estoit fort florissante. Elle faict contenance d'assieger Castillon petite ville sur la dordogne qui a este de nouueau fortifiee. Mais il y a de gens de bien dedans qui sont bien resoluz dy disputer leur vie jusques a toute extremite. Tous les jrs les chemins sont pleins de gens qui se retirent de leur armee, Monsieur le mareschal de Biron a este enuoyé en Poitou pr y en dresser une autre. on verra quls effectz elle fera. Voyla monseigneur lestat de nos affaires de deça. Beaucoup de Catholiques cognoissent la justice de la cause de ce prince et la fauorisent et non surement les princes du sang. Et de jour a autre les desseings et intentions des ligueurs se discouurent de plus en plus. Ce prince vous aime estime et honore et desire auoir souuent de vos nls et de veoir vos affaires prosperer. Tout mon desir est dauoir quelque jr ceste heur d'estre honore de vos comandemens et de pouuoir faire seruice agreable a V. Ex^ce^ laqulle je suplie nre Seigneur vouloir

Monseigneur

conseruer longuemt et tres heureusemt. De la Rochelle le XIIme Juing 1586.

Vre tres humble et tres affectionne seruiteur,

DU PIN.

Monseigneur
Ces deux marchans promectent d'aporter des armes et munitions en ceste ville et ont...... a V. Ex^ce^.

Je fais suivre cette lettre de Mr. du Pin de six autres, ayant rapport aux subsides, que la Reine d'Angleterre avait promis au Roi de Navarre, et qui étaient destinés à lever une armée en Allemagne. Trois de ces lettres sont en Italien et de la main de Horatio Palavicino. Motley parle de lui, comme d'un gentilhomme Génois depuis long-

temps établi à Londres et duquel on savait, qu'il entretenait des relations confidentielles avec le gouvernement anglais [1]). Il raconte, qu'il aurait envoyé au duc de Parme, par un certain Giacomo Morone [2]), une lettre non signée, dans laquelle on proponait au duc de prendre la souveraineté des Pays-Bas, d'en exclure le Roi d'Espagne et de s'allier à la Reine d'Angleterre. Motley ne croit pas, que le gouvernement Anglais ait eu part à ces menées. Qui le dira? Elisabeth aimait ces sourdes intrigues, et la Reine qui n'avait pas honte de solliciter le Roi d'Écosse de se rendre accusateur de sa mère [3]), n'eût pas dédaigné de tenter la fidélité du duc de Parme, s'il y avait eu quelque chance de succès. Quoi qu'il en soit, Palavicino était l'agent secret de la Reine, lorsqu'il fut question de lever une armée pour secourir le Roi de Navarre et „ceux de la religion." C'est pendant les négociations à ce sujet, qu'il écrivit au comte de Leycester les trois lettres qui suivent. Ce sont les numéro's 32, 42 et 49 de notre collection.

2.

Lettre de HORATIO PALAVICINO, *banquier de la reine* ELISABETH.

Illmo et ecc^{mo} Sig^{or} mio.

Poi che qui si ha di raro comodita sicura de mandar le lettere, non ho uoluto lasciar passare questo messaggiero senza scriuere a V ecc^{tia} auogna che non è adosso ch' io possa dirle una totale risolutione del negotio, per il quale sono uenuto, ma hauerei hauuto bisogna ancora di tre o uero quattro giorni di tempo, percioche sono sul ponto di concludere col s^{or}. Duca e non ui resta che un solo particolare, del quale aspetto come ho ditto in breue la resolutione; Intanto ho buona speranza che si farà l'effetto che si pretende et ch' egli stesso monterà a cauallo, essendoui in uero molto ben disposto, che si cosi lo fussero tutti questi altri Principi, non solo le chiese della francia, ma tutte le altre sarebbero soccorse: et a questa sua dispositione non lo muoueranno ne indurrano gia le prouigioni pecuniarie di questi fran-

---

[1]) Motley, *History of the United Netherlands.* (ed. the Hague), Vol. II. pag. 511.
[2]) Moravo? Voyez la lettre qui suit.
[3]) Voyez notre seconde notice.

cesi perche in uerità sono si debboli che non è possibile piu, ma sara il buon petto suo et l'inspiratione di chi regge ogni cosa: fra quattro giorni al piu tardi spero douerne esser del tutto risoluto, et all' hora io me spediro assai presto di quello che ho da fare, e spediro subito in Inghilterra ad auertire il fatto et a sapere la uolunta de S. M^ta^, s'io deuo restare sino che si marchij o pure ritornarmene. In questo mentre ueda V. ecc^tia^. in cosa io posso seruirla, et me comandi con quella auttorita absoluta che ha sopra de me. Il s^or^. Duca la saluta cordialmente e gode assai di parlar spesso da lei et delle sue imprese, ma ha domandato s'io ho sua zifra per potermi dire cio che occorrerà comunicarle, onde si cosi pare a V. ecc^tia^., comandi che me ne sia mandato una, accioche io possa scriuerli arditamente i suoi concetti. Questa è la seconda lettera, che io le ho scritto, et la prima fù data a un Gentiluomo inglese seruitore de V. Ecc^tia^. che prego iddio si sia condutto a saluamento. Faro per hora fine pregando iddio che conserui la persona de V. ecc^tia^ Illma et li conceda il compimento de suoi honorati desiderij.

Di Francfort a 16 daprile 1586.

Di V. ecc^tia^ Illma

Serui^re^ aff^mo^.

HORATIO PALAVICINO.

Adressée:

Al Illmo et Ecc^mo^ sig^or^ il s^or^. Comte di LEYCESTRE Gouernatore e Cap^no^ en Hollanda Zelanda etc.

Praesent. *Arnheim* 16 May stylo antiquo Anni 1586.

3.

Lettre de HORATIO PALAVICINO.

Illmo et ecc^mo^ S^or^ mio.

Riceuei hiero dal Moravo scolaro d'Oxfort la lettera di V. ecc^tia^ Illma di 25 di luglio, la quale mi hauerebbe intieramente rallegrato, se per quella non hauesse compreso, che de cinque lettere da me scritte a V. ecc^tia^., una sola ne sia alle mani sue peruenuta: considerando da una parte lo incomodo, se sono ite in mano del nemico et dall' altra

stimando quanto piu si può il cadere appresso V. ecc^{tia} in concetto di negligente, o di poco osseruatore del debito mio. Io li scrissi particularmente alli 29 de Maggio poco inanti la mia partenza per Sassonia et le dissi le caggioni che diferiuano la conclusione di questo negotio sino al mio ritorno. Dipoi le ho scritto alli 22 di luglio, che fu quando, doppo di esser ritornato di Saxa, et da Heydelbergh dal S^{or}. Duca, hebbi materia di riferirle si che et inanzi et dipoi del mio viaggio, le mie lettere portauano tutto quello, che di qua passaua: — Oltre di cio sperai che Guglielmo Shaw da me mandato en Inghilterra douesse poter passare da V. ecc^{tia}. et informarla pienamente di presenza, sicome ne haueua da me l'instruttione et il carrico. Ma quando ei fu in Breme non hebbe ardire di passare a Endem Intendendo, che ui era pericolo per gli Inglesi, et se ne ando in hamborgo. A questo ancora si aggiogne ch' io non ho mai riceuuto la zifra de V. ecc^{tia}. che li dimandai a 16 d aprile e confesso che senz' essa sono stato piu timido di commetter le lettere per il camino, che è in buona parte comandato dal inimico. Per altro nessuna cosa mi sarebbe stata piu cara, che seruiendo sodisfare a V. ecc^{tia} et darli occasione di comandarmi di qua tutto cio che accadesse per suo seruitio. Parimente mi sarebbe molto piaciuto il communicarle le nuoue che riceueuo d'Ittalia, sicome le ho scritte In Inghilterra al Illmo S^{or} secretario massime che in qualche parte apparteneuano al gouerno et alla carrica de V. ecc^{tia}. La supplico per tanto di credere, che da quelle sette settimane in poi da me consumate nelle doi viaggi di Sassonia et di Heydelbergh, Io non ho mancato di darle conto delle attioni mie, et che cosi non mancherò mai per l'auenire con tutte le occasioni che se presenterano, sicome mi sarà carissimo di esserne messo alla pruoua, et poter con gli effetti confirmare le presenti parole. Non replicarò adesso le caggioni che mossero il S duca Casimiro di andare a 20 del passato in Saxa, pero che mi gioua di credere, che la mia lettera de 27 di luglio non si sara perduta, nella quella ne dichiarai, quanto parecia che bastasse scriuendo senza zifra. Solamento le diro che esso S duca non è ancora ritornato et che tarda alquanto piu di quello che faceua pensiero, però non puo tardare et io l'aspetto con grand^{mo} desiderio sperando, che verrà talmente proueduto che non vi sarà pui alcune dilatione, et che di là hauera incominciato a dare gli ordini necessarij ai colonelli, che sono uicini di quelle contrade sicome io strettamente le prigai alli 22 di luglio, che ei fu mio hospite in questa città. All hora scriuero a V. ecc^{tia} tutto quello, che egli hauerà apportato, et il stato de nostri affari.

In tanto supplicandola di stimarmi quel affetionatissimo seruitore che le sono resto pregando Iddio per ogni sua felicita. Francfort adi 21 d'Agosto 1586.

di V. ecc^{tia} Illma.

Seru^{or} aff^{mo}

HORATIO PALAVICINO.

Adressée:

All Illmo et ecc^{mo} S^{or} mio.

Il S^{or} conte de LEYCESTRE capitan generale delli Inglesi et governatore in holanda et zelanda etc.

4.

Lettre de HORATIO PALAVICINO.

Illmo et ecc^{mo} S^{or} mio.

Essendo ritornato molto tardi il Sor Duca dal suo viaggio, tardi ha hauuto le lettere de V. ecc^{tia} Illma che mi furono lasciate da quel scolaro Morauo d'Oxfort, et hauendomi Il Sor Duca dato la risposta, io sono stato qualche giorni cercando di un messagiero fidele, con cui mandarla et non hauendo ritruouato alcuno, che da se stesso venisse in coteste bande, mi sono risoluto di ordinare ad un amico di Colonia che spedisca un huomo espresso, il quale venghi al campo di V. ecc^{tia} et glie la porti che se peruerrà alle sue mani, Io hauero molto piacere di esserne per ordine di lei certificato.

Sua M^{ta} mi comandò ultimamente de raddopiare la somma, et io la ho offerto al Sor Duca, percio che senza quella non vi sarebbe rimedio di far cosa buona, adesso egli si dimostra contento di obbligarsi et siamo sul punto di esserne resoluti in questa settimana, se ben la staggione è tanto trascorsa, che non si puo pensare di esser ad ordine per far l'effetto inanti il mese di febraio ne la tardità e durezza di questa Natione permette che si possa far altrimente, et ne anche cio si ottiene senza grandissima pena e trauaglio, ma io non abbandonero il negotio sino alla intiera perfettione, et darò a suo luogo notitia di tutto a V. ecc^{tia}. Qui sento confirmatione per lettere de diuersi, che il campo de V. ecc^{tia} ha fatto una attione di molta importanza contro il nemico, et che non solo li ha uietato di soccorrer Zutphen ma habbi rotto il soccorso con sua nottabil danno, di che io mi rallegro con V. exc^{tia} in honor della quale tutto questo risulta et perche stimo uttile

et honoreuole che in simiglianti occasioni il fatto sia particolarmente inteso da questi Principi. Io la prego di comandare che mi sia mandata relatione di questo et delli altri, che per l'auenire spero che sarano fatti da V. ecc^tia^. che io gli communicaro subito al s^or^ duca et all' altri, et in ogn' altra cosa farò seruitio a V. Ecc^tia^. a cui prego Iddio di conceder sempre vittoria in lunga e felice vita.

Francofort adi 8 d'ottobre 1586.

Di V. ecc^tia^ Illma

*Seru^or^ aff^mo^*

HORATIO PALAVICINO.

Adressée:

All Illmo et ecc^mo^ s^or^ mio Il s^or^. Conte di LECESTER Capitan Generale dell Inglesi et Gouernatore in holanda zelanda etc.

On voit par ces lettres, que les négociations du Sr. Palavicino traînaient en longueur et que le temps utile de l'année 1586 était passé, avant que l'armée étrangère, qui aurait dû envahir la France, fût prête. Une lettre adressée au comte de Leycester par François de Ségur („appelé souvent Ségur-Pardaillan, gentilhomme de la chambre du Roi de Navarre, qui l'employa dans plusieurs négociations importantes [1]) en parle plus clairement et mérite d'être communiquée. C'est le N°. 36 de la collection.

5.

Lettre du Sr. DE SEGUR *à* LEICESTER.

Monsieur Jauois tousjours pensé que la Royne d'Angleterre se souuiendroit de ce quil Luy auoit pleu me promettre. Mais jay bien congnu par le retour de Monsr. de Ruitry et du Sr. palavicini que ceux qui trauersent les bonnes volontes de sa Ma^te^ ont eu assez dauthorité pour diminuer dela moitié le bienfait dIcelle et ne se contantans de cela Ilz ont telement bridé le dit Sr. palauicini par quelques secretes instructions quencore quil aye enuye de bien faire si est ce quil ne le peult effectuer et ne scay si Monsieur le duc Cazimir pourra estre induict a sobliger de la facon quon requiert de luy. Qui est du tout

---

[1]) Berger de Xivrey, *Recueil*, T. I, pag. 134.

nouuelle et estrange. Car on desire quil soblige sur son honneur par un escrit particulier que moyennant ces cinquante mile escus il viendra en personne a nre secours ou commettra prince de l'empire duquel il respondra pour estre chef de larmee composee de huict mile cheuaux reystres et quatorze mile homes de pied tant Alemans que suisses et quil ne quictera jamais les armes quil naye contraint noz ennemis de nous donner une bonne et asseuree paix. Cela est a desirer. Mais il ny a prince qui se puisse asseurer de le pouuoir fere. Car les euenementz de la guerre sont incertains. Aussi il ny a prince dhonneur au monde qui voulut quun aultre respondit pour luy, car ce seroit fere tort a son honneur et un chacun doit respondre pour soy mesmes. Si pense je que nous eussions peu obtenir l'un et l'aultre de Mondit S^r^. le duc Cazimir. Mais on a encores desire dauoir le double de la capitulation faite entre Luy et nous et quelle fut signee de sa main et cachettee de son cachet et encores quil escriuit une lre particuliere a sa Ma^te^ pour confirmation de ce que dessus. Ainsi on a voulu obliger Monsg^r^ le duc par trois diuerses facons par les quelles on monstroit quon se deffioit de luy ou quon cherchoit tant de subtillites afin que ledit argent ne fut deliuré. Voila comment noz affaires sont retardees, car les princes protestans m'ayant desja accordé quatre cens mile escus et voyant que la Royne dAngleterre na encores desbourse ce peu quelle apromis ilz mettent noz affaires en grand longueur. La mort de lelecteur de saxe en a este aussi cause nayant laisse apres luy aucun qui ayt assez dauthorite. Le Lantgrave a bonne volonte et assez de creance mais il a faulte de sante de sorte quil ne se peult transporter vers aucun prince comme il seroit requiz et il le desireroit. Je vous puis asseurer que tous les princes congnoissent le mal et veulent bien fere. Quant a Monsieur le duc Cazimir il est tout bon. Mais a cause de la diuersite des religions il ne peult fere ce quel vouldroit bien. Et touchant au jeune Electeur de Saxe il a voulu plustost pourvoir a ses affaires quaux nres Si espere je que Dieu nous suscitera enfin assez de moyens contre leffort et la raige de noz ennemis et comme il nous a desja garentis lespace de quinze mois quaussi en attendant quun chacun face son debuoir Il nous continuera son assistance. Cependant Monsieur je vous suplie bien humblement descrire a la Royne et la suplier de nous faire deliurer cest argent sans tant de conditions, et que non seulement sa ma^te^. se contante de nous secourir de ces cinquante mile escus, Mais quelle acheve les cent mile, et que par ce moyen elle ne retarde la bonne volonté dune douzaine de princes qui desirent grandement nous secourir. Jamais argent ne fut mieux emploie que cestuy cy; si nous

leussions receu a temps nous serions desja pres de nre deliurance et les pais bas seraient en meilleur estat quilz ne sont. Je vous suplie dong Monsieur emploier ce que vous auez dauthorité et de moyens pour un si bon affaire. Au reste il y a un docteur en ceste vile nomme vitus winshemius du quel vous pouuiez auoir ouy parler et lequel je vous puis asseurer estre tres home de bien et qui a tres bonne volonté et moyen de seruir et si emploie fidelement et daffection. Il est conseiller du Roy de Dannemarc de lelecteur de Saxe et daultres princes protestans, et a este nouuellement emploié par le Roy de Dannemarc en ceste Ambassade quil a despechee en france, et en a raporté grand honneur si estant emploie dignement et en homme de bien. Il ma prie de vous suplier de sa part de luy donner une licence pour pouuoir transporter librement dholande par deca enuiron cent tonnes de burre. Je vous suplie dong Monsieur la luy vouloir fere expedier et me lenuoyer en ceste vile chez le docteur henricus molerus. Et je le luy feray tenir et vous mobligeres en cela comme si cestoit pour moymesmes. Je ne vous importunerois pour pareille chose Mais cest que cela nous seruira. pour la fin je vous suplie de croire que je vous suis affectionne seruiteur et encores plus que jamais oyant dire combien vous vous emploies vertueusement au pais bas pour seruir a une si bonne cause. Il ny a aussi personne au monde qui se rejouisse plus douyr de bonnes nouvelles de la prosperite de voz affaires ny qui y portast plus de regret sil en venait de mauuaises que moy. Je prie Dieu quil veuille benir vre bonne affection et vous doint

Monsieur, en bonne sante et prosperité tres heureuze et longue vye. A Hambourg le XXVIIIe Juing 1586.

Vostre tres affectione seruiteur

SEGUR PARDEILHAN.

Quant à la dernière partie de cette lettre, il suffit de remarquer, que l'exportation de beurre et de fromage était interdite, et que cette défense était la source de beaucoup de mécontentement.

J'ajoute une lettre du duc Casimir lui-même, qui se rapporte aussi aux négociations du Sr. Palavicino. C'est le No. 46.

6.

Lettre de JEAN CASIMIR *au comte de* LEYCESTER.

Monsieur mon pere, Jay receu vos deux dernieres du 24e et 30e de Juillet vous remerciant tres affectueuzement de la peine que prenez parmi tant de grands empeschemens de me faire part de vos nouuelles, le plus souuent que vos affaires le vous permettent, comme de mon costé je vous puis asseurer que sans le grand voyage que jay fait, vous eussiez eu plus souuent de mes lettres, je loue Dieu de ce quil vous fait la grace au milieu de si grandes difficultez de pourueoir prudemment à toutes choses et espere quil vous donnera bon succes de vos sages preparatifs pour arrester le cours des desseins de vos ennemis, au rafreschissement desquels les exploicts du Capne Drack n'ont pas donne de petis retardemens, Et si des tresors quil a apporté il plairoit a la Reine adiouster quelque part aux commandemens quelle a donné et recharge nagueres au Sr. Palauicino, Jespererois que les affaires de france en seroient beaucoup plus hastées et que de leur aduancement vous receuriez aussi beaucoup de soulagement, comme vous le cognoissez tres bien, Et que vous auez toute occasion de vous asseurer de moy que je feray tousiours ce quil me sera possible pour les affaires de ce pais ou vous estes, et par especial pour le seruice de la Reine vers laquelle vous pouvez beaucoup a cest effect, et en l'entreprise que vous conduisez auec grand subiect dy tènir la main pour l'honneur que vous en pouuez recepuoir, et sachant que vous y auez tousiours fait et ferez ce que vous pourrez, Je vous prieray de croire que ores que lamitié que nous auons jurée sentretienne par la bonne et ordinaire correspondance que nous auons ensemble, que toutesfois elle ne salterera jamais de ma part a faulte de receuoir aduis lun de lautre si souuent que nous desirerions bien, Et que je la vous garderay inviolablement et daussi bonne volonté que je me recommande très affectueuzement a vos bonnes graces Je supplie Dieu quil vous donne

Monsieur mon pere en bonne santé augmentation des siennes saintes. A Heidelberg ce 25 de Septembre 1586 Stilo veteri.

Vre bien humble et tres affectionné filz

J. CASIMIR.

Adressée:

A monsieur

Monsieur le Comte de LEISTRE, Cheualier de lordre du Jartier Grand Escuyer et Conseiller d'Estat d'Angleterre et Gouuerneur aux pais d'Hollande et Zeelande.

Dans les lettres écrites au Comte de Leycester pendant les années 1587 et 1588, on trouve beaucoup de particularités concernant les affaires de France et spécialement celles du Roi de Navarre. Plusieurs sont de la main de Quentin Taffin, sieur du Pré, d'autres de celle de Buzenval („Paul Choart, seigneur de Grandchamp, etc. d'abord gentilhomme ordinaire du Roi de Navarre, et chargé par ce prince, avant et depuis son avènement à la couronne de France, de plusieurs ambassades importantes [1])"). J'en donne les Nos. 60, 62, 68, 73, 74, 75.

7.

Lettre de Quentyn Taffin, *Sieur de la Pré, au Comte de* Leycester.

Monseigneur!

Jay fait entendre à Vre Exce le 17e du passé que lennemy faisoit faire des pontz et engins pour forcer Lescluse, et que le principal but de son dessein pourquoy il desire de la prendre est pour y receuoir larmee nauale d'Espagne en septembre ou octobre, qu'a ces fins il faisoit faire une grande leuee de lansquenetz faisoit venir bon nombre d'Italiens et Espagnolz, sans un grand nombre de Siciliens quy doiuent venir sur les batteaux auec larmee et le tout pour descendre en Angleterre Jadjoustois aussy que le Prince de Parme enuoioit les ordonnances du pays bas au secours de la ligue que lon estime estre peu de chose. Toutz ces aduis venoient du pays des malcontens. Ce quayant este depuis peu de iours reconfirmé, m'a fait aussy le redire de rechef a Vre Exce. Quant aux nouuelles de par deça, l'on tient pour certain que larmee estrangere pour le roy de Nauarre a passé monstre et receu argent en la pleine de Strasbourg et quelle natendoit que monsieur de Chastillon pour marcher, lequel conduit les troupes de Languedoc au lieu desquelz on a enuoié quatre mile suisses pour garder de surprise les places de ce pays la. Le duc de Lorraine sattend de les auoir bientost dessus les bras, a raison dequoy il a enuoié en diligience demander Secours au Roy, lequel dresse aussy son armee et sy doit trouuer en personne. Plusieurs quy ne vouloient point de paix il y a quelque tems,

[1]) Voyez: Berger de Xivrey, *Recueil*, T. I, pag. 587.

la veulent bien maintenant, preuoiant quenfin il faudra quelle se face, et (peut estre) autrement quilz ne desirent. Lon fait icy courir le bruit de fort facheuses nouuelles, tant pour le regard de Lescluse que de quelque deffaite quil y auroit eu pres de Boisleduc. Sil plaisoit a vre Exce comander a quelquun de men escrire la verite ie tacheroy de la soustenir icy le plus que ie pourroy. Car a ouyr parler les Espagnolz en espagne tout est gaigne pour eux. Ce que ie n'oy et ne croy point volontiers, a quoy toutefois ie ne scay coment contredire pour nauoir point de quoy le soustenir. Or attendant receuoir les comandemens quil plaira a Vre Exce. de me faire ausquelz ie tacheray de satisfaire en toute fidelité et diligence Je pryeray dieu

Monseigneur

vouloir tousjours conseruer vre Exce soubz sa sainte garde et protection. A Paris ce premier daoust stile nouueau 1587.

de Vre Exce. tres humble et obeyssant serviteur

Q. TAFFIN.

Jenuoie a Vre Exce la copie dune nouuelle protestation du Roy de Nauarre que lon verra bientost imprimer. Ayant sceu Monsr. STAFFORD que iescriuois a vre Exce il ma enuoie de ses lres quy vont iointes a la presente.

8.

Lettre de BUZANVAL *au Comte de* LEYCESTER.

Monseigneur Jay heu commandement du Roy de Navarre mon maistre par ces dernyeres du VII du presant de vous aduertyr des nouuelles de france et vous fayre entendre le cours de ses affayres, ce que je fays le plus souuant quil mest possible: et suys byen fasche quil ne sen presante ordinayrement plus de subjet quil ne fayt par la difficulte du temps et danger des chemyns, dautan que vous estant affectionne seruiteur come je suys, je ne manqueroys jamays a mon debuoyr pour ce reguard ny pour tout autre touchant en quelque chose vostre excellence. Or pour venyr au subjet de cette lettre V. exc. sera advertye que la Royne mere voyant dune part les desirs et envies du peuple qui languist apres la paix, dautre coste les ambassadeurs d'Allemagne, qui arriuoyent pour la solliciter et demander, elle s'est resolue enfin

daller ver le Roy de Nauarre, partye pr appayser un peu le peuple, partye pr gagner temps sur les ambassadeurs d'Allemagne et en soe pour tromper les uns et les aultres. Elle ha fayt moyenner une entreueue par l'abbe de Gadagne, laquelle je croy que le Roy de Nauarre nha poyn refusee, encores que je ne panse poynt quilz soyent d'accord du lieu ou elle se doibt fayre. Mays on nous mande pour le certayn que la Royne cest aduansee jusques a Nyon qui est asses pres de St Jehan et de la Rochelle. Ce que le Roy de Nau. desire, Monseigneur, cest quon croye quil ne guastera ryen en cett' entreueue, et quil sen seruyra pour le byen des affayres de publicq et quon sassure que jamays il neut plus de resolution a poursuiure la carriere quil ha commancee, non obstant tous les faux bruyts quon pourrait faire courir. Monsieur le Marechal de Biron ha leuue le siege de Marans et la venue de la Royne ha servy a son honneur en ce fayt. Ce nest quun bourg mal ferme abandonne par .... (?) aux premiers qui etoyent maytres de la campagne, lequel ayat este recongnu par le Roy de Nau. fust proptement accommode par s. m. fourny de viuures et dhoes de courages. Le Marechal ha ete blesse deuan, y ha demeure un moys et enfin ne lha peu emporter. Monsieur du Mayne est depuis le commanceman de Julyet deuan une petite biccocque nomee Castillon sur la Riviere de Dordoigne qui apartyent a sa femme. Il nauoyt pas encores gagne au commancement d'aoust la cotrescarpe du fosse et y auoyt perdu beaucoup d'hoes, le duc d'Aleyns qui ha autrefoys byen fayt aux pays bas commande dedans On espere que l'occasion de cett' entreueue pourra donner quelque relasche a la ditte place. Monsr. de Turenne est a Bergrac et ste foys tout au près, qui fatigue de jour a aultre larmee du duc du Mayne. La royne nha peu ryen gagner sur monsieur de Montpasyer, lequel elle pansayt attirer vers soy par la monstre quelle luy faisoyt du mariage de la fille de Monsr. de Neuers Mays il ha respondu quil ne s'allira jamays auecq ceulx de la ligue et ennemys de sa mayson. Il y ha apparance et esperance certayne que toute cette mayson se rallira sils voyent une armee estrangere entree en france. lesperance de laquelle depand du tout de la sereniss. Reyne d'Angleterre et encores gueres d'effet. Monsieur de Montmorancy sestoyt approche de la Prouance a cause de la mort de monsr. le Grand Prieur. Mays ayant entendu que le Mares. de Joyeuse et le Sr. Cornuchon assiegeoyent une place de la relligion pres de Thoulouse il tourna promptemant bride et fit retirer les assiegans dans Thoulouse auecq perte de quelques hoes et de leur artillerye quil gagna. Monsieur de Chastillon est a Millaud en Rouerge auecq quatre ou cinq mil hoes de pied et msr. Andalt a

Marjds en Auuergne avecq deux mil, pour attendre ladmiral de Joyeuse qui y vien auecq une armee. Voyla a peu pres les affayres de dela loyre. Audesa Auxonne, ville tres forte et frontyere de Bourgogne tien pr le roy de Nauarre et ont receu a ce quon nous escrit de Paris garnizon de la Relligion. Msr de Guyse sappreste pr lassieger et y ha desja quelques trouppes aux enuyrons. Les ntres retyres en Montbeliard et Suisse ont pris depuys peu une autre ville nomee Seurre sur la riuiere de Somme qui est d'importance. Cest Monseigneur tout lestat de la France byen dissipe, Mays toutefoys en tels termes que si on prenayt loccasion presante, il seroyt ayse de remettre le bon party sus et byen affoyblyr le contrayre. Et y ha apparance que si la reyne vre souuerayne se vouloyt resoudre a faire ce quelle peult elle dresseroyt tellemt son party en France, que lespagne sen resentiroyt byentost. Mays le mal que nos ennemys mettent le tout pr le tout jusques a inciter les subjets a attenter aux vies des Princes souuerayns. Eux qui ne dorment ny nuyt ny jour pour ruyner leglise de Dieu. Cest tout Monseigneur ce que jay panse et merite estre represente a V. Ex. par la susdite de ce vtre fidelle seruiteur. Je suplye le createur

Monseigneur

quil vous tienne en sa saynte guarde. A londres ce 18 daoust.

Vre byen humble et tres affectionné seruiteur

BUZANVAL.

Adressée:

A monseigneur
monseigneur le conte de LEISTRE.

9.

Lettre de M. TAFFIN *au Comte de* LEICESTER.

Monseigneur.

Je nay point escrit a vre Exce. depuis le 4e du passe, auquel tems ie luy fis entendre ce que iavois peu apprendre des affaires de par deça. Non que ie ne sache bien que vre Exce les peut scauoir d'ailleurs mais pour recognoistre que mon deuoir le requiert ainsy. Continuant donc en cela Monseigneur ie diray maintenant a vre Exce que le gentilhomme quy auoit une entreprise en main et dequoy iescriuy lhiuer passé a

vre Ex^ce, se retirant de ces cartiers en Poitou m'a fait parler auant partir a un sien amy quy a entiere cognoissance de ce dessein, afin que sy on y vouloit entendre on sadressat a luy. Mais doutant quil demande quelque argent, la ou lautre ne demandoit que du papier, iusques apres lexecution faite, ie ne me suis point fort hasté d'en escrire a vre Ex^ce, tant parce qu'il ne me parle point come y estant fort affectionné, que, pour le regard du traicté de paix auec le duc de Parme. De quoy on reçoit icy fort peu de contentement et aymeroit on mieux la continuation de la guerre aux pays bas, au moins iusques a tant que la paix fut en France. De quoy on ne voit encore grande apparence. Et diton, que Messieurs de la Guiche et de Bellune sen retournent sans auoir rien fait auec les ducs de Loraine, de Guise et du Meine. Le Sr. d'Aumale continue tousiours a remuer les affaires en Picardie, ayant encore ses troupes dans les fauxbourgs d'Abbeville, et semble, quil voudroit bien tant faire que le gouuernement luy en fut baille. Et ne se trouue le Roy conseille d'aller par forces contre luy, de crainte qu'il nappelle le duc de Parme a son secours, ayant ses troupes come il a pres de la frontiere. Et a de rechef enuoie le Roy vers le dit Sr. d'Aumale, le Sr. d'Avin, lequel a mandé que le dit Sr. dit bien, d'estre prest de faire la volonté du Roy, mais quil nen voit point les effectz. La mort de Monsr le prince de Condé et la prise de Maran par le Sr. de Lauerdin, trouble fort le Poitou et les affayres du Roy de Nauarre, lequel est a la Rochelle des le 10e du passé aüecq le Comte de Soissons. Et tient on quil veut auec ceux de la Rochelle se mettre en tout deuoir de reprendre le dit lieu, car il importe trop a la dite ville et a fontenay pour etre a michemin des deux. Aucuns parlent de la maladie et aucuns de la mort du vicomte de Turene quy seroit encore une grande perte pour le roy de Nauarre. On a nouuelles que lon tient pour certeines que le Roy d'Espaigne a perdu lentendement au bout dune longue maladie, et qu'il ne prend plus aucune cognoissance de ses affaires, quy est autant come sil estoit mort. Dieu vueille que cela apporte quelque soulagement aux provinces unies. Et que vre Ex^ce continue tousiours de les auoir en fauorable recomandation, puisqu'il luy a pleu iusques a pnt prendre tant de peines pour le salut et conseruation dicelles. Les affaires pour le regard de la marine se portent tellement quellement, il y a tousiours quelque plainte, a quoy iusques a pnt iay remedie en sorte que le trafficq nen a point este interrompu. Jay este depuis quelques iours encore appelé au conseil pour en ouyr quelques unes, desquelles on ma baillé hyer les memoires, ie feray aussy mon mieux a ce quaucun inconuenient nen aduienne. Mais le

trauail Monseigneur mest infinement plus grand, que ie nauuoy preueu venant icy voulant macquiter de mon deuoir en home de bien. En quoy ie nay point manque iusques a pnt et y continueray tousiours, comme pareillemt destre tres humble seruiteur de vre Ex^ce^. Sur ce ie pryeray Dieu

Monseigneur

vouloir tousiours conseruer vre Ex^ce^ en toute prosperite soubs sa sainte protection et sauuegarde. A Paris ce 6^e^ d'auril stil nouueau 1588.

De vre Ex^ce^ tres humble et obeyssant seruiteur

Q. TAFFIN.

Depuis la presente escrite les Srs de la Guiche et de Belleure sont retournez nayant fait autre chose (au moins quon sache) sinon que les chefs de la ligue s'assembleront a Soissons la ou sachemine demain le Cardinal de Bourbon, et tienton que la reyne mere yra aussy, a ses festes de Pasques. On asseure que le mariaige du duc de florence est accorde auec la princesse de Lorraine, au grand regret du duc de Nemours quy pretendoit de lespouser.

Adressée:

A Monseigneur
Monseigneur le Comte de LEYCESTER
gouuerneur et cap^ne^ genal des provinces unies des pays bas.

10.

Lettre de Q. TAFFIN.

Pour faire entendre a vre Ex^ce^ ce quy se passe icy, il luy diray quil semble que les troubles de la france se termineront sans aucun edict de pacification, a faute que les parties contestantes nauront point les moiens de maintenir leurs troupes. Celle qui en apparence succombera la premiere sera la Ligue, demeurant le Roy de Nauarre aussy trop foible de son coste pour faire restablir l'edict quy a este rompu par icelle, sil n'est secouru et assisté d'une armee estrangere. Et ainsy le Roy paruiendroit a son but quy est de se faire obeyr de tous ses sub-

jects en son royaume auec le seul exercice de sa religion, excepté seulement au pays que tient le roy de Nauarre et en quelques endroits de Dauphiné et Languedoc. Plusieurs estiment quau retour du Duc dEspernon quy est alle prendre possession du gouuernement de Normandie, les choses commenceront d'encliner (?) la part quelles deuront tomber, et que le Roy parlera plus cler quand il sera bien asseure de ladite prouince. Quant a lasseblee de Soissons on ne sattend point quil en ressortira aucune bonne resolution, se monstrans messieurs de Guise fort fermes en leurs demandes, quy semblent au Roy peu raisonnables et hors de propos. Monsieur de Bellieure que a esté enuoié vers eux de la part du Roy depuis naguiere, a eu des grands propos et de cholere, auec mons^r^ de Guise, lesquels ne feront quanimer le Roy davantaige contre luy. Monsr dAumalle a tousiours des troupes aux fauxbours dAbbeville et semble quil voudroit bien par force, paruenir au gouuernement de Picardie, lequel est donné au Duc de Longueuille depuis quil en a espouse la fille du duc de Neuers. Les Ligueurs ont pense faire icy aux festes de Pasques quelque emotion, quy a este cause que le Roy qui en a este aduerty y a fait uenir en diligence quatre mile Suisses et un regiment de gens de pied, quy sont encores aux fauxbours de cette ville. Hyer et auiourdhuy on a fait des recherches par les maysons come sy on craingnoit encore le mesme danger et nen est on trop asseuré. Le Roy de Nauarre a enuoié icy un gentilhome vers le Roy, pour luy faire sçavoir ce quy sest trouué sur la mort de feu mons^r^ le prince de Condé dont ienuoie copie a vre Ex^ce^ que iay eue dudit gentilhome ensemble la deposition dun soldat lorain quy a voulu tuer le Roy de Nauarre, par ou il apparoit quils etoient XXIIII et iceux tous Lorains. On tient que larme nauale du Roy dEspaigne doit partir le XVe de ce mois, mais il y a diuerses opinions de la route quelle tiendra, car aucuns disent quune partie doit aller aux Indes et une partie vers Alger, mais dautres disent aussy que ce sera vers Lescosse ou LAngleterre, ainsy sera bon de veiller partout. Jenuoie aussy a vre Ex^ce^ des lres de mons^r^ le Prince dEspinoy. Le fait dont il escrit a vre Ex^ce^ luy importe de tout son bien, quy est fort grand. De façon Monseigneur que sy la paix se fait entre sa Mat^e^ et le Duc de Parme et quil plaise a vre Ex^ce^ luy procurer tant de faueur quil y puysse estre compris, il sen recognoistra apres sa ma^te^ du tout obligé a vre Ex^ce^. Il est prince du pays et absent dicelluy pour nauoir voulu adherer a lespagnol. Cela Monseigneur le doit rendre tant plus recomandable enuers la ma^te^ de la Royne, come il espere quil sera par le moien et faueur de vre Ex^ce^. Je suplie vre Ex^ce^ tres humblement que son plai-

sir soit de luy enuoier un mot de response, laquelle ie luy feray tenir a Eureux en Normandie, la ou il se tient. Au reste Monseigneur ce porteur est un de mes nepueus filz d'un mien frere le Sr. de Torsay, de la volonté et affection duquel mons^{r} Walseghem poura tesmoigner a vre Ex^{ce}. Ce mien nepueu a este nourry pres de mons^{r} le Comte de Pembrouk par la recomandation de feu monsieur Sidney, maintenant il retourne vers mondit sieur le Comte pour continuer de luy faire seruice. Et dautant Monseigneur que ce sçay de cobien grande importance luy peut estre la faueur de vre Ex^{ce} je la supplieray tres humblement que son plaisir soit luy en vouloir departir en la volonté quil monstre dauoir de chercher sa fortune en Angleterre En quoy Monseigneur vre Ex^{ce} non seulement se le rendra tres obligé mais aussy son pere et ses parens particulierement moy quy dailleurs me recognoy tres humble seruiteur de vre Ex^{ce}. Et en ceste deuotion ie pryeray Dieu

Monseigneur

vouloir tousiours conseruer vre Ex^{ce} soubs sa s^{te} garde. A Paris le 5e de May 1588. De vre Ex^{ce}

Tres humble et tres obeyssant seruiteur

Q. TAFFIN.

Adressée:

A Monseigneur

Monseigneur le comte DE LEYCESTER gouuerneur des prouinces unies des pays bas.

11.

Lettre de Q. TAFFIN.

Monseigneur

Jauoy escrit a vre Ex^{ce} le XIX de May ce quy estoit aduenu en ceste ville depuis le XIIe iusques audit iour. Le porteur de mes lres estoit un ieune home de ma cognoissance, lequel ayant pris son chemin par Eureux, a este miserablement deualize, layant les voleurs mis du tout en pourpoint come il ma escrit de Rouen, il y a huit iours. Outre de sa fortune ie suis marry de ma depesche perdue, car elle

eut tesmoigné a vre Ex^{ce} mon tres humble deuoir. Maintenant ie luy diray que depuis mes dernieres on tache en apparence dappaiser le tout et faire un bon accord, sil estoit possible. Mais ceux quy ont de la cognoissance des affaires ne pensent point que cela se puisse faire pour se rencontrer les volontez d'une part et dautre, trop alterees. Le Roy veut retourner a Paris, ou pour le moins que les habitans recognoissent a bon escient leur faute, luy en faisant reparation conuenable en tel fait, A quoy on nentend point volontiers, et voudroit on bien que sa ma[te] se vouloit contenter, quon la supliat de vouloir oublier le tout, come il se peut veoir par la requeste presentee a sa ma[te] que ienuoie a vre Ex[ce] auec la response faite par le Roy. Vre Ex[ce] verra aussy la publication que le Roy a fait faire pour la conuocation et assemblee des Estats gnalx de son royaume en la ville de Blois pour le 15[e] de Septembre. Lesquels Estats ne se pourront tenir librement nest que lon pose les armes de touts costes. En quoy lon craint quil y aura de la difficulté car tous ne les voudront poser, pour estimer que la guerre leur est plus comode pour faire leurs affaires que ne seroit point la paix. Lon attend ce iourdhuy en cette ville mons[r] de Villeroy, quy quelques iours auparauant sen estoit retourné vers sa Ma[te], auec des articles que demande au roy monsieur de Guise, Lesquels il auoit signé de sa main. Selon ce quaportera le dit Sr de Villeroy de la part du Roy sur les ditz articles et moiens daccord, on sattend de veoir la paix ou la guerre. On a chargé icy sur leau quatre canons et deux couleuurines auec poudre et bouletz pour aller battre Melun (ville quy est contremont ceste riviere a dix ou douze lieues dicy) mais la Royne mere a empesché que les batteaux ne sont encore partis, sachant que le Roy ne pourra trouuer bon, quon aille forcer auec le canon ses villes, et mesme cestė cy, dans laqlle il a encore plusieurs gentilshomes et forces soldatz des troupes de Lauerdin quy estoient en Poitou, afin quilz la gardent pour son seruice, Par cela vre Ex[ce] peut iuger en quel estat sont les affaires, sur lesquels apparemment aduiendra bientost un admirable changement. Lon tient pour certain que ceux de la Rochelle (aydez des troupes du Roy de Nauarre) ont repris Marran, et que lartillerie est tirée hors de la Rochelle pour aller assieger Niort. On escrit de Languedoc que le vicomte de Turene a prins plusieurs forteresses quy incomodoient fort la ville de Nysmes. Lon croit aussy que larmee dEspaigne est partie de Lisbonne a la fin de May, composee de 130 vaisseaux et de taut de soldatz et munitions de guerre, que vre Ex[ce] pourra veoir par le memoire que ie luy enuoie, quun flamen mien amy a receu de Lisbonne mesme, du 9[e] de May. Plusieurs ne peuuent croire

que ce soit pour Angleterre, mais ouy bien pour les Indes, afin d'y conquérir un royaume que lon dit estre nouuellement descouvert, quy est fort abondant en or et en argent. On en scaura bientost la verité. On me mande du pays valon que le duc de Parme fait tousiours grandes demonstraons de vouloir embarquer ses gens, et y court aussy le bruit que cest pour Angleterre. Mais sy ainsy estoit il nest point croiable quil souffriroit le comerce sy libre come il fait, dautant que par ceste occasion on auroit moien es prouinces unies den estre aduerty et daller auec les forces d'Angleterre et celles des dites prouinces au deuant de ses desseigns. Cependant parmy ceste apparence de guerre on me mande quon y espere la paix, estant les deputez de la Royne a Bourbourg auec ceux du duc de Parme empeschez de la traicter. Sy ainsy est Monseigneur il plaira vre Ex^ce^ dauoir souuenance du fait de monsieur le prince dEspinoy suiuant la pryere quil vous en a faite par ses lres, que iay enuoié a vre Ex^ce^ auec les mesmes au Sr de May et vre Ex^ce^ lobligera a soy de beaucoup, outre laugmentation de sa reputation destre fauorable aux affligez, principalemt en choses sy iustes. En cest endroit ie suplieray vre Ex^ce^ de me tenir tousiours au nombre ses tres humbles seruiteurs quy de grande deuotion prye Dieu

Monseigneur

vouloir tousiours conseruer vre Ex^ce^ soubs sa sainte protection. A Paris ce XIXe de Juin 1588 stile nouueau.

de Vre Ex^ce^. tres humble et obeyssant seruiteur

Q. TAFFIN.

Adressée:

A monseigneur
Monseigneur le Comte de LEYCESTER,
grand maistre d'Angleterre.

12.

Lettre de Q. TAFFIN.

Monseigneur

Il y a trois semeines que ie suis venu de Paris en ceste ville, loccasion pourquoy ie nay point durant ce tems la escrit a vre Ex^ce^, vient

de ce que les choses se sont passees pardeça sy a lincertain, que ie ne luy eusse peu rien mander d'asseuré, Car ce traicté d'union (quy est bien le principal) a este demené sy longtems et sy diuersement, que par plusieurs fois on a pensé que tout se deuoit rompre, finablement il en est ressorty ledit que ienuoie a vre Ex[ce], par lequel icelle pourra veoir des conditions dures contre ceux de la religion et telles qu'elles ne plaisent guieres a aucuns de la court, mesmes des plus grandz. Combien que dautres disent, que le Roy ne pouuoit mieux faire pour la conseruation de son royaume, de crainte qu'usant de son authorité et mettant les Ligueurs en un desespoir, ilz neussent introduit lestranger en france. Maintenant on leur fait par cest edit renoncer a toutes ligues et alliances quilz ont tant hors que dedans le royaume, et fait faire le Roy serment a tous ses subjectz de demeurer unis soubz son obeyssance il est vray que c'est a condition dextirper ceux de la religion mais Dieu y pouruoira. Et la fin Monseigneur et le succez quy en aduiendra donneront la plus certaine interpretation. Le Roy est party auant hier de ceste ville pour aller a Mantes la ou les Roynes le doiuent venir trouuer a iourdhuy, et de la doit aller a Chartres et puis a Blois pour les Estatz gnalx de la france quil y a fait conuoquer pour le XV[e] de Septembre. Aucuns pensent quil se laissera persuader daller plustost a Paris, et sont venuz des deputez pour len suplier, mais on ne sçait encore ce quil fera. Il est quelque bruit que des reystres et lansquenets sont entrez en Lorraine, et tienton que cest pour cela que le duc de Guise fait acheminer en diligence celle part, les Albanois et autres troupes quil auoit aux enuirons de Paris. Dieu vueille que ce ne soit pour aller assieger Sedan et Jametz. Jay receu depuis quatre iours lres du pays walon, on me mande que ceux de Bonne, par une sortie ont deffait quatre cens chlx des ordonnances des paysbas, en quoy sont mortz plusieurs gentilshomes desditz pays, on m'en nome trois de ma bonne cognoissance. Et adjouste lon quon y enuoie des nouuelles forces, come sy on estoit resolu de prendre la dite ville. On me mande aussy que le duc de Parme fait tousiours semblant de vouloir embarquer ses gens, et sy dailleurs il donne aussi lalarme a la france par un grand amas quil fait de chariotz. Il luy est venu depuy naguiere cincq mile Lansquenetz du pays de Tyrol, et mescrit on de Sedan qu'autres cincq mile suiuent encore. Cest merueille a quelle fin il assemble tant de gens. On na point icy aucune nouuelle certeine de larmee de mer du Roy dEspaig[e]. Un maistre de nauire venu de Terreneuue dit quil a ouy tirer bien auant en la mer plus de deux mile coups de canons et il estoit lhors come il dit, a la manche St. George, voila ce quon tient

icy pour le plus certain, mais on ne sçait pourtant le succez de cela, bien quil y a huit iours quil est aduenu. Le Roy de Nauarre fait ses besognes tant quil peut en Poitou il a repris Maran, Malezes, Montaigu quil fortifie, et autres places. Le comte de Soissons doit venir trouuer le Roy a Mantes et y sera dans deux ou trois iours mais on ne sçait coment ny pourquoy. Il est bruit, que la princesse de Condé auroit eu la tête trenchee a St. Jean d'Angely et deux de ses damoiselles, et que son maistre dhostel, auroit esté tiré a quatre chlx, mais ie nen ozeroy asseurer vre Exce autrement sinon, que ceux quy me lont dit le tiennent pour certain.

Voila Monseigneur tout ce que pour le present ie puis escrire a vre Exce bien marry que ie nai moien de luy faire plus grand seruice, et selon la tres humble deuotion que ien ay et auray toute ma vie, voire de tant plus monseigneur que par ses dernieres lres il luy a pleu masseurer de sa bonne volonté enuers moy, pour laquelle mentretenir ie ne manqueray iamais en rien que iestimeray luy estre aggreable. Sur ce ie pryeray Dieu

Monseigneur

vouloir tousiours conseruer vre Exce soubz sa sainte garde et protection. A Rouen ce 23e de Juillet 1588 stil nouveau

De Vre Exce tres humble et tres obeyssant seruiteur

Q. TAFFIN.

Adressée:

A Monseigneur

Monseigneur le Comte de LEYCESTER

Grand maistre d'Angleterre,

On sait que le bruit, mentionné dans la dernière lettre, suivant lequel la princesse de Condé aurait eu la tête tranchée, n'était pas conforme à la vérité. Le Prince de Condé (Henri I de Bourbon) était mort subitement le 8e Mars 1588 à Saint Jean d'Angely. „Les marques de poison," comme dit le Roi de Navarre dans une de ses lettres à la Comtesse de Gramont, „sortirent soudain." La voix publique accusait sa femme (Charlotte Cathérine de la Tremoille) d'avoir eu la main

dans cet assassinat, aidée de deux gens de sa maison. Le Roi de Navarre, dit M. Berger de Xivrey l. c. II. 345, la fit arrêter et nomma des commissaires, qui ordonnèrent qu'il serait informé contre la princesse, comme accusée d'avoir fait empoisonner son mari, mais que, vu son état de grossesse, le procès ne commencerait que quarante jours après ses couches. L'affaire traîna en longueur, et la princesse resta incarcérée jusqu'en 1595. Enfin elle fut déclarée innocente. Elle mourut à Paris le 20 Août 1629, dans sa soixante quatrième année.

APPENDICE.

Lettres de HENRI IV.

Pour compléter ces notices j'ajoute encore quelques lettres de Henri IV, qui ne se trouvent pas dans *Les lettres missives de* Henri IV, publiées par M. Berger de Xivrey. On n'y trouve pas non plus la lettre du Roi de Navarre au Comte de Leycester, donnée dans ma seconde Notice. La première de celles que je mets au jour maintenant, fait aussi partie de la collection de lettres au Comte de Leycester, sous le No. 57. Elle est sans date, mais elle se rapporte sans doute à la bataille de Coutras, qui eut lieu le 20 Octobre 1587, et dans laquelle le duc de Joyeuse et son frère le Sieur de Saint Sauveur furent tués. En dépit des assurances donneés dans sa lettre, le Roi de Navarre n'usa pas de sa victoire, et au lieu de poursuivre sa route, il congédia ses troupes pour un mois et se rendit auprès de la Comtesse de Gramont.

1.

Mon cousyn Il a pleu a dyeu me fauoryser tellement en la bataylle que jay donnée ces jours passes contre nos anemys que jy ay obtenu une heureuze et antyere uyctoyre sygnallee de la mort du general de larmee des chefs et capytenes de jansdarmes et de jans de pyx presque tous morts ou prys, de tous leurs drapeaus cornetes enseygnes et canons gangnes, de quoy la gloyre en appartyent a dyeu seul et apres luy a lassystance que nous auons eue de la reyne ure souuereyne. Jay byen uoulu uous en auertyr yncontynant et men conjouyr auec uous sachant byen la joye et contentement que uous en receurez auec tous les jans de byen quy desyrent la gloyre et auancemant du regne de dyeu, la delyurance de ses eglyses oppressees et la payx et repos de toute la crestyenté. Il reste a byen user de la uyctoyre a quoy je massure que tous les prynces crestyens seygneurs et jans de byen semployeront, ce que jatans de uous tant anuers la reyne ure souuerayne que

partout aylleurs ou uous aures moyen pour lafectyon que je say que uous auez au general et a ce quy me touche partyculyerement de quoy je uous prye tres afectueusement et de fere tousjours estat de lamytye de

(1587.) *Vre tres afectionne cousyn tres assure amy*

HENRY.

Adressée:

A mon cousyn
Monsr. le Conte de LEYCESTER.

Les autres lettres du Roi de Navarre, que je publie, sont tirées de la collection de lettres adressées au Sieur François Hottoman. Elles sont au nombre de neuf.

2.

Monsr. Hottoman, la saison ou nous viuons est si peneuse et licencieuse qu'on n'oyt de toutes parts que brigues et menees conduites si ouuertement quil est meshuy temps d'employer les remeddes qui les peuuent amoindrir, vos escrits ont esté si heureusement receus en la chrestienté, la memoire en est si louable et vre intention au bien du public si congnue d'un chun, que je desire et vous prye bien fort, vouloir traiter exactement la matiere des representaons, c'est un argument fertille et spacieux necessaire d'estre eclaircy profitable a la posterité et qui ne sauroit estre plus dignement manié que par vous, travaillez y donc je vous prye auec affection et diligence et croyez que je recongnoistray auec beaucoup de contantement le labeur d'une oeuure si utille; ainsy que jay commande au Sr. du Plessis vous fera plus particulierement entendre de ma part, pryant Dieu Monsr. Hottoman vous tenir en sa sainte et digne garde. De Montauban le 24e d'aoust 1584.

Vre meilleur et bien assuré amy

HENRY.

Adressée:

A Monsr. HOTTOMAN.

3.

Monsr. Hottoman, Jay bien a vous remercyer grandement de vre liure qui tesmoigne le labeur et la peine quavez prinse pour moy dont je me sens infinyment vre redeuable, Aussy desire je le recongnoistre enuers vous et les vtres ce que je feray dieu aydant quand les occasions s'en pnteront. Je vous prye de le faire imprimer, m'asseurant quil sera tres bien receu de la pluspart des hommes, Ainsy que jay donné charge au Sr. du Plessis, il vous en escrira ensemble de quelque aduis sur icelluy et me remettant surce vous asseureray seulement de mon amitie Et prieray Dieu vous auoir Monsr. Hottoman en sa ste et digne garde. De Bergerac le XXV Juing 1585.

Vre byen bon amy

HENRY.

Adressée:

A Monsr. Hottoman.

4.

Monsr. d'hottoman, Jay veu le liure que vous avez enuoyé par deça, lequel je vous prie de faire imprimer et metre en lumiere a cause du sujet qui est propre en ce temps et peult seruir. Il a este fort estimé de ceux qui l'ont veu. Je vous prie au reste regarder de quoy je puis vous fre plaisir et vous faire ressentir les effets de ma bonne volonté et en faire certain estat. Sur ce je prieray Dieu vous tenir Monsr. dHottoman en sa ste et digne garde. A Lectoure XIIII Juillet 1585.

Vre byen bon et asseure amy

HENRY.

Adressée:

A Monsr. d Hottoman,
docteur en droits.

5.

Monsr. Hotoman tres aise dauoir entendu de vos noles par la lre que mauez escripte tant pr le regard de vre libure que laduis que me donnez d'un certain jeune homme qui jauray agreable que vous me enuoyez suyuant ce que mescriuez. Je vous remercie au reste des bons aduis que vous me donnez, et vous prie faire estre certain de ma bonne volonté en vre endroict et croire le Sr de Clervaut et ce quil vous dira de ma part come moy mesmes qui prie aussy le createur vous tenir monsr. Hotoman en sa tres ste garde. De Montaulban ce XIVe d'aoust 1585.

Vre mylleur et assure amy

HENRY.

Adressée:

A Monsr. HOTOMAN.

6.

Monsr Ottoman J'ay veu l'oeuure que vous auez mis en lumiere qui a este fort estime de ceulx qui l'ont leue, la cause de ceulx qui y ont interest est assez bonne pour estre deffendue des gens de bien. Je desire au reste que vous méclaircissiez du faict dont parle icelluy qui vous touche de pres et que vous dittes s'estre maintenant recongnu parce que cest chose qui merite destre entendue de moy pour les contenues en vre lre, Je vous ay retenu et choisy pour conseiller en mon priué conseil pour la congnoissance que jay de voz vertuz et qualitez et pour la confiance de vre bon zele et deuotion ace qui touche le bien de mes affaires et seruice. Je vous en enuoye la depesche par ce porteur Et vous prie de vous asseurer de plus en plus de ma bonne volonté en vre endroict Surce je prie dieu le createur vous auoir monsr. Ottoman en sa saincte et digne garde. De Ste Foy ce IIIIe decembre 1585.

Vre mylleure mettre et plus affectyone amy

HENRY.

Adressée:

A Mons. HOTTOMAN, Conel en mon conseil priué.

7.

Mons. Hottoman Jay donne charge au Sr du Fresne con[er] au grand conseil qui est de mes fideles seruiteurs de vous voir de ma part et vous dire de mes nouuelles et vous asseurer de plus en plus de mon amitye. Je vous prie luy aider de vos bons conseils et aduis en tout ce que vous congnoistrez qui se pntera pour le seruice de Dieu pour le bien du gnal et pour le mien particulier, et le croire de ce quil vous dira de ma part come moi mesmes quy prye le Creatr vous tenir Mons[r] Hottoman en sa s[te] et digne garde. De Montauban ce XIX de Januier 1586.

Je vous prye monsr. hotoman croyre le Sr de fresne de ce quyl uous dyra de la part de

Vre antyerement bon mettre et assuré amy

HENRY.

Adressée:

A Monsr. HOTTOMAN.

8.

Monsr Hottoman Parce je remettray sur Mr. de la Rochechaudiere pnt porteur a vous fre entendre loccaon de son voyage et ce qui se passe par deca je men remettray sur luy. Et vous priray sailleurs de l'assister de vre bon conseil et aduis et au reste vous asseurer tousiours de ma bonne volonté en vre endroict et prie le creatr vous tenir Mons[r] Hottoman en sa sainte et digne garde. De Montauban ce XXV de Januier 1588.

Vre bon et assure mestre et meylleur amy

HENRY.

Adressée:

A Monsr. HOTTOMAN.

9.

Mons[r] Hotman, Renuoyant le Sr. de Reaux pour cest affaires, que pourrez entendre je vous ay bien voulu escrire cestecy pour vous remercyer en premier lieu de tant de peines quauez prises et escriptz qui ont este par vous mis en lumiere, secondement pour vous asseurer qu'ou jauray moyen de recongnoistre ce seruice je my employray de bien bon coeur. Je vous prie continuer votre affection en mon endroict et croyre ce que le Sr. de Reaux vous dira de ma part. Surce aussy je prieray dieu de vous conseruer Mons[r] Hotman en sa s[te] et digne garde. De Saumur ce VIII[e] de May 1589.

Vre byen bon et assure amy

HENRY.

Adressée:

A mons[r] Sr. de HOTMAN.

10.

Mons[r]. Hottoman Vre bonne affection au bien des affaires gnrales m'est de si longtemps congnue et vos bons offices et seruices tant du passé que ces dernières qui concernent ma personne m'ont este si bien reputez et tesmoignes que je les estime grandemt et ne les oublieray jamais. Vous priant de fa[re] estat de tous les effects de ma bonne volonté par tout ou j'auray moyen et loccaon se pntera. Je vous enuoye une lre pour Mr. Desdiguieres pour vous fa[re] fournir la somme que vous demandez, et luy en escript par autre voye afin quil ni ait faulte. Je nay point veu quil y eust lieu d'ou cela se peust plus commodemt faire ni d'ou vous la puissiez recouurir plus promptement que dela, Jay donné charge au Sr. de Reaux pnt porteur de vous veoir de ma part et vous faire entendre de mes nouuelles et l'estat des affaires et que je vous prie le croire tout ainsy que moimesmes. Qui prie aussy nore Seigneur vous tenir mons[r] Hottoman en sa sainte et digne garde. De St. Jean dangely le XXIII de May 1588.

Vre afectyonne mestre et antyerement bon amy

HENRY.

Adressée:

A Mons[r] HOTTOMAN conseiller
de mon conseil privé.

Je finis mes extraits, en donnant une lettre de Philippe de Mornay, Seigneur du Plessis, conseiller du Roi de Navarre. On y trouvera l'indication de ce que Henri désirait voir exposer contre Zampins dans le livre, qu'il priait Mr. Hottoman de publier sur *la matière des réprésentations*, et qui fut mis au jour sous le titre: *de successione inter patruum et fratris filios.*

Lettre de Duplessis *a Mr.* Hottoman.

Monsieur, iay ueu la lettre q uous auez escripte au Roy de Nauarre en date du 2me Nouembre. Que sur ce que desirez ay pensé de uo^s declarer son intention. Un liure a esté escript et publié contre luy, à l'instance de la Maison de Guise par lequel il est declaré incapable de succeder à la Couronne. Nous ne l'auons peu auoir jusques icy, mais bien ouir (?) qui se fondent sur les raisons qui ensuiuent. 1° qu'il n'est né de legitime mariage, attendu les promesses de mariage entreuenues de la feu Reine sa mere auec le duc de Cleves, 2° qu'il est heretique et fauteur des heretiques. 3° qu'il a pris les armes contre le Roy et le Royaume. 4° qu'en successions indiuidues, coe sont les couronnes, l'oncle precede le nepveu, fils mesmes de l'aisné. 5° qu'il est esloigné de 14 degres; à quoy ils induissent le tittre: unde decem gradus Et partant n'y peut venir q par nouuelle election. Vous scaurez q respondre à ce livre, directement ne sera sans jalouzie; car on l'interpreterait: votum captandae mortis; et nous auons a fuir toutes ces opinions et ombrages, pour plusieurs raisons Et toutes fois il importe d'autre part au Roy de Nauarre qu'il y soit respondu mesmes pour l'honneur de sa personne et de sa maison. Ceci pourquoy il a desiré que lui faisiez ce bien d'en mettre la main à la plume. Mais en telle façon: que, maneas in thesi, non transeas ad hypothesin. J'entends que uous traictiez ces questions sans poser le cas et sans faire mention des personnes comme us auez traicté plusieurs questions illustres concluant au droict qui nous est necessaire, et rapportant à la preuue d'iceluy les loix tant anciennes q modernes, tant ciuiles q canoniques, tant Romaines q Francoises et circonuoisines. Vous en scaurez assez conceuoir le subiect sans que ie le vous figure par vre prudence et bon jugement. Et quant a la genealogie, ie ne serais aussy d'aduis quelle y fust ny inserée ny mentionnée. Mais bien qu'on la fist imprimer à part en mesme marge pr pouuoir estre en un besoin reliez en-

semble. Elle se peut recueillir des meillures histoires. Car elle est hors de controuerse. Le liure sera mieux en latin qu'en Francois pr le commencement à cause des estrangers. Et sera tost après traduit en Francois. Surtout ie us prie euitons y le plus q nous pourrons les occasions de jalousie et d'ombrage. Cest, mons^r ce que je pense estre l'intention du Roy de Nauarre. Et je vous prie q le tout demeure entre ns pr plusieurs causes. Nous sommes icy conferans de nos affaires publiques fort paisiblement. Dieu touchera le coeur du Roy, s'il luy plaist, pr ns accorder ce qui no^s est necessaire. Au moins espere ie a ce que ns pouuons juger de sa nature, quil no^s laisra en paix. Au reste i honore de longtemps vre doctrine et me declare disciple de nos liures. Je us seruiray en recompense ou il us plaira et de bon coeur, coe bien affectionnément ie salue uo^s bonnes graces et prie Dieu

Monsieur uos auoir en sa sainte garde. De S. Germain en Laye ce 3e Decembre 1584.

Vre bien affectionné amy à uos seruir

DUPLESSIS.

Adressée:

A Monsieur
Monsieur Hottoman, à Basle.

LE PLESIOSAURUS DOLICHODEIRUS *CONYB.*

DU MUSÉE TEYLER,

PAR

T. C. WINKLER.

Au musée Teyler, si riche en fossiles de tout genre, surtout en ceux du calcaire lithographique de Bavière, de la marne d'Oeningen et du calcaire tuffeau de Maestricht, manquait encore un échantillon d'un genre fossile d'animaux qui depuis sa découverte a beaucoup excité la curiosité des savants, savoir un échantillon du genre *Plesiosaurus*. Il y a quelques mois j'ai été assez heureux pour pouvoir combler cette lacune: par l'intermédiaire de mon ami M. Henry Woodward Esq., j'ai eu l'occasion d'acheter pour le musée Teyler un bel exemplaire de *Plesiosaurus dolichodeirus* Conyb. Je me propose de communiquer ici la description de ce fossile. La planche qui accompagne cette description présente l'animal à un sixième de sa grandeur naturelle.

Avant d'entrer en matière, on me permettra de donner un court aperçu historique sur les plésiosaures. En 1821 Conybeare insérait dans les *Geological Transactions* (1re Série T. V), en commun avec De La Bêche, un mémoire sur quelques restes d'un animal fossile inconnu. Des vertèbres trouvées dans le lias des environs de Bristol, où elles étaient mêlées à des restes de crocodile et d'ichthyosaure, lui avaient paru différer de celles de l'un et de l'autre de ces deux animaux. La collection d'un colonel Birch lui offrit une portion considérable du squelette d'un animal inconnu, dont les vertèbres le confirmèrent dans ses idées sur l'espèce dont provenaient ces débris, et après avoir étudié encore quelques os d'extrémités, trouvés avec les vertèbres dont nous venons de parler, Conybeare signala les caractères de cette espèce dans le mémoire mentionné ci-dessus.

Par ce travail une partie importante de l'animal était portée à la

connaissance du monde savant: cependant la tête manquait encore, et on ne possédait aucune donnée sur la dentition. Le colonel Birch ayant fait de nouvelles acquisitions, et Conybeare continuant ses recherches de concert avec De La Bêche, il se vit en état, l'année suivante, de faire connaître une tête presque entière quoique un peu écrasée, et une grande mâchoire inférieure, de même que plusieurs autres os. Le mémoire qui donne la description de ces os, se trouve dans le vol 1 de la 2me série des *Geological Transactions*.

Deux ans plus tard, au mois de Janvier 1824, un squelette presque entier fut trouvé à Lyme Regis, en Dorsetshire, et ce squelette vint confirmer et en partie rectifier les conjectures premières, émises d'après les parties que l'on possédait. Mais cet objet apprit aussi une particularité toute nouvelle, et que l'on était loin de soupçonner: le cou de cet animal était d'une longueur démesurée. Ce cou égalait presque en longueur le corps et la queue réunis: il était composé de trente-trois vertèbres, nombre supérieur à celui de l'oiseau qui en a le plus, savoir le cygne, chez qui elles sont au nombre de vingt-trois. L'animal surpassait donc à cet égard tous les autres animaux.

Ce superbe fossile est décrit et figuré dans les *Geological Transactions* 2de Série, T. II, et dans Cuvier *Ossements fossiles*, nouvelle Edition, T. V, 2me partie.

Conybeare a nommé *Plesiosaurus dolichodeirus* l'espèce qui a fourni le squelette mentionné, et Cuvier lui a donné le nom de *Plésiosaure à long cou*. Le nom de *Plesiosaurus*, qui signifie *voisin des lézards*, a été imaginé par Conybeare, parce qu'il trouvait l'animal plus semblable aux reptiles de ce genre que l'ichthyosaure.

Nous serions entraînés trop loin si nous voulions donner ici un aperçu détaillé de toutes les découvertes de restes de plésiosaures faites depuis le temps de Conybeare. De même nous ne saurions énumérer toutes les descriptions plus ou moins scientifiques de cet animal, qui ont paru depuis 1824 jusqu'à nos jours. De ces différentes descriptions il résulte que le *Plesiosaurus dolichodeirus* Conyb., l'espèce la plus anciennement connue, est en même temps celle qui a le cou le plus allongé et la tête la plus petite à proportion du corps. Le *Plesiosaurus macrocephalus* Conyb. a la tête beaucoup plus grande et le cou plus fort. Le *Plesiosaurus Hawkinsi* Owen a le museau moins allongé et plus étroit. Ces trois espèces proviennent du lias de Lyme Regis. Owen, dans le *Report Brit. Assoc.* 1839, indique encore plusieurs espèces du même terrain, mais qui sont moins complètement connues. Ce sont le *Plesiosaurus arcuatus* Owen du lias de Bath et de Cheltenham; le *Plesiosaurus brachycephalus*

Owen du lias de Whitby, de Boll dans le Wurtemberg etc.; les *Plesiosaurus costatus*, *macromus*, *rugosus* et *subtrigonus*, tous les quatre également du lias. Une espèce indéterminée est encore signalée par Bryce (*Lond. and Edinb. phil.-mag.* 1831, T. IX) comme provenue du lias d'Irlande; et le *Plesiosaurus megacephalus* Stutchbury a été découvert dans le lias de Bristol, d'après le *Quarterly journ. of the geol. Soc.* 1846, no. 8.

Ce n'est pas seulement dans le lias qu'on a trouvé des restes de ces curieux animaux, on en a rencontré aussi dans l'oolithe, quoique ces derniers soient encore mal connus. Trois espèces ont été établies par Cuvier d'après l'étude de quelques vertèbres. Ce sont: le *Plesiosaurus carinatus* Cuv., connu par une vertèbre cervicale dont la surface inférieure présente une arête qui manque dans les autres espèces; cette vertèbre provient probablement du terrain jurassique de Boulogne-sur-Mer. Le *Plesiosaurus pentagonus* Cuv. repose sur une vertèbre caudale d'une forme pentagonale; elle provient de l'Auxois. Le *Plesiosaurus trigonus* Cuv. n'est aussi connu que par une vertèbre de la queue, mais qui est triangulaire: elle a été trouvée dans l'oolithe du Calvados.

D'autres espèces de plésiosaures appartiennent aux étages supérieurs du terrain jurassique. Ce sont: le *Plesiosaurus affinis* Owen, qui a été trouvé dans les argiles kimméridgiennes des environs d'Oxford et d'Heddington; le *Plesiosaurus doedicomus* Owen et le *Plesiosaurus trochanterius* Owen, qui proviennent des gisements analogues de Shotover et d'Oxford. Dans ces mêmes terrains kimméridgiens d'Angleterre on a trouvé une grande espèce, remarquable par la brièveté de ses vertèbres, qu'on peut comparer à des dames à jouer. C'est le *Plesiosaurus brachyspondylus* Owen, sans doute l'espèce qui a été nommée *P. recentior* et *P. giganteus* par Conybeare. Quelques auteurs, et parmi eux le célèbre paléontologiste Bronn, ont voulu associer cette espèce au genre *Spondylosaurus*. Les fragments connus paraissent insuffisants pour décider la question.

Les plésiosaures ont vécu encore pendant l'époque crétacée. Owen a décrit dans le *Report Brit. Assoc.* et dans *Palaeontographical Society, Reptil.* part. 3, les trois espèces suivantes: Le *Plesiosaurus pachyomus* Owen, qui a été trouvé dans le grès vert des environs de Cambridge; le *Plesiosaurus Bernardi* Owen, provenu de la craie des environs de Dover; et le *Plesiosaurus constrictus* Owen, qui a été découvert dans la craie de Steyning en Sussex.

Des naturalistes américains ont aussi décrit des ossements de plésio-

saure de la craie de l'Amérique septentrionale. M. Harlan indique une espèce des grès verts de New-Jersey, dans le *Journ. Acad. Phil.*, T. IV.

De l'étude de toutes les espèces que nous venons d'énumérer, il ressort qu'on doit réunir le genre des plésiosaures et celui des ichthyosaures en une même famille, celle des *Ichthyosauriens* des auteurs. Le plésiosaure se distingue facilement des ichthyosaures par ses formes plus élancées, son cou très allongé, semblable au corps d'un serpent, et sa tête petite et moins fortement armée. Ces deux genres ont habité les mêmes mers, et ont été contemporains l'un de l'autre.

Le plésiosaure était en général moins fort que l'ichthyosaure, mais il doit avoir eu plus de souplesse et d'agilité pour saisir sa proie; soit que celle-ci volât un peu au-dessus des eaux, soit qu'elle nageât au-dessous de la surface, il pouvait l'atteindre en redressant subitement son long cou ou en plongeant la tête, comme le font aujourd'hui les canards, les cygnes etc.

Le plésiosaure est sans contredit un des animaux les plus curieux qui aient existé: il s'éloigne encore plus que l'ichthyosaure des formes actuelles de la création. On a comparé le plésiosaure à une tortue qui aurait avalé un serpent, de manière que la tête et la queue de celui-ci sortiraient en avant et en arrière du corps de la tortue. Sa tête a des caractères de l'ichthyosaure, du crocodile, et surtout du lézard. Les dents sont pointues, grêles, un peu arquées et cannelées longitudinalement; les postérieures sont les plus grandes, tant dans la mâchoire supérieure que dans l'inférieure; les dents sont implantées dans des alvéoles semblables à ceux de l'ichthyosaure. Les vertèbres sont biconcaves comme celles de l'ichthyosaure, mais moins discoïdales; elles sont marquées en dessous de deux fossettes.

Chaque côte abdominale est unie à celle de l'autre côté par la réunion directe des deux cartilages, ce qui indique une facilité très grande à gonfler les poumons, et par conséquent à faire provision d'air pour pouvoir plonger dans les eaux. Ces cartilages se composent de sept pièces, une médiane et trois latérales de chaque côté.

La tête moins forte et les dents moins nombreuses du plésiosaure font croire que cet animal était moins carnassier que l'ichthyosaure. On présume que le premier a dû rechercher les eaux tranquilles, car il était trop grêle et trop faible pour résister à la force des vagues.

Les quatre membres ressemblent beaucoup à ceux des ichthyosaures, mais ils sont encore plus grands en proportion. Ce sont de vraies pattes-nageoires. Les coracoïdiens sont très développés et entraînent

un allongement du sternum. Cette organisation prouve que le plésiosaure était un animal aquatique, et qu'il a dû avoir beaucoup de peine à se mouvoir à terre.

Quelques espèces ont dû atteindre une taille assez considérable, sans toutefois égaler celle des grands ichthyosaures.

Il paraît que le genre plésiosaure a vécu depuis le commencement de l'époque du lias jusqu'aux derniers temps de la période crétacée. Ces animaux ont par conséquent été limités à l'époque secondaire: leur apparition concorde à peu près, comme on le voit, avec celle des ammonites; peut-être les plésiosaures ont-ils trouvé une proie facile dans ces mollusques, mais en tout cas leur présence peut servir à caractériser les mêmes terrains.

La littérature relative aux plésiosaures est assez étendue. Aux noms de Conybeare, De La Bêche, Cuvier et Owen, que nous avons déjà cités, on peut ajouter ceux de Lonsdale, Buckland, Miller, Hawkins, Bronn, Pictet etc., tous auteurs dont les recherches ont contribué à faire connaître cet intéressant genre de reptiles fossiles.

Passons maintenant à la description du nouvel exemplaire de *Plesiosaurus dolichodeirus*, qui fait depuis peu un ornement de la collection paléontologique du musée Teyler.

— - - —

L'échantillon nous présente la colonne vertébrale entière, depuis l'axis jusqu'à la dernière vertèbre caudale; une partie de la tête, savoir quelques os du crâne et une moitié de la mâchoire inférieure; des côtes déplacées et brisées; les membres antérieurs presque entiers; plusieurs os des membres postérieurs; des fragments des os de l'appareil huméro-sternal et de ceux du bassin. La longueur de l'animal, qui gît sur le ventre dans la pierre, est, en suivant la courbure du cou et celle de la queue, de 3,82 mètre, depuis le bout du museau jusqu'à l'extrémité de la queue.

La tête est brisée, et plusieurs des ossements du crâne se sont perdus. Parmi les os qu'on peut reconnaître facilement, se trouvent l'os quadratum, si caractéristique pour les reptiles, et la mâchoire inférieure avec la plupart des dents. Ces dents sont pointues, assez grêles, plus ou moins arquées, et cannelées ou striées longitudinalement. Toutes les dents ont à peu près la même longueur, quoique les postérieures soient un peu plus robustes que les antérieures. Le nombre des dents visibles est de 31.

En arrière de la tête on voit les vertèbres cervicales, en série continue,

au nombre de 38; puis viennent sept vertèbres dorsales plus au moins mutilées et déplacées, et plus loin quelques débris d'os qui sans doute doivent encore cacher quatre ou cinq vertèbres dorsales; mais la série reprend ensuite, et offre quatre vertèbres dorsales dans leur ordre naturel. Après cela on trouve neuf ou dix vertèbres jetées assez loin de leur position normale, en arrière du bassin, et en dernier lieu une série de 26 vertèbres, la plupart déplacées, mais munies encore en grande partie de leurs osselets en chevron, et qui forment la queue. Le nombre total des vertèbres peut donc être évalué à 90, dont 38 sont des vertèbres du cou.

Ainsi que nous l'avons dit plus haut, ce sont les vertèbres qui ont primitivement donné lieu de distinguer le plésiosaure: ces vertèbres se reconnaissent aisément par deux petites fossettes rondes ou ovales qu'elles ont à leur face inférieure, et par les faces supérieure et inférieure de leur corps, qui sont légèrement concaves.

En général, le diamètre transverse des vertèbres est plus grand que leur axe. La partie annulaire s'articule avec le corps de la vertèbre au moyen d'une suture: ce qui fait que cette partie s'en détache facilement. Toutes les vertèbres qui se sont conservées passablement présentent une apophyse épineuse assez élevée et large. Dans notre échantillon on ne voit pas les apophyses articulaires dont parlent Conybeare et Cuvier, ni les apophyses transverses, mais on aperçoit très bien dans un certain nombre de ces vertèbres les deux fosses latérales peu profondes, très rapprochées l'une de l'autre, placées assez bas, et qui donnent insertion aux deux tubercules de la petite côte cervicale en forme de hache.

Il est très difficile de savoir combien de vertèbres le plésiosaure présente dans chacune des portions de son épine dorsale. Conybeare a calculé qu'il pouvait avoir dans le cou et dans le dos un total de quarante-six vertèbres. Nous venons de voir que l'échantillon du musée Teyler en possède au moins soixante-quatre. Le squelette étudié par Cuvier et décrit dans les *Ossements fossiles* montre en place trente-cinq vertèbres, qui d'après cet auteur sont évidemment cervicales, parce qu'elles portent de petites côtes articulées par deux tubercules et terminées en forme de hache; puis il en vient six qui prennent par degrés la forme des vertèbres dorsales, et ensuite vingt et une qui sont sans doute des dorsales et des lombaires. Cela donne pour le cou et le dos, d'après Cuvier, un total de soixante-deux vertèbres, nombre qui ne diffère que très peu du nôtre.

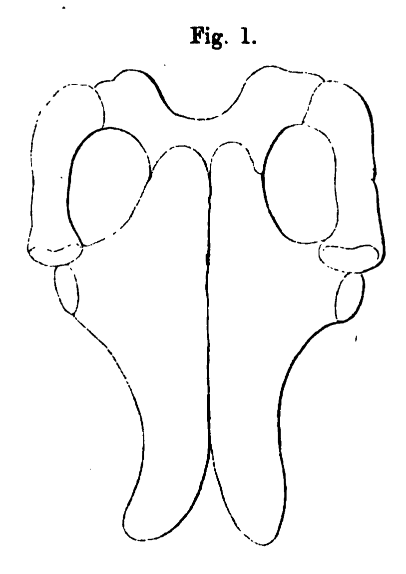
Dans le même exemplaire Cuvier a trouvé vingt-trois vertèbres caudales, et il paraît en manquer trois vers le bout, ce qui porterait le

nombre à vingt-six. J'ai trouvé de même vingt-six vertèbres caudales dans l'échantillon qui fait le sujet de ce mémoire. Cuvier dit: „c'est quatre-vingt-huit vertèbres en tout, et M. Conybeare ajoutant deux vertèbres sacrées en compte quatre-vingt-dix." L'exemplaire de Teyler ayant en total, ainsi que nous venons de le voir, quatre-vingt-dix vertèbres, il paraît donc que ce nombre doit être regardé comme normal.

Les côtes ne se présentent dans notre échantillon que comme des débris d'os longs, posés pêle-mêle aux deux côtés de la colonne vertébrale, ou gisant sur les vertèbres du dos, de sorte qu'il ne m'est pas possible de constater si ces os ont possédé une tête concave ou convexe, au moyen de laquelle la côte s'articulait avec l'extrémité de l'apophyse transverse de la vertèbre. De même il ne m'a pas été possible de discerner si les côtes étaient composées chacune de deux parties, une vertébrale et une ventrale, de manière que chaque paire de côtes entourât le corps par une ceinture complète, ceinture qui par conséquent était composée de trois pièces, comme cela a été prouvé par Cuvier.

L'appareil huméro-sternal a beaucoup souffert: les os qui l'ont composé sont dispersés et mutilés, de sorte qu'il est difficile d'en apprécier la forme. Heureusement nous possédons la belle figure de cet appareil donnée par Cuvier, pl. XXXII, fig. 2, du tome V 2me partie

Fig. 1.

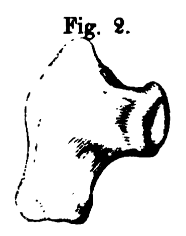


L'appareil huméro-sternal, d'après Cuvier.

des *Ossements fossiles*, et que je copie ici (fig. 1). Par l'étude de cette figure, je crois reconnaître un débris considérable d'un des coracoïdiens dans l'os plat qui se trouve entre la colonne vertébrale et le membre

antérieur gauche, et dont je donne un dessin dans la fig. 2. De même je présume que les trois fragments d'os qu'on aperçoit de l'autre

Fig. 2.



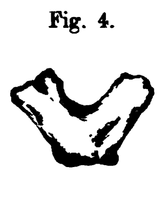
Le coracoïdien.

Fig. 3.



L'omoplate.

Fig. 4.

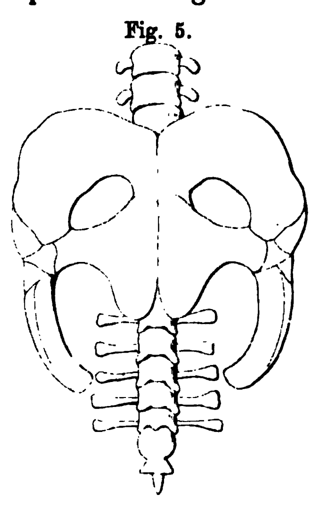


Le sternum.

côté de la colonne vertébrale, et dont un est représenté dans la fig. 3, doivent être considérés comme des restes des deux omoplates. Enfin je crois voir dans l'os fig. 4 un reste de la branche transversale, en forme de croissant, de l'appareil huméro-sternal, branche que Conybeare a nommée le sternum. A l'appui de ma présomption je veux rappeler ici, 1°. que l'os coracoïdien des plésiosaures se dilatait en éventail plus que dans aucun autre saurien, et que son bord antérieur ne paraît pas avoir eu des échancrures comme on en remarque chez la plupart des autres sauriens; 2°. que l'omoplate du plésiosaure, dans les dessins de Conybeare, est longue, étroite et divisée transversalement en deux parties, et 3°. qu'une branche transversale en forme de croissant unit les omoplates.

Tout comme les os de l'appareil huméro-sternal, ceux du bassin sont aussi très incomplets. En comparant la fig. 3 de la planche XXXII de

Fig. 5.

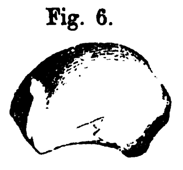


Le bassin, d'après Cuvier.

Cuvier (notre fig. 5) avec quelques débris d'os plats que nous offre l'exemplaire de Teyler, je suis porté à voir un fragment du pubis dans

l'os qui recouvre quelques vertèbres dorsales (fig. 6), et une partie assez reconnaissable de l'ischion dans l'os représenté par la fig. 7.

Fig. 6.



Le pubis.

Fig. 7.

L'ischion.

De l'os des iles je n'ai pu trouver aucune trace; ou bien le fragment d'os non-reconnaissable, situé à proximité de la vertèbre dorsale qui nous présente la face articulaire en haut, serait-il un débris d'un des os des iles?

Des quatre extrémités il reste un grand nombre de pièces osseuses. La plupart de ces ossements sont dispersés çà et là, mais ceux de l'extrémité antérieure droite se trouvent encore presque tous dans la position qu'ils ont dû avoir dans l'animal vivant. La forme que l'ensemble affecte montre que les extrémités ont été plus allongées que celles de l'ichthyosaure, et que les mains et les pieds du plésiosaure formaient des pattes-nageoires pointues.

L'humérus, parfaitement conservé, est cylindrique dans le haut, et terminé de ce côté par une tête convexe, sans col ni tubérosités; dans le bas il est aplati et élargi. Son bord externe forme une légère courbe concave. Voyez fig. 8 *a*.

Les deux os de l'avant-bras, le radius et le cubitus, sont courts et larges. Le cubitus est rétréci dans le milieu, les deux extrémités de l'os étant plus grosses que le corps (fig. 8 *b*). Le radius est aplati, et son bord externe est en arc de cercle, tandis que le bord interne est échancré (fig. 8 *c*).

Il paraît que les os des extrémités postérieures ont eu la plus grande ressemblance avec ceux des antérieures; seulement, il semble que le fémur est moins aplati et moins large vers le bas que l'humérus, et que son bord externe forme une courbe moins concave que celui de cet os. Le tibia ressemble assez au cubitus, et le péroné au radius.

Fig. 8.



L'extrémité antérieure.

Ensuite on voit quelques os plats et ronds, qui représentent le carpe. Examinons d'abord ceux de la nageoire antérieure droite, fig. 8 *d*.

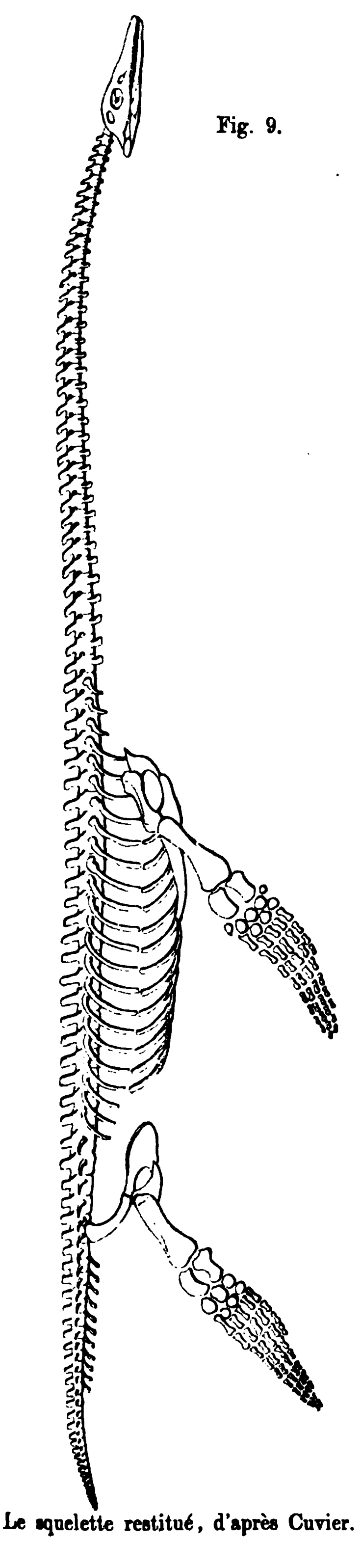
Au premier rang du carpe il y a cinq de ces os, dont un, le plus petit, d'une forme triangulaire et situé un peu en dehors et au dessous du radius, est l'os pisiforme. Le second rang est composé de trois de ces os. Je viens de donner la qualification d'os ronds et plats à ces pièces du carpe, et en cela je n'ai fait que suivre les auteurs qui m'ont précédé dans la description du plésiosaure; mais, si on les regarde attentivement, on voit qu'ils sont de forme hexagonale. Cuvier dit, p. 483 de l'ouvrage cité: „au carpe il y en a quatre au premier rang", et sur la planche XXXII, fig. 1, il n'en a figuré que trois: notre exemplaire montre que ces nombres sont fautifs, et que ce premier rang est composé de cinq os, et le second rang de trois.

Après ces deux rangées d'osselets du carpe on trouve une série de petits os longs, un peu aplatis, tronqués, dilatés aux deux bouts, et rétrécis au milieu. Sans contredit, ces cinq osselets doivent être considérés comme des métacarpiens. Par la disposition des deux rangées des os carpiens, disposition indiquée suffisamment dans la fig. 8, le premier os métacarpien, celui du pouce, est placé plus haut que les quatre autres, et la même circonstance fait que la première phalange du pouce est également située plus haut que les premières phalanges des quatre autres doigts. Les métacarpiens et les phalanges sont bien sensiblement disposés en cinq séries longitudinales, qui représentent les cinq doigts. Voyez fig. 8 *e*.

Il est difficile, ou pour mieux dire impossible, de constater le nombre total des phalanges, parce que très probablement quelques-unes d'entre elles se sont perdues. On ne trouve, occupant la place qu'ils ont dû avoir pendant la vie de l'animal, que la rangée des métacarpiens et la première rangée transverse des phalanges: les autres phalanges se sont déplacées plus ou moins; et même quelques-unes se trouvent à présent à côté du radius, assez loin de leur place naturelle.

La forme des phalanges est à peu près la même que celle des métacarpiens: ce sont des os longs, rétrécis au milieu, et à deux têtes articulaires, dont en général la supérieure est un peu plus épaisse que l'inférieure. Les dernières phalanges, les unguéales, se terminent en pointe obtuse: une telle phalange se trouve entre autres à côté de la première phalange du pouce.

Cuvier dit que tous ces petits os se joignent par synchondrose plutôt que par des articulations à mouvement tout à fait libre. Cette opinion


Fig. 9.

Le squelette restitué, d'après Cuvier.

du grand fondateur de la zoologie paléontologique me paraît bien fondée.

De la patte-nageoire antérieure gauche se trouvent le cubitus, cinq os carpiens, deux métacarpiens et quelques phalanges, et au nombre de ces dernières quatre phalanges unguéales.

Les deux fémurs sont conservés et faciles à reconnaître. Leur forme a la plus grande analogie avec celle des humérus; toutefois l'extrémité inférieure est moins large et plus obtuse, et la face articulaire tibio-fémorale est plus voûtée que l'articulation ulno-humérale.

Nous venons de dire que le tibia est pareil au cubitus, et le péroné au radius; de même, les os tarsiens, les métatarsiens et les phalanges des doigts des pieds ressemblent assez aux carpiens, métacarpiens et phalanges des doigts des mains; seulement, tous les os des extrémités postérieures sont à proportion un peu plus robustes que ceux des antérieures.

Par la description détaillée qui précède, on a pu se convaincre que l'échantillon de *Plesiosaurus dolichodeirus* du musée Teyler est un des exemplaires les mieux conservés qui existent. J'avais donc raison de nommer cet exemplaire un ornement de notre collection paléontologique. Prenant en considération que tous les visiteurs du musée ne sont pas des paléontologistes de profession, et qu'une étude approfondie est nécessaire pour être en état de reconstruire par la pensée un animal qui s'éloigne tant des formes actuelles et dont on ne voit que quelques os

mutilés et deplacés, j'ai cru qu'il ne serait pas inutile d'ajouter encore quelques remarques sur le plésiosaure.

Commençons par appeler l'attention sur un squelette restitué du *Plesiosaurus dolichodeirus*. (Voyez fig. 9.) En regardant cette figure et en la comparant au squelette incomplet que nous venons de décrire, plusieurs particularités du plésiosaure seront certainement mieux connues et appréciées que par la seule description. Ce dessin au trait est imité du dessin de Conybeare publié dans les *Geological Transactions*. Je n'ai modifié celui-ci que dans une seule partie: ma figure montre la première rangée du carpe composée de cinq os, tandis que Conybeare, et après lui Cuvier, n'en ont figuré que trois, quoiqu'il soit parlé de quatre de ces osselets dans le texte des *Ossements fossiles*.

Quoique Conybeare ait certainement eu raison de considérer le plésiosaure comme se rapprochant à plusieurs égards des crocodiles, et quoique Cuvier ait dit que les formes des vertèbres de cet animal, quelque particulières qu'elles soient et malgré le peu de longueur de leur axe, ressemblent incontestablement à celles des crocodiles et spécialement à celles de certains crocodiles fossiles, tels que celui de Caen et de Honfleur, néanmoins, par d'autres caractères, au moins aussi importants, le plésiosaure diffère tellement des crocodiles et des lézards de nos jours, qu'il a été nécessaire de créer un ordre nouveau pour lui et pour les ichthyosaures. A cet ordre on a donné le nom d'*Enaliosauriens :* il est formé par des reptiles chez lesquels les pattes n'ont pas de doigts distincts, mais sont converties en nageoires semblables à celles des cétacés.

La plupart de ces énaliosauriens ont vécu dans la période jurassique. Les mers jurassiques ont été habitées par plusieurs espèces de plésiosaures et d'ichthyosaures. A en juger par leurs dents puissantes et aiguës, leur force et leur grande taille, ces reptiles ont dû être de redoutables carnassiers, qui régnaient en tyrans sur les populations contemporaines de poissons et de mollusques. C'est à cette époque, surtout, qu'appartiennent ces grands ichthyosaures, dont la forme du corps et des pattes-nageoires rappelle les cétacés, et les plésiosaures, qui joignent aux caractères des reptiles et à ceux des cétacés le cou long et délié et la petite tête des oiseaux aquatiques.

Ces deux genres de reptiles sont peut-être les plus bizarres et les plus remarquables qu'ait fait connaître l'étude paléontologique, car ils réunissent des caractères qui semblent au premier coup d'œil incompatibles. Ils ont des vertèbres concaves aux deux faces, semblables à celles des poissons; leurs dents rappellent celles des crocodiliens, leur

tronc est celui des lézards, et leurs pattes sont conformées comme celles des mammifères aquatiques.

Les plésiosaures, comme les ichthyosaures, ont été, sans aucun doute, des reptiles qui passaient leur vie dans les eaux. Il est probable qu'ils ne quittaient jamais volontairement la mer, et que si un accident quelconque les rejetait sur la plage, ils devaient y rester échoués et immobiles comme les cétacés. Ils étaient organisés pour nager et plonger, et leurs mâchoires armées de dents puissantes indiquent qu'ils ont été des animaux féroces et carnassiers, d'autant plus redoutables, que leur grand corps avait besoin d'une nourriture abondante.

Nous terminerons ces remarques sur le plésiosaure par la traduction de l'article qui le concerne dans le tome IV de la *Lethaea geognostica* de Bronn. Cet article forme un résumé de toutes les découvertes et de toutes les opinions des savants qui ont étudié cet animal remarquable.

La tête unit les formes de l'ichthyosaure, du crocodile et du lézard (l'iguane): du premier animal elle a la forme des mâchoires et la position des petites narines en avant des yeux; du second elle possède les mâchoires, les cavités dentaires et les trous pour les nerfs qui pourvoient les dents; du troisième elle a le contour et la forme de l'os pariétal, la position des os autour de la fosse temporale et l'os quadratum. Le museau a une longueur médiocre, les narines sont placées presque verticalement, un peu en avant des orbites. Les os intermaxillaires semblent saillir en avant des narines, et les maxillaires supérieurs ne forment qu'une bordure assez étroite aux intermaxillaires. L'œil est entouré d'un anneau osseux. L'os quadratum n'est attaché qu'au zygomatique et n'est pas uni solidement aux os qui l'entourent, comme dans les crocodiles. La mâchoire inférieure est élargie en avant, et en arrière ses branches se dilatent fortement. Les dents sont placées chacune dans un alvéole spécial. Elles vont jusqu'au-dessous des orbites, et dans chaque rangée on en trouve, chez l'espèce typique (le *P. dolichodeirus*), environ 25 à 27. Elles sont minces, 5 à 9 fois plus longues qu'épaisses, pointues, un peu courbées, en haut recouvertes d'émail, striées finement dans la longueur, et inégales. En dessous, les 6 ou 8 premières de chaque côté sont plus longues et plus épaisses que le reste; en haut, les dernières sont les plus grosses.

Dans le *P. dolichodeirus* on compte au cou 35 vertèbres [1]) avec de petits processus en forme de hache, et encore 6 avec des processus un peu allongés; 21 vertèbres dorsales et lombaires, 2 (?) vertèbres sacrées

[1]) Ou 38, comme dans l'échantillon du musée Teyler.

et 26 vertèbres caudales, par conséquent un total de 90; du reste ces nombres varient un peu d'après les espèces, car on rencontre, par exemple, 20 jusqu'à 40 vertèbres cervicales, et même jusqu'à 100 vertèbres dans la colonne entière. Toutes les vertèbres sont pourvues à la face inférieure de deux fosses ou petites ouvertures, qui sont des canaux vasculaires? Les faces articulaires des vertèbres sont peu concaves et même au milieu un peu convexes. En général, et à l'exception de quelques vertèbres cervicales, le diamètre transverse est un peu plus long que l'axe: les vertèbres du milieu de la colonne vertébrale sont plus grosses que les antérieures et les postérieures. La partie annulaire est attachée peu solidement au corps de la vertèbre, et elle porte un processus épineux long et des processus transverses articulaires antérieurs et postérieurs. Les vertèbres caudales ont de même deux processus transversaux, qui tombent aisément. Les côtes n'ont qu'une seule tête articulaire, qui s'unit au bout du processus transversal. Les côtes, qui ne vont pas jusqu'au sternum, forment, comme dans le caméléon et l'anolis, des anneaux fermés, qui sont composés de deux pièces vertébrales, deux pièces ventrales, et une pièce impaire inférieure transversale. Les deux paires d'extrémités sont d'égale longueur, ou bien tantôt les postérieures tantôt les antérieures sont les plus longues. L'appareil sternal est formé comme dans les lacertiformes. L'os coracoïdien se dilate en forme d'éventail, de manière qu'il est d'avant en arrière à peu près trois fois aussi long que large. L'omoplate est longue et étroite. Le bassin a quelque ressemblance avec celui des tortues de terre, seulement on trouve à chaque côté entre l'ischion et le pubis une ouverture qui est analogue à l'ouverture ovalaire de la plupart des mammifères; ces ouvertures se confondent chez les autres reptiles en une grande ouverture médiane. Les extrémités sont plus longues et plus pointues que celles des ichthyosaures: l'humérus et le fémur sont cylindriques, à bout inférieur plat et large. Les os de l'avant-bras et de la jambe se ressemblent beaucoup dans les deux extrémités; l'un est épais, l'autre plat et arqué au bord extérieur. A ces os succèdent deux rangs (aux mains 7 [1]), aux pieds 6) d'osselets plats et ronds pour le carpe et le tarse, et ensuite cinq rangées longitudinales, correspondant aux cinq doigts, d'osselets métacarpiens et de phalanges, qui ont la plus grande ressemblance avec ceux des cétacés. Les extrémités, formées par ces osselets, sont longues, un peu plates, et constituent des pattes-nageoires. Jusqu'ici on n'a pas observé de traces d'écailles ou d'autres corps recouvrant la peau. On ne connaît

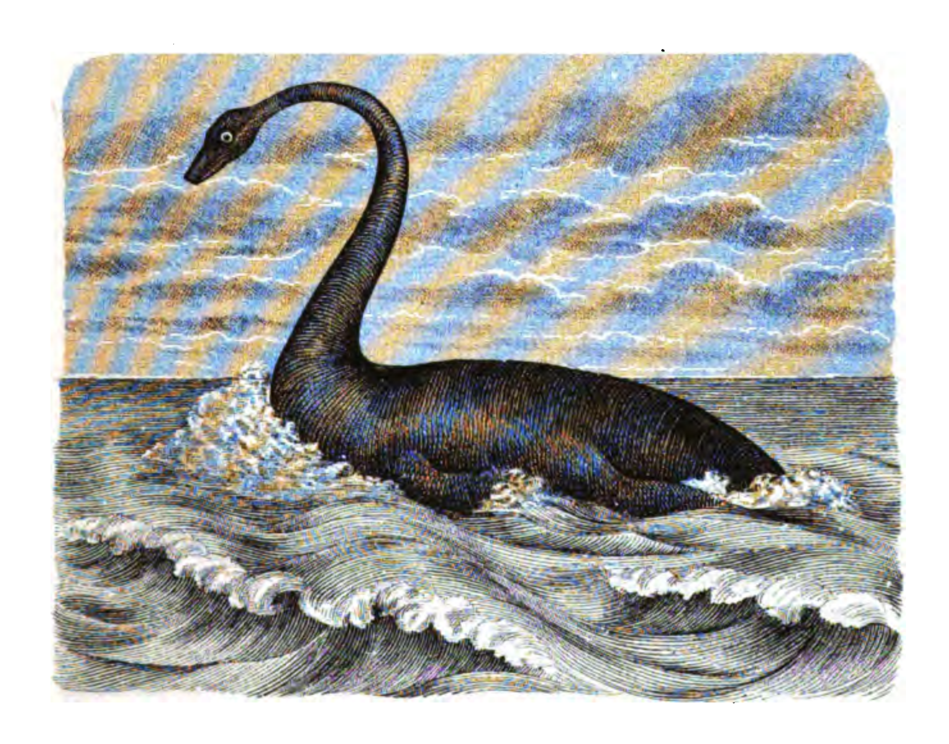
---

[1]) Dans l'échantillon du musée Teyler on trouve 8 osselets.

point de coprolithes du plésiosaure, et par conséquent on ne peut rien induire au sujet de la conformation du canal intestinal ni de l'alimentation de l'animal.

Le plésiosaure n'était pas un animal robustement bâti; il n'avait pas une forme du corps propre à la natation entre deux eaux, mais, à raison de ses nageoires allongées et de son cou très long, on peut supposer qu'il nageait à la surface de l'eau comme le cygne, et que, comme le héron, il pouvait étendre très vite son cou courbé, pour saisir une proie venant à sa portée. Cette proie ne pouvait consister qu'en petits animaux, à cause de la tête peu volumineuse et du cou étroit du plésiosaure. Il était un habitant de la mer, ce qu'on peut conclure de tous les restes fossiles qui accompagnent son squelette dans les couches de l'écorce terrestre.

La figure ci-dessous est une restauration du *Plesiosaurus dolichodeirus ;* elle représente l'animal tel qu'il a dû être lorsqu'il vivait.



Le plésiosaure.

Notes sur quelques insectes du calcaire jurassique de la Bavière,

PAR

H. WEYENBERGH Jr.

Depuis que ma description des insectes jurassiques du musée Teyler a été publiée [1]), plusieurs de mes amis m'ont adressé à ce sujet des observations, qui jettent un peu plus de lumière sur quelques-unes des espèces décrites. Je crois qu'il ne sera pas inutile de donner ici, comme supplément à ma monographie, la partie essentielle de ces observations, pour la communication desquelles je remercie d'ailleurs sincèrement mes savants correspondants.

1°. Sur le Hasseltides primigenius *Weyenb.*

Au sujet de cette espèce, M. le Dr. A. W. M. van Hasselt a bien voulu m'écrire ce qui suit:

„Ainsi que je vous l'ai dit antérieurement, vous avez eu bien raison de n'indiquer que d'une manière dubitative le rapprochement de cette espèce avec *Argyroneta*. Dès le premier coup d'œil, j'avais songé plutôt à une fausse araignée qu'à une araignée vraie, et maintenant que j'ai

[1]) H. Weyenbergh, *Sur les insectes fossiles du calcaire lithographique de la Bavière qui se trouvent au musée Teyler* (*Arch. du musée Teyler*, t. II, p. 247; 1869).

Dans les derniers temps, le musée Teyler s'est encore enrichi d'une collection peu nombreuse mais intéressante de ces fossiles; cette collection sera décrite plus tard, avec quelques autres restes d'insectes, que j'avais laissés de côté dans mon premier travail, parce que je conservais des doutes au sujet de la détermination.

lu les détails que vous avez notés, il est encore plus évident pour moi qu'il ne s'agit pas d'une araignée au sens zoologique du mot, mais bien d'une *Arachnide*, paraissant appartenir aux fausses araignées de la section des *Arthrogastrae*, et plus spécialement aux *Opilionides* ou aux *Phalangides*. Chez celles-ci, en effet, il n'y a aussi qu'un passage insensible entre le céphalothorax et l'abdomen (chez les araignées vraies ce passage est bien marqué); chez celles-ci, les pattes de devant sont aussi ordinairement les plus courtes (chez les araignées vraies elles sont fréquemment très longues); chez celles-ci, on observe souvent des épines ou de petites dents aux pattes et surtout aux fémurs (chez les araignées vraies cela est rarement le cas). La forme entière du corps, y compris l'abdomen, — sans trace de filières, — est aussi celle des *Opilionides* (comparez par exemple, dans l'ouvrage de Hahn et Koch, la forme générale, — car pour une pareille empreinte, il ne saurait être question de genre et d'espèce, — avec celle des *Acantholophus*, *Nemastoma*, *Zacheus*, etc.).

„Ce qui me confirme encore dans mon opinion, c'est que votre Mémoire cite, comme seules arachnides déjà connues du calcaire lithographique, deux espèces rapportées aux *Phalangides* et par conséquent semblables aussi, selon toute probabilité, aux *Opilionides*."

Je ferai remarquer que, tout en étant convaincu avec M. Snellen van Vollenhoven qu'il s'agissait d'une arachnide, j'avais moi-meme conservé des doutes au sujet de la détermination plus précise, comme il résulte de la forme hypothétique sous laquelle j'ai exprimé mon opinion, et de la circonstance que finalement je n'ai pas osé ranger l'animal dans un genre déterminé. Par mesure de précaution, j'ai toujours employé dans ma description le mot „*Arachnide*" [1], et je n'ai hasardé la supposition que ce pouvait être une argyronète, qu'à raison de l'existence de plusieurs insectes d'eau douce dans le calcaire de Solenhofen.

Après avoir reçu la communication de M. van Hasselt, j'ai examiné de nouveau l'échantillon et l'ai comparé aux figures de l'ouvrage cité. Je suis arrivé ainsi à la conviction, que le *Hasseltides primigenius* se rapproche effectivement plus des *Opilionides* que des *Agélénides*, et qu'il doit probablement prendre place dans le voisinage du genre *Acantholophus*.

Comme on le verra dans un prochain supplément du Catalogue du musée paléontologique de Teyler [2], les deux autres espèces d'arachnides

[1]) Une négligence de correction a laissé subsister une seule fois le mot „araignée": pag. 254, ligne 16. lisez „arachnide".

[2]) Ce supplément ne pourra naturellement paraître que lorsque les insectes fossiles non encore décrits auront été à leur tour soumis à l'étude.

du calcaire de Solenhofen, *Phalangites priscus* Roth et *Phalangites cursor* Roth, se trouvent également dans ce musée (la première représentée par onze spécimens, la seconde par cinq). Il n'y avait donc guère de confusion à craindre entre ces deux espèces et celle que j'ai fait connaître, quand même la différence eût été beaucoup plus faible qu'elle ne l'est en réalité. M. van Hasselt reconnaît d'ailleurs avec moi qu'il s'agit bien d'une espèce nouvelle.

2°. Sur le Sphinx Snelleni *Weyenb.*

Il est incontestable, à mon avis, que le spécimen auquel j'ai donné ce nom appartient à un sphinx, et mon opinion à cet égard a été confirmée par M. P. C. T. Snellen. Comme terme de comparaison, j'ai placé dans mon Mémoire, au-dessous de la figure de l'objet (Pl. I, fig. 9), une esquisse du système des nervures de l'aile supérieure du *Sphinx convolvuli;* à part la dimension plus grande du fossile, la ressemblance des deux espèces, sous le rapport de la forme de l'aile et de la disposition des nervures, est frappante. Sans doute, on ne retrouve pas toutes les nervures dans l'échantillon fossile, mais celles qui existent suffisent pour nous éclairer au sujet de celles qu'on ne voit pas. La forme de l'abdomen, celle du thorax et surtout celle de la tête, qui est presque triangulaire lorsqu'on la voit en-dessus, comme c'est le cas pour l'échantillon figuré, rappellent aussi tout à fait la forme des mêmes parties chez les sphingides actuels. S'il pouvait rester encore quelque doute sur la nature de ce spécimen, la trompe roulée en spirale, très distinctement visible, suffirait pour faire disparaître les dernières traces d'hésitation. Cet insecte est donc jusqu'ici le seul, parmi ceux de la période mésozoïque, qui ait pu être rapporté avec pleine certitude à l'ordre des lépidoptères.

Il y a toutefois une partie qui mérite d'être considérée de plus près, savoir l'organe pointu par lequel se termine l'abdomen. Dans ma description, tout ce que j'ai dit de cet organe se réduit à ce peu de mots: „Si l'animal pouvait être pris pour un hyménoptère, je regarderais cet organe comme l'aiguillon, d'autant plus qu'on peut suivre cette partie jusqu'à une certaine distance à l'intérieur du corps; vu que je regarde cet insecte, avec raison ce me semble, comme un lépidoptère, il ne me reste pas autre chose qu'à voir dans l'organe en question un oviscapte." Cette manière de voir rencontre toutefois des difficultés d'une nature sérieuse, raison pour laquelle j'ai cru devoir la soumettre à un examen plus approfondi.

L'organe en question ne dépasse guère l'abdomen que de 11 millimètres, mais on peut le suivre en outre dans l'abdomen sur une longueur de 13 millimètres. Or l'oviscapte des lépidoptères n'est pas autre chose qu'un prolongement des segments abdominaux, qui deviennent successivement plus petits et peuvent rentrer les uns dans les autres. Il est donc à présumer que cette partie molle ne laissera, à l'état fossile, qu'une faible empreinte, et que si la fossilisation a surpris l'animal au moment où l'oviscapte était saillant, les bords de celui-ci paraîtront aussi se continuer insensiblement avec les bords de l'abdomen.

Mais ce n'est pas là ce qui a eu lieu dans le cas actuel. L'organe n'a pas laissé dans la pierre une trace faible, mais une empreinte nette, ce qui indique une solidité plus grande que celle d'un oviscapte ordinaire; ses contours sont même mieux accusés que ceux de l'abdomen, et en outre il se prolonge à une certaine distance à l'intérieur de celui-ci. Cette dernière particularité prouve aussi avec évidence que l'organe était d'une substance plus consistante que l'abdomen, puisque, même à travers celui-ci, il a pu laisser une empreinte assez distincte.

Si l'on prend maintenant en considération que l'aiguillon des hyménoptères est une partie beaucoup plus solide que l'oviscapte des lépidoptères, que cet aiguillon est formé d'un tissu chitineux dense, et qu'il se prolonge d'une certaine quantité au-dessous et à l'intérieur de l'abdomen, on arrivera, sans trop se hasarder je crois, à voir dans l'organe en question un aiguillon, ou plutôt une partie ressemblant à un aiguillon.

Un darwiniste téméraire pourrait aller immédiatement encore plus loin, et défendre peut-être la thèse suivante: „Les lépidoptères sont provenus des hyménoptères, suivant les lois de la sélection naturelle, de l'usage et du non-usage. De même que M Dohrn voit dans l'*Eugereon Böckingi* un passage entre les hémiptères et les neuroptères, on peut voir dans le *Sphinx Snelleni* un passage entre les hyménoptères et les lépidoptères, passage auquel fait songer aussi la famille des sésiadés parmi les lépidoptères. L'aiguillon qui existait encore, bien que peut-être à l'état rudimentaire, chez le *Sphinx Snelleni*, s'est perdu entièrement chez les lépidoptères postérieurs."

Mais de pareilles considérations, ou d'autres plus grandioses encore auxquelles on pourrait se laisser aller, auraient pour le moment un caractère par trop spéculatif. Contentons-nous donc d'avoir signalé le fait, en laissant aux découvertes ultérieures le soin de le mettre dans son vrai jour.

Je ne puis toutefois abandonner ce sujet sans dire un mot d'un spé-

cimen qui s'y rattache par certains côtés. Il s'agit d'un des objets récemment acquis par le musée Teyler et qui seront décrits plus tard en détail. Provisoirement je donne à cet échantillon, qui porte dans le musée le numéro 12570, le nom de *Pseudosirex Darwini* Weyenb. Les nervures des ailes, en tant que visibles, — et s'il est permis de conclure de ce qu'on voit à ce qu'on ne voit pas, — rappellent jusqu'à un certain point la disposition que ces parties affectent chez les *Sphinx*. Il y a toutefois *une* grande différence, en ce qui concerne la nervure transversale, qui marche dans une direction opposée [1]). On distingue dans l'échantillon les nervures costale et sous-costale, disco-cellulaire, médiane et sous-médiane et la nervure n°. 6. La cellule médiane est nettement circonscrite, de même que les bords des ailes. L'insecte est couché sur le ventre. De l'antenne droite on ne distingue que la base, l'antenne gauche se voit sur toute sa longueur (2¼ centim.); la forme de ces parties rappelle un peu la forme prismatique des antennes des *Sphinx*, avec une extrémité plus ou moins aiguë. Mais la tête est tout à fait celle d'un hyménoptère, arrondie, avec des yeux latéraux, ovales et assez grands. Les mâchoires elles-mêmes paraissent avoir laissé quelques traces indéterminables. Le thorax paraît avoir été assez long et étroit, inégal et fortement bombé. L'abdomen, long et assez étroit, montre les empreintes plus au moins distinctes de 7 à 8 segments, et offre une terminaison assez aiguë. A son extrémité on voit un appendice long de 1 centim. et large de 1,5 millim., qui a tout à fait la forme d'un aiguillon, par exemple de celui des grandes espèces du genre *Vespa* L. La longueur totale de l'animal, mesurée depuis les mâchoires jusqu'à la pointe de l'aiguillon, est de 8,75 centim. Largeur moyenne du thorax et de l'abdomen, 11 millim. Longueur de l'aile, 5,5 centim.; plus grande largeur de l'aile, au moins 18 millim. L'aile gauche se voit plus distinctement que l'aile droite. Les autres organes appendiculaires, les pattes et les ailes inférieures, n'ont rien laissé, rien du moins qu'on puisse reconnaître avec quelque certitude. Entre l'aile gauche et l'abdomen se voit une empreinte assez forte, mais je n'ose décider si elle provient d'une patte postérieure ou du bord de l'aile inférieure.

Cette courte description suffit pour faire ressortir les points d'analogie que le *Sphinx Snelleni* et le *Pseudosirex Darwini* présentent soit entre eux, soit avec les hyménoptères, d'un côté, et avec les lépidoptères, de l'autre.

---

[1]) Après avoir comparé cet échantillon avec le *Sphinx Snelleni* Weyenb., je ne suis pas sûr que chez ce dernier il n'existe pas non plus un léger indice d'une semblable disposition.

Outre le *Sphinx Snelleni*, j'ai figuré et décrit dans mon Mémoire une chenille, qui ma paru présenter les caractères des chenilles de sphingides, et que je me suis hasardé à regarder comme un individu noyé du premier état du *Sphinx Snelleni*. Je dois dire que cette identification, qui restera probablement toujours à l'état de simple hypothèse, n'a d'autre fondement positif que le rapport des grandeurs. Une chenille de 7 centim. de longueur n'en a plus qu'environ 5½ après avoir été noyée, d'où l'on peut conclure que la chenille de Solenhofen, qui mesure encore 6 centim., avait avant la submersion une longueur de 8 centim. Or c'est là une dimension qui s'accorde parfaitement avec la taille du *Sphinx Snelleni* à l'état parfait.

Pour finir par une nouvelle hypothèse, on peut supposer que la chenille s'est nourrie des plantes — espèces des genres *Thuya* et *Thuyopsis* — dont les restes abondent dans le calcaire jurassique de la Bavière, et qu'elle a été entraînée avec une partie de la plante nourricière par les courants d'eau douce qui débouchaient dans la mer de Solenhofen.

3°. Sur le Belostomum elongatum *Germar.*

Germar a figuré dans ses *Versteinerten Insecten Solenhofens*, pl. XXII, fig. 6, un insecte auquel il donne le nom de *Belostomum elongatum.* J'ai de la peine à reconnaître dans ce spécimen les caractères d'un hémiptère du genre *Belostomum*. Je serais plutôt tenté d'y voir un grand hyménoptère. Toutefois, je n'ose me prononcer à cet égard, parce qu'il me paraît probable que l'échantillon, de même que beaucoup d'autres décrits par Germar, a subi des retouches assez importantes par le ciseau et par le pinceau.

4°. Sur le Scarabaeus deperditus *Germar.*

Cet insecte a été regardé par le Dr. A. Hagen comme un hémiptère, et il présente effectivement une certaine analogie avec les *Belostomum* (voir, par exemple, mon *Belostomum Hartingi*, pl. II, fig. 20). Le spécimen de Germar est de même trop endommagé pour pouvoir servir à une étude exacte. Parmi les acquisitions récentes du musée Teyler, se trouvent aussi six échantillons qui ressemblent plus ou moins à ceux dont il est ici question. De ces six échantillons, toutefois, quatre appartiennent indubitablement à mon *Belostomum Hartingi*, mais sans être aussi bien conservés que les spécimens anciens et déjà décrits par moi. Les deux autres échantillons, au contraire, ont une grande

analogie avec le *Scarabaeus deperditus* de Germar. Ils sont seulement un peu plus grands, et leur abdomen est plus ovoïde à l'extrémité, de sorte que je serais disposé à y voir les femelles de l'espèce dont Germar aurait représenté le mâle. Une étude plus complète de ces échantillons conduit à rejeter l'opinion de M. Hagen, d'après laquelle ils appartiendraient à des hémiptères, et à revenir à l'avis de Germar, qui en fait des coléoptères. Je crois toutefois, en tenant compte aussi de l'abondance des insectes d'eau douce dans le calcaire jurassique, que nous avons affaire ici à un hydrophile plutôt qu'à un scarabée. Il conviendrait donc peut-être de changer le nom de *Scarabaeus deperditus* en celui de *Hydrophilus deperditus*.

SUR LES

PHÉNOMÈNES DE LA POLARISATION CHROMATIQUE

DANS LES

cristaux à un axe avec la lumière convergente,

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

---

1. J'emprunte à M. Billet [1]) la formule suivante, exprimant, comme l'on sait, le retard total que le rayon ordinaire éprouve par rapport au rayon extraordinaire dans les cristaux à un axe:

$$R = \frac{e}{b \cos r} - \frac{e}{\varrho \cos r'} + e \sin i \,(tg\, r' \cos(\varphi' - \varphi) - tg\, r) \;\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

R est la différence de chemin, réduite à l'air, que l'onde ordinaire doit parcourir de plus que l'extraordinaire, pour que, après la réfraction, les plans des deux ondes coïncident de nouveau; sa valeur est positive pour les cristaux négatifs, négative pour les cristaux positifs. Il est tout à fait superflu de reproduire ici la démonstration de cette formule.

e est l'épaisseur de la lame cristalline mince;

$b = \frac{1}{n}$ est le rayon de la sphère de vitesse du rayon ordinaire, égal à l'inverse de l'indice de réfraction ordinaire;

$\varrho = \frac{1}{N}$ est le rayon vecteur de l'ellipsoïde de révolution des vitesses du rayon extraordinaire, pour la direction dans laquelle se meut ici le

[1]) *Traité d'Optique physique*, T. I, p. 468.

faisceau extraordinaire; sa valeur est égale à l'inverse de l'indice de réfraction extraordinaire pour la direction considérée;

b et ϱ sont donc les vitesses de nos deux rayons dans la lame cristalline;

r et r' sont les angles de réfraction des rayons ordinaire et extraordinaire;

i est l'angle d'incidence dans l'air;

φ et φ' sont les azimuts des plans de réfraction des deux rayons, pris par rapport à la section principale du cristal, qui est perpendiculaire à la face réfringente; φ est donc en même temps l'azimut du plan d'incidence.

2. Les expressions pour φ, r' et φ' nous sont aussi fournies par M. Billet [1]).

$\sin r$ est naturellement égal à $b \sin i$, de sorte qu'on a:

$$\cos r = \sqrt{1 - b^2 \sin^2 i} \quad \text{et} \quad tg\, r = \frac{b \sin i}{\sqrt{1 - b^2 \sin^2 i}}.$$

Dans le système des coordonnées de M. Billet, l'origine se trouve au point d'incidence de la lumière sur la face réfringente; l'axe des z est perpendiculaire à cette face, et regardé comme positif dans la direction de l'air; les axes des x et y tombent alors dans la face réfringente, et le premier est placé en outre dans la section principale du cristal qui est perpendiculaire à cette face réfringente.

x'', y'' et z'' sont les coordonnées du point où le rayon ordinaire rencontre la sphère correspondante de la vitesse de propagation; ces coordonnées n'ont pas d'intérêt pour nous.

x''', y''' et z''' sont les coordonnées de l'extrémité du rayon vecteur ϱ, c'est-à-dire du point où le rayon extraordinaire rencontre son ellipsoïde de révolution des vitesses.

Comme l'axe optique est dans le plan XZ, l'équation de cet ellipsoïde de Huyghens est la suivante:

$$Ax'''^2 + A'y'''^2 + A''z'''^2 + 2Bx'''z''' + 1 = 0;$$

les termes en $x'''y'''$ et $y'''z'''$ ont disparu, parce que le plan XZ coupe l'ellipsoïde en deux moitiés égales.

Si l'on nomme L l'angle que l'axe optique fait avec l'axe OZ, on a [2]):

[1]) *l. c.* t. I, p. 288—290.

[2]) *l. c.* p. 285.

$$A = -\frac{1}{a^2}\cos^2 L - \frac{1}{b^2}\sin^2 L, \quad B = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\sin L \cos L, \quad A' = -\frac{1}{a^2}$$

et $A'' = -\frac{1}{a^2}\sin^2 L - \frac{1}{b^2}\cos^2 L$,

où b est l'axe de révolution de l'ellipsoïde, égal au rayon de la sphère mentionnée ci-dessus, et a le rayon de l'équateur.

On a ensuite:

$$\varrho \cos r' = -z''', \quad \cot\varphi' = \frac{x'''}{y'''} \text{ et } tg\, r' \sin\varphi' = \frac{y'''}{z'''}$$

$$z''' = -ab\sqrt{\{-A + \sin^2 i(a^2 A \sin^2\varphi - \cos^2\varphi)\}}$$

$$x''' = \frac{\sin i \cos\varphi}{A} + \frac{Bab}{A}\sqrt{\{-A + \sin^2 i\,(a^2 A \sin^2\varphi - \cos^2\varphi)\}}$$

et

$$y''' = \frac{1}{A'}\sin i \sin\varphi = -a^2 \sin i \sin\varphi.$$

De là on tire:

$$\varrho \cos r' = ab\sqrt{\{-A + \sin^2 i(a^2 A \sin^2\varphi - \cos^2\varphi\}},$$

$$tg\, r' \sin\varphi' = \frac{-a^2 \sin i \sin\varphi}{-ab\sqrt{\{-A + \sin^2 i(a^2 A \sin^2\varphi - \cos^2\varphi)\}}}$$

$$= \frac{a \sin i \sin\varphi}{b\sqrt{\{-A + \sin^2 i(a^2 A \sin^2\varphi - \cos^2\varphi)\}}},$$

$$\cot\varphi' = -\frac{\sin i \cos\varphi}{a^2 A \sin i \sin\varphi} - \frac{Bab}{a^2 \sin i \sin\varphi}\sqrt{\{-A + \sin^2 i^2 (a^2 A \sin^2\varphi - \cos^2\varphi)\}}$$

$$= -\frac{\cot\varphi}{a^2 A} - \frac{bB}{aA \sin i \sin\varphi}\sqrt{\{-A + \sin^2 i(a^2 A \sin^2\varphi - \cos^2\varphi)\}},$$

$$tg\, r' \cos(\varphi' - \varphi) = tg\, r' \sin\varphi' \{\cos\varphi \cot\varphi' + \sin\varphi\}$$

$$= \frac{a \sin i \sin\varphi}{b\sqrt{\quad}}\left\{-\frac{\cos^2\varphi}{a^2 A \sin\varphi} - \frac{Bb\cos\varphi}{aA \sin i \sin\varphi}\sqrt{\quad} + \sin\varphi\right\}$$

$$= \frac{a \sin i}{b\sqrt{\quad}}\left\{-\frac{\cos^2\varphi}{a^2 A} + \sin^2\varphi\right\} - \frac{B\cos\varphi}{A}.$$

3. On a maintenant:

$$\frac{e}{b\cos r} - e\sin i\, tg\, r = \frac{e(1 - b\sin i \sin r)}{b\cos r} = \frac{e(1 - b^2 \sin^2 i)}{b\cos r} = \frac{e\cos^2 r}{b\cos r}$$

$$= \frac{e}{b}\cos r = \frac{e}{b}\sqrt{(1 - b^2\sin^2 i)}.$$

La valeur des deux autres termes de R varie avec l'angle L. Si $L = 0°$, c'est-à-dire, si la lame est taillée perpendiculairement à l'axe optique, on a:

$$A = -\frac{1}{a^2} \text{ et } B = 0.$$

Il vient alors:

$$\frac{e}{\varrho \cos r'} - e \sin i \, tg\, r' \cos(\varphi' - \varphi) = e \left\{ \frac{1}{ab\sqrt{\left\{\frac{1}{a^2} - \sin^2 i \left(\frac{a^2}{a^2} \sin^2\varphi + \cos^2\varphi\right)\right\}}} \right.$$

$$\left. - \frac{a \sin^2 i}{b\sqrt{\left\{\frac{1}{a^2} - \sin^2 i \left(\frac{a^2}{a^2} \sin^2\varphi + \cos^2\varphi\right)\right\}}} \left\{\frac{a^2 \cos^2\varphi}{a^2} + \sin^2\varphi\right\} \right\}$$

$$= e \left\{ \frac{1}{b\sqrt{(1 - \sin^2 i(a^2 \sin^2\varphi + a^2 \cos^2\varphi))}} \right.$$

$$\left. - \frac{a^2 \sin^2 i}{b\sqrt{(1 - \sin^2 i(a^2 \sin^2\varphi + a^2 \cos^2\varphi))}} \left\{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\right\} \right\}$$

$$= \frac{e}{b\sqrt{(1 - a^2 \sin^2 i)}} \left\{ 1 - a^2 \sin^2 i \right\} = \frac{e}{b} \sqrt{(1 - a^2 \sin^2 i)} = \frac{e}{b} \cos r''$$

en représentant par r'' l'angle de réfraction du rayon extraordinaire, correspondant à l'angle d'incidence i, pour le cas où la réfraction s'opère dans l'équateur de l'ellipsoïde, et où par conséquent le rayon extraordinaire suit aussi les deux lois de SNELLIUS.

La valeur de R pour les lames perpendiculaires à l'axe optique est donc:

$$R = \frac{e}{b} \left\{ \cos r - \cos r'' \right\} = \frac{e}{b} \left\{ \sqrt{1 - b^2 \sin^2 i} - \sqrt{1 - a^2 \sin^2 i} \right\} \ldots \text{(II)}$$

4. Lorsque l'axe optique se trouve dans la face réfringente, et que par conséquent la lame est taillée parallèlement à l'axe, on a $L = 90°$, et par suite $A = -\frac{1}{b^2}$ et B encore égal à 0.

Il vient:

$$\frac{e}{\varrho \cos r} - e \sin i \, tg\, r' \cos(\varphi - \varphi) = e \left\{ \frac{1}{ab\sqrt{\left\{\frac{1}{b^2} - \sin^2 i \left(\frac{a^2}{b^2} \sin^2\varphi + \cos^2\varphi\right)\right\}}} \right.$$

$$\left. - \frac{a \sin^2 i}{b\sqrt{\left\{\frac{1}{b^2} - \sin^2 i \left(\frac{a^2}{b^2} \sin^2\varphi + \cos^2\varphi\right)\right\}}} \left\{\frac{b^2 \cos^2\varphi}{a^2} + \sin^2\varphi\right\} \right\}$$

$$= e \left\{ \frac{1}{a\sqrt{\{1 - sin^2 i (a^2 sin^2 \varphi + b^2 cos^2 \varphi)\}}} \right.$$

$$\left. - \frac{a\, sin^2 i}{\sqrt{\{1 - sin^2 i^2\ (a^2 sin^2 \varphi + b^2 cos^2 \varphi)\}}} \cdot \frac{(b^2 cos^2 \varphi + a^2 sin^2 \varphi)}{a^2} \right\}$$

$$= \frac{e}{a\sqrt{\{1 - sin^2 i^2\ (a^2 sin^2 \varphi + b^2 cos^2 \varphi)\}}} \left[1 - sin^2 i^2 (a^2 sin^2 \varphi + b^2 cos^2 \varphi)\right]$$

$$= \frac{e}{a} \sqrt{\{1 - sin^2 i^2 (a^2 sin^2 \varphi + b^2 cos^2 \varphi)\}} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(III)}$$

Pour $\varphi = 0$, c'est-à-dire pour le cas où le plan d'incidence coïncide avec la section principale, cette expression devient:

$$= \frac{e}{a} \sqrt{(1 - b^2 sin^2 i)} = \frac{e}{a}\ cos\, r;$$

par conséquent: $\frac{e}{\varrho\ cos\ r'} - e\ sin\ i\ tg\ r'\ cos\ (\varphi' - \varphi) = \frac{e}{a}\ cos\ r;$

et la valeur totale de R:

$$R = \frac{e}{b}\ cos\ r - \frac{e}{a}\ cos\ r = e\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) cos\ r = e\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) \sqrt{(1 - b^2 sin^2 i)} \ldots \text{(IV)}$$

Pour $\varphi = 90°$, c'est-à-dire pour le cas où le plan d'incidence est perpendiculaire à l'axe optique, on a:

$$\frac{e}{\varrho\ cos\ r'} - e\ sin\ i\ tg\ r'\ cos\ (\varphi' - \varphi) = \frac{e}{a} \sqrt{(1 - a^2\ sin^2\ i)} = \frac{e}{a}\ cos\ r'';$$

et par conséquent:

$$R = \frac{e}{b}\ cos\ r - \frac{e}{a}\ cos\ r'' = e \left\{ \frac{1}{b} \sqrt{(1 - b^2\ sin^2\ i)} - \frac{1}{a} \sqrt{(1 - a^2 sin^2\ i)} \right\} \ldots \text{(V)}$$

Pour $\varphi = 45°$ il vient:

$$\frac{e}{\varrho\ cos\ r'} - e\ sin\ i\ tg\ r'\ cos\ (\varphi' - \varphi) - \frac{e}{a} \sqrt{\{1 - sin^2 i (\tfrac{1}{2} a^2 + \tfrac{1}{2} b^2)\}}$$

$$= \frac{e}{a} \sqrt{\{1 - \tfrac{1}{2} sin^2 i (a^2 + b^2)\}}$$

et par conséquent:

$$R = \frac{e}{b} cos r - \frac{e}{a} \sqrt{\{1 - \tfrac{1}{2} sin^2 i (a^2 + b^2)\}} = \frac{e}{e} cos r - \frac{e}{a} \sqrt{(1 - \tfrac{1}{2} a^2 sin^2 i - \tfrac{1}{2} b^2 sin^2 i)}$$

$$= \frac{e}{b}\ cos\, r - \frac{e}{a} \sqrt{(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} a^2 sin^2 i + \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} b^2 sin^2 i)}$$

$$=\frac{e}{b}\cos r-\frac{e}{a}\sqrt{\left\{\tfrac{1}{2}(1-\sin^2 r'')+\tfrac{1}{2}(1-\sin^2 r)\right\}}$$

$$=\frac{e}{b}\cos r-\frac{e}{a}\sqrt{\tfrac{1}{2}(\cos^2 r+\cos^2 r'')}=\frac{e}{b}\cos r-\frac{e}{a}\sqrt{\tfrac{1}{2}(\cos^2 r+\cos^2 r'')}$$

$$=\frac{e}{b}\cos r-\frac{e}{a}\sqrt{\tfrac{1}{2}\left\{1+\cos(r+r'')\cos(r-r'')\right\}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (\mathrm{VI})$$

5. Lorsque $L=45°$, c'est-à-dire pour des lames prises dans une direction faisant un angle de 45° avec l'axe optique, on a:

$$A=-\tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)=-\tfrac{1}{2}\left(\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}\right)\text{ et }B=\tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)=\tfrac{1}{2}\left(\frac{b^2-a^2}{a^2b^2}\right);$$

par conséquent:
$$\frac{B}{A}=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2},$$

puis:
$$\frac{e}{\varrho\cos r'}-e\sin i\,tg\,r'\cos(\varphi'-\varphi)$$

$$=e\left\{\frac{1}{ab\sqrt{\left\{\frac{a^2+b^2}{2a^2b^2}+\sin^2 i\left(-\frac{a^2(a^2+b^2)}{2a^2b^2}\sin^2\varphi-\cos^2\varphi\right)\right\}}}\right.$$

$$\left.-\sin i\left(\frac{a\sin i}{b\sqrt{}}\left\{\frac{2a^2b^2\cos^2\varphi}{a^2(a^2+b^2)}+\sin^2\varphi\right\}-\frac{B}{A}\cos\varphi\right)\right\}$$

$$=\frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{\left\{a^2+b^2-\left[a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi\right]\sin^2 i\right\}}}$$

$$\times\left\{1-a^2\sin^2 i\left(\frac{a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi}{a^2(a^2+b^2)}\right)\right\}$$

$$+\frac{e(a^2-b^2)}{a^2+b^2}\cos\varphi\sin i$$

$$=\frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{\left\{a^2+b^2-\sin^2 i\left(a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi\right)\right\}}}$$

$$\times\left\{\frac{a^2+b^2-\sin^2 i\left(a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi\right)}{a^2+b^2}\right\}$$

$$+e\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi\sin i$$

$$= \frac{e\sqrt{2}\sqrt{\{a^2+b^2-\sin^2 i(a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi)\}}}{a^2+b^2}$$

$$+ e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi\sin i$$

$$= \frac{e\sqrt{2}\sqrt{\{a^2+b^2-\sin^2 i(a^2b^2+a^4\sin^2\varphi+a^2b^2\cos^2\varphi)\}}}{a^2+b^2}$$

$$+ e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi\sin i \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VII)}$$

Pour $\varphi = 0$, cette formule devient:

$$\frac{e}{\varrho\cos r'} - e\sin i\,tg r'\cos(\varphi'-\varphi)$$

$$= \frac{e\sqrt{2}\sqrt{\{a^2+b^2-\sin^2 i(a^2b^2+a^2b^2)\}}}{a^2-b^2} + e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin i$$

$$= \frac{e\sqrt{2}}{a^2+b^2}\sqrt{(a^2+b^2-2a^2b^2\sin^2 i)}+e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin i$$

$$= \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{(1-\frac{2a^2b^2}{a^2+b^2}\sin^2 i)} + e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin i\,;$$

par conséquent:

$$R = \frac{e}{b}\cos r - \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{(1-\frac{2a^2b^2}{a^2+b^2}\sin^2 i)}+e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin i \,..\text{(VIII)}$$

Pour $\varphi = 90°$:

$$\frac{e}{\varrho\cos r'} - e\sin i\,tg\,r'\cos(\varphi'-\varphi) = \frac{e\sqrt{2}}{a^2+b^2}\sqrt{\{a^2+b^2-\sin^2 i(a^2b^2+a^4)\}}$$

$$= \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{\{1-a^2\sin^2 i\}} = \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\cos r''\,;$$

par conséquent: $R = \frac{e}{b}\cos r - \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2)}}\cos r'' \;\ldots\ldots\ldots$ (IX)

6. Quant de la lumière parallèle, à polarisation rectiligne, est devenue convergente avant de tomber sur la lame cristalline, je me représente le plan de polarisation comme ayant, pour tous les rayons incidents plus ou moins obliques, la même intersection avec la face réfringente, savoir la ligne OP suivant laquelle le plan de polarisation de la lumière parallèle donnée coupe cette face réfringente.

Soit α l'azimut du plan d'incidence par rapport au plan mené par la normale ON à la face réfringente et par ladite trace OP, et soit i l'angle d'incidence que le rayon OM forme avec la normale ON. L'angle p que le plan de polarisation de ce rayon incident oblique, déterminé comme il vient d'être dit, fait avec le plan d'incidence, sera donné par le triangle sphérique MPN, indiqué par la normale ON, le rayon OM et l'intersection OP. Dans ce triangle, le côté $NP = 90°$; PMN est l'angle cherché p; $MN = i$; l'angle $MNP = 180° - \alpha$.

On a:

$$tg[180° - (180° - \alpha)] = tg(180° - p)\cos(180° - i),$$

par conséquent: $$tg\,\alpha = tg\,p \cos i \text{ et } tg\,p = \frac{tg\,\alpha}{\cos i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (X)$$

Lorsque la lame est taillée perpendiculairement à l'axe, p donne l'angle formé par la section principale avec le plan de polarisation.

7. Si la lame est taillée parallèlement à l'axe, et que le plan d'incidence fasse l'angle β, mesuré sur la face réfringente, avec le plan passant par la normale et par l'axe optique OL, alors l'angle que la section principale du cristal menée par le rayon incident forme avec le plan d'incidence, angle que nous nommerons q, sera trouvé d'une manière toute semblable, au moyen du triangle sphérique, à côté de 90°, MNL. L'angle LMN doit alors être pris égal à q, l'angle $LNM = 180° - \beta$ et le côté $MN = i$; donc:

$$tg\,q = \frac{tg\,\beta}{\cos i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (XI)$$

Si l'on considère maintenant sur la face réfringente la droite qui est perpendiculaire à l'axe optique, le plan passant par cette droite OL' et par le rayon incident fera avec le plan d'incidence un angle q', tel que

$$tg\,q' = \frac{\cot\beta}{\cos i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (XII)$$

Lorsque $i = 0°$, on a $q + q' = 90°$. Si β est par exemple de 45°, alors $q = q'$ est, pour $i = 10°$, égal à 45°26',5; pour $i = 20°$, égal à 46°47'; et pour $i = 30°$, égal à 49°6'5; par conséquent $q + q'$ respectivement = 90°53', 93°34' et 98°13'.

8. Si le plan qui passe par l'axe optique et par la normale est dans l'azimut β relativement au plan d'incidence, et que l'axe plonge d'un angle $90° - L$ sous la face réfringente, alors la droite OT, suivant laquelle ce plan coupe la face réfringente, fait l'angle β avec la droite

OU, suivant laquelle le plan d'incidence rencontre la face réfringente; les droites OU et OT forment avec l'axe optique OL un triangle sphérique, rectangle en T. Représentons LU par δ; nous avons:

$$\cos LU = \cos UT \times \cos TL$$

ou

$$\cos\delta = \cos\beta . \sin L,$$

et l'angle U sera donné par:

$$tg\, TL = \sin TU \times tg\, U$$

ou

$$\cot L = \sin\beta . tg\, U,$$

de sorte que:

$$tg\, U = \frac{\cot L}{\sin\beta}.$$

Nous avons d'un autre côté le triangle sphérique formé par le rayon incident OM, l'axe OL et la droite d'intersection OU; le plan MOL est ici la section principale du cristal menée par OM, et MOU est le plan d'incidence. Dans ce triangle sphérique, UL est égal à δ, $MU = 90^\circ + i$, l'angle $MUL = 90^\circ + U$; nommons en outre s l'angle LMU. La formule connue donne:

$$tg\, LMU = \frac{\sin MUL}{\sin MU . \cot UL - \cos MU . \cos MUL};$$

pour trouver s nous avons par conséquent:

$$tg\, s = \frac{\cos U}{\cos i . \cot\delta - \sin i . \sin U},$$

où:

$$tg\, U = \frac{\cot L}{\sin\beta} \text{ et } \cos\delta = \cos\beta . \sin L \quad \ldots\ldots\ldots \quad (XIII)$$

Lorsque l'axe optique, tout en continuant à plonger d'un angle de $90^\circ - L$, est situé de l'autre côté du plan d'incidence, dans un plan normal faisant l'azimut $90^\circ - \beta$ avec le plan d'incidence, alors on a:

$$tg\, s' = \frac{\cos U'}{\cos i . \cot\delta' - \sin i . \sin U'},$$

où:

$$tg\, U' = \frac{\cot L}{\cos\beta} \text{ et } \cos\delta' = \sin\beta . \sin L \quad \ldots\ldots\ldots \quad (XIV)$$

Si L et β deviennent tous les deux égaux à 45°, on a:

$$tg\, U = tg\, U' = \sqrt{2} \text{ et } \cos\delta' = \tfrac{1}{2};$$

les expressions pour s et s' prennent alors la forme:

$$tg\, s = tg\, s' = \frac{\frac{1}{3}\sqrt{3}}{\frac{1}{3}\sqrt{3}\cos i - \frac{1}{3}\sqrt{6}\sin i} = \frac{1}{\cos i - \sqrt{2}\sin i}$$

Si L seul devient $= 45°$, on a:

$$tg\,U = \frac{1}{\sin\beta} \text{ et } tg\,U' = \frac{1}{\cos\beta},\quad \cos\delta = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\cos\beta \text{ et } \cos\delta' = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\sin\beta;$$

il vient alors:

$$\sin U = \frac{1}{\sqrt{1+\sin^2\beta}},\quad \cos U = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1+\sin^2\beta}},\quad \sin U' = \frac{1}{\sqrt{1+\cos^2\beta}},$$

$$\cos U' = \frac{\cos\beta}{\sqrt{1+\cos^2\beta}},\quad \cot\delta = \frac{\cos\beta}{\sqrt{2-\cos^2\beta}} = \frac{\cos\beta}{\sqrt{1+\sin^2\beta}},$$

$$\text{et } \cot\delta' = \frac{\sin\beta}{\sqrt{-2\sin^2\beta}} = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1+\cos^2\beta}};$$

par conséquent:

$$tg\,s = \frac{\dfrac{\sin\beta}{\sqrt{1+\sin^2\beta}}}{\dfrac{\cos\beta\cos i}{\sqrt{1+\sin^2\beta}} - \dfrac{\sin i}{\sqrt{1+\sin^2\beta}}} = \frac{\sin\beta}{\cos i\cos\beta - \sin i}$$

et:

$$tg\,s' = \frac{\dfrac{\cos\beta}{\sqrt{1+\cos^2\beta}}}{\dfrac{\sin\beta\cos i}{\sqrt{1+\cos^2\beta}} - \dfrac{\sin i}{\sqrt{1+\cos^2\beta}}} = \frac{\cos\beta}{\cos i\sin\beta - \sin i};$$

expressions qui, pour $i = 0°$, donnent $tg\,s = tg\beta$ et $tg\,s' = \cot\beta$. On a de plus:

$$tg(s-\beta) = \frac{\dfrac{\sin\beta}{\cos i\cos\beta - \sin i} - \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{\cos\beta + \dfrac{\sin^2\beta}{\cos i\cos\beta - \sin i}} = \frac{\sin\beta\cos\beta - \sin\beta\cos\beta\cos i + \sin i\sin\beta}{\cos\beta(\cos i\cos\beta - \sin i) + \sin^2\beta}$$

$$= \frac{\sin\beta\cos\beta - \sin\beta\cos\beta\cos i + \sin i\sin\beta}{\cos i\cos^2\beta - \sin i\cos\beta + \sin^2\beta} = \frac{\sin\beta\cos\beta(1-\cos i) + \sin i\sin\beta}{\cos i + \sin^2\beta(1-\cos i) - \sin i\cos\beta}$$

et de même:

$$tg\,(s - 90° + \beta) = \frac{\sin\beta\cos\beta - \sin\beta\cos\beta\cos i + \sin i\cos\beta}{\cos i\sin^2\beta - \sin i\sin\beta + \cos^2\beta}$$

$$= \frac{\sin\beta\cos\beta\,(1 - \cos i) + \sin i\cos\beta}{\cos i + \cos^2\beta(1 - \cos i) - \sin i\sin\beta};$$

$$tg\,(s + s') = \frac{\cos i - \sin i\,(\sin\beta + \cos\beta)}{-\sin i\cos i\,(\sin\beta + \cos\beta) + \sin^2 i - \sin^2 i\sin\beta\cos\beta}$$

$$= \frac{\cos i\sin i\,(\sin\beta + \cos\beta)}{\sin^2 i\,(1 - \sin\beta\cos\beta) - \sin i\cos i\,(\sin\beta + \cos\beta)}.$$

Lorsque $\beta = 45°$, on trouve, pour $i = 5°$, $s - \beta = s' - \beta = 3°53'$; pour $i = 7°$, $s - \beta = s' - \beta = 5°38',5$; pour $i = 10°$, $s - \beta = s' - \beta = 8°31'$; pour $i = 20°$, $s - \beta = s' - \beta = 10°28',5$. Lorsque $\beta = 180° - 45°$, lorsque par conséquent le rayon réfracté tombe au milieu du quadrant opposé des axes optiques, on trouve, pour $i = 5°$, $s - \beta = s' - \beta = 3°13',5$; pour $i = 7°$, $s - \beta = s' - \beta = 4°21',5$; pour $i = 10°$, $s - \beta = s' - \beta = 5°54'$.

9. Il eût sans doute été plus exact, au paragraphe 6, de prendre, pour la direction de vibration de la lumière incidente oblique, la perpendiculaire au rayon, située dans le plan qui passe par ce rayon et par la direction de vibration de la lumière incidente parallèle; mais cela ne change rien au fond des choses.

En admettant donc provisoirement que le plan de polarisation du rayon incident, qui correspond aux rayons réfractés, coïncide avec le plan indiqué au paragraphe 6, — supposition qui pour de petites valeurs de i est certainement très rapprochée de la vérité, — nous avons dans les formules données jusqu'ici tout ce qui est nécessaire pour le calcul des phénomènes chromatiques des lames cristallines, n'importe dans quel sens elles aient été coupées. En outre, nos dernières formules s'appliquent au cas de deux lames accouplées, lorsque ces lames sont taillées toutes les deux parallèlement à l'axe ou toutes les deux sous un même angle avec l'axe, et qu'elles sont réunies de façon que les plans normaux menés par les axes optiques ou bien coïncident entre eux, ou bien soient perpendiculaires l'un à l'autre.

Pour une lame taillée perpendiculairement à l'axe, la différence de chemin est, d'après la formule (II):

$$R = \frac{e}{b}\,(\cos r - \cos r'').$$

Le plan de polarisation du rayon réfracté fait avec le plan de polarisation de la lumière parallèle incidente un angle p pour le rayon ordinaire, et un angle $90°—p'$ pour le rayon extraordinaire, angles qui sont déterminés, d'après la formule (X), par:

$$tg\,p = \frac{tg\,\alpha}{\cos r} \text{ et } tg\,p' = \frac{tg\,\alpha'}{\cos r'},$$

où α est l'azimut du plan d'incidence par rapport au plan de polarisation de la lumière parallèle incidente, et où l'on peut prendre $\alpha = \alpha'$ et $r = r'$.

Avec $r = 10°$, cette dernière formule donne, pour $\alpha = 5°$, $p = 5°4'40''$, et pour $\alpha = 45°$, $p = 45°26'20''$; on voit par là que, pour des valeurs de i qui ne sont pas trop grandes, l'angle p ne différera que très peu de α. Sans nous écarter sensiblement de la vérité, nous pouvons donc, dans le calcul des anneaux des lames perpendiculaires à l'axe, nous en tenir aux idées ordinaires et, pour chaque point de la face réfringente, prendre provisoirement, au lieu des trois plans de polarisation du rayon incident, du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire, l'intersection du plan de polarisation de la lumière parallèle incidente avec la face réfringente, l'intersection avec cette même face de la section principale du rayon incident, et la droite perpendiculaire à cette dernière intersection.

Si maintenant, dans la formule (II), la différence de chemin est faite successivement égale à $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{2}$, $\frac{5\lambda}{2}$ etc. pour une certaine lumière homogène, et si au second membre on met aussi les valeurs qui correspondent à cette même lumière, on pourra déterminer les angles d'incidence pour le premier, le deuxième, le troisième anneau obscur, ainsi que pour les suivants. Il est clair que, lorsqu'il s'agira de comparaisons exactes, la mesure de ces angles offrira plus d'avantages que la mesure des dimensions linéaires des anneaux projetés sur un écran; la mesure angulaire me paraît susceptible d'un haut degré de précision.

Des anneaux obscurs pour une différence de chemin de $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{2}$ etc., supposent le parallélisme des plans de polarisation du polariseur et de l'analyseur. Lorsque ces plans de polarisation sont placés perpendiculairement l'un à l'autre, les anneaux obscurs correspondent naturellement aux différences de chemin $\frac{2\lambda}{2}$, $\frac{4\lambda}{2}$ etc.

Considérons les choses au point de vue le plus général. Si l'amplitude du rayon incident est prise pour unité, les amplitudes des rayons séparés,

qui sont polarisés parallèlement et perpendiculairement à la section principale, seront naturellement $\cos p$ et $\sin p$. Posant maintenant $\frac{R}{\lambda} 2\pi = u$, les vitesses de vibration des rayons qui émergent de la lame seront, pour celui qui est polarisé dans la section principale, $\cos p \sin O$, et pour celui qui est polarisé perpendiculairement à cette section, $\sin p \sin (O + u)$, où O peut représenter un arc quelconque; les écarts sont par conséquent $\cos p \cos O$ et $\sin p \cos (O + u)$.

Lorsque deux rayons polarisés à angle droit, et dont les écarts sont représentés par $x = a \cos O$ et $y = b \cos (O + u)$, viennent à se superposer, le mouvement résultant des particules d'éther est, en général, une ellipse, ayant pour équation:

$$y^2 a^2 - 2xy\, ab \cos u + x^2 b^2 = a^2 b^2 \sin^2 u.$$

Le rayon vecteur de cette ellipse, situé dans un azimut φ par rapport à l'axe x et tombant dans le quadrant positif, est:

$$\varrho = \sqrt{\frac{a^2 b^2 \sin^2 u}{a^2 \sin^2 \varphi - ab \sin 2\varphi \cos u + b^2 \cos^2 \varphi}};$$

si φ devient négatif, c'est-à-dire si ϱ tombe dans le quadrant où x est positif et y négatif, le second terme du dénominateur change de signe.

L'équation de cette ellipse, rapportée à ses axes, est:

$$\frac{x_1^2}{A^2} + \frac{y_1^2}{B^2} = 1,$$

où

$$A^2 = \frac{a^2 b^2 \sin^2 u}{a^2 \sin^2 \Phi + ab \sin 2\Phi + b^2 \cos^2 \Phi},$$

$$B^2 = \frac{a^2 b^2 \sin^2 u}{a^2 \cos^2 \Phi - ab \sin 2\Phi + b^2 \sin^2 \Phi}$$

et

$$tg\, 2\Phi = \frac{2\, ab \cos u}{b^2 - a^2}.$$

Aussi longtemps que i ne devient pas trop grand, p diffère peu de α dans les formules données plus haut; prenons donc simplement α au lieu de p, alors $a = \cos \alpha$ et $b = \sin \alpha$; par conséquent:

$$tg\, 2\Phi = \frac{\sin 2\alpha \cos u}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = -\cos u\, tg\, 2\alpha,$$

$$A^2 = \frac{\sin^2\alpha \cos^2\alpha \sin^2 u}{\cos^2\alpha \sin^2\Phi + \sin\alpha\cos\alpha \sin 2\Phi + \sin^2\alpha\cos^2\Phi}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\cos^2\alpha\sin^2\Phi + \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\Phi + \sin^2\alpha - \sin^2\alpha\sin^2\Phi}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\cos 2\alpha \sin^2\Phi + \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\Phi + \sin^2\alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2}\cos 2\alpha - \frac{1}{2}\cos 2\alpha \cos 2\Phi + \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\Phi + \sin^2\alpha};$$

donc:

$$A^2 = \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2}\cos 2\alpha - \frac{1}{2}\cos 2(\alpha+\Phi) + \sin^2\alpha} = \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2}\cos^2\alpha - \frac{1}{2}\sin^2\alpha - \frac{1}{2}\cos 2(\alpha+\Phi) + \sin^2\alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2(\alpha+\Phi)} = \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\sin^2(\alpha+\Phi)};$$

d'où:

$$A = \frac{\sin 2\alpha \sin u}{2\sin(\alpha+\Phi)}.$$

De même:

$$B^2 = \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\cos^2\alpha \cos^2\Phi - \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\Phi + \sin^2\alpha \sin^2\Phi}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\cos^2\Phi - \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\Phi + \sin^2\alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + \frac{1}{2}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\cos 2\Phi - \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\Phi + \sin^2\alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\alpha \cos 2\Phi - \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\Phi}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2(\alpha+\Phi)} = \frac{\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\cos^2(\alpha+\Phi)},$$

d'où

$$B = \frac{\sin 2\alpha \sin u}{2\cos(\alpha+\Phi)}.$$

Le demi-axe principal x^1 est ici supposé tomber dans le quadrant déterminé par les x positifs et les y négatifs; la direction des rayons lumineux est l'axe des z.

10. Lorsque les vibrations $a \cos O$ et $b \cos (O+u)$ sont projetées sur un plan faisant l'angle φ avec le plan xz, on obtient $a \cos\varphi \cos O$ et $b \sin\varphi \cos (O+u)$, dans la supposition que ce troisième plan tombe entre les deux autres et par conséquent dans le quadrant positif de x et y. L'intensité J du rayon résultant est alors:

$$a^2 \cos^2 \varphi + ab \sin 2\varphi \cos u + b^2 \sin^2 \varphi$$

ou, puisqu'on a ici $a = \cos\alpha$ et $b = \sin\alpha$:

$$\begin{aligned} J &= \cos^2 \alpha \cos^2 \varphi + \tfrac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\varphi \cos u + \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi \\ &= \cos (\alpha + \varphi)^2 + \tfrac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\varphi + \tfrac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\varphi \cos u \\ &= \cos (\alpha + \varphi)^2 + \sin 2\alpha \sin 2\varphi \cos^2 \frac{u}{2}\,. \end{aligned}$$

Si, dans l'ellipse de tout à l'heure, nous prenons le rayon vecteur qui, tombant à l'autre côté de l'axe x ou du plan dans lequel est situé $a \cos O$, fait avec cet axe l'angle $-(90-\varphi)$, nous trouvons pour ce rayon vecteur:

$$\varrho'^2 = \frac{a^2 b^2 \sin^2 u}{a^2 \cos^2 \varphi + ab \sin 2\varphi \cos u + b^2 \sin^2 \varphi},$$

de sorte qu'on a:

$$J = \frac{a^2 b^2 \sin^2 u}{\varrho'^2}.$$

Cela veut dire: décrivez l'ellipse de tout à l'heure, qui représente la trajectoire de la particule d'éther vibrant sous l'influence des deux rayons, — pour plus de simplicité, nous faisons coïncider les vibrations avec le plan de polarisation; — pour avoir alors l'intensité du rayon résultant, qui est polarisé dans un plan faisant un angle φ quelconque avec la section principale du rayon émergent, c'est-à-dire avec le plan de $a \cos O$, il suffit de tracer dans notre ellipse le rayon vecteur perpendiculaire à ce plan ou à cette direction indiquée par φ; l'intensité cherchée sera en raison inverse du carré de ce rayon vecteur, savoir:

$$J = \frac{a^2 b^2 \sin^2 u}{\varrho'^2};$$

ou, pour notre cas:

$$J = \frac{\sin^2 2\alpha \sin^2 u}{4 \varrho'^2}.$$

L'anomalie v du rayon résultant est trouvée par la formule:

$$tg\, v = \frac{b \sin\varphi \sin u}{a \cos\varphi + \sin\varphi\, b \cos u} = \frac{\sin\alpha \sin\varphi \sin u}{\cos\alpha \cos\varphi + \sin\alpha \sin\varphi \cos u}$$

et l'écart dans ce rayon est par conséquent:

$$= \sqrt{J} \cos(O + v).$$

Les rayons qui tombent sur la lame en convergeant deviennent divergents à l'autre côté; l'observateur a donc dû changer de position, et par suite il y a lieu, lors de l'observation d'une rotation à gauche, de mettre à la place une rotation à droite, et vice-versa. La circonstance que nous nous sommes figuré ici les vibrations comme s'exécutant dans le plan de polarisation ne fait pas matière à difficulté; au lieu de vibration il n'y a qu'à lire partout plan de polarisation.

11. La particule d'éther frappée par les deux rayons, qui sortent de la lame cristalline, décrit donc presque toujours une ellipse; son mouvement n'est rectiligne que pour des rayons dans le plan de polarisation de la lumière incidente parallèle et dans le plan perpendiculaire à celui-ci. Ces deux plans partagent le champ en quatre angles droits, de telle façon que, en nous bornant à un seul et même anneau, le mouvement de la particule d'éther sur son ellipse se fait de gauche à droite dans un des couples d'angles droits opposés, et de droite à gauche dans l'autre couple.

En considérant seulement la lumière homogène, il faut en outre qu'en suivant un même rayon vecteur provenant du centre du champ de vision il y ait interversion du mouvement de la particule chaque fois qu'on passe d'un anneau obscur à un anneau éclairé ou inversement.

Menons, pour un point quelconque d'un pareil anneau, le rayon et la tangente, qui marquent les directions suivant lesquelles la section principale et le plan qui lui est perpendiculaire coupent la face réfringente; ces droites partageront aussi en quatre quadrants l'espace autour du point de contact. Nous pouvons maintenant, très simplement, rapporter à ces quadrants la position des plans de polarisation du polariseur et de l'analyseur avec lesquels nous observons les anneaux. Si ces deux plans de polarisation sont situés dans le même de ces quatre quadrants, ou dans deux quadrants opposés, les phénomènes d'interférence qu'on observe sont le produit pur et simple de la lame cristalline; si au contraire, de ces deux plans de polarisation, l'un tombe dans un certain quadrant, et l'autre dans le quadrant adjacent, les phénomènes interférentiels observés reconnaissent pour cause, outre l'action propre de la lame, l'effet sur-ajouté d'une différence de chemin d'une demi-ondulation, en vertu de laquelle ils deviennent exactement complémentaires des premiers.

Je n'ai pas à m'occuper ici des phénomènes de la croix obscure ou

brillante; les plans de polarisation des deux polariscopes sont alors ou bien perpendiculaires ou bien parallèles entre eux, et, pour des points déterminés de notre anneau d'interférence, ils passent au même instant dans un autre de ces quatre quadrants; cela a lieu dans les azimuts $\alpha = 0°$, $90°$, $180°$ et $270°$, comptés depuis le plan de polarisation du premier polariscope.

Partons de la position croisée, et faisons décroître l'angle des deux plans de polarisition; dans ce cas, le plan de polarisation du premier polariscope, qui reste en place, continuera à passer d'un quadrant dans l'autre aux points de l'anneau qui correspondent aux azimuts 0°, 90°, 180° et 270°; mais le plan de polarisation du second polariscope effectuera son passage dans l'azimut où, soit la tangente, soit le rayon est parallèle à la nouvelle direction de ce plan. Si par exemple, à partir de la position croisée, on a fait tourner ce polariscope d'un angle A en sens direct, le passage en question n'aura lieu que dans les azimuts A, $90° + A$, $180° + A$ et $270° + A$. Entre les azimuts 0° et A, 90° et $90° + A$ etc., nous avons donc à tenir compte non-seulement de la différence de phase physique u, mais en outre d'une différence de phase géométrique de 180°, par conséquent d'une différence de chemin surajoutée d'une demi-ondulation; dans les étendues indiquées, entre 0° et A, etc., les anneaux seront devenus complémentaires de ceux qu'on observe entre A et 90°, etc., c'est-à-dire que les anneaux obscurs et brillants échangeront leurs places respectives pour A, $A + 90°$ etc.

En vertu des valeurs $a = \cos\alpha$ et $b = \sin\alpha$, l'expression que j'ai donnée ci-dessus pour l'intensité se laissait écrire ainsi:

$$\begin{aligned} J &= \cos(\alpha + \varphi)^2 + \tfrac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\varphi\,(1 + \cos u) \\ &= \cos(\alpha + \varphi)^2 + \sin 2\alpha \sin 2\varphi\, 2\cos^2 \tfrac{1}{2}u; \end{aligned}$$

mais, lorsque A est l'azimut du second polariscope, on a $\varphi = A - \alpha$; par conséquent:

$$\begin{aligned} J &= \cos^2(\alpha + A - \alpha) + \sin 2\alpha \sin 2(A - \alpha)\cos^2 \tfrac{1}{2}u \\ &= \cos^2 A + \sin 2\alpha \sin 2(A - \alpha)\cos^2 \tfrac{1}{2}u; \end{aligned}$$

où le second terme sera seul variable, $\cos A$ étant supposé constant; ce terme devient 0 pour $\sin 2\alpha$ ou $\sin 2(A - \alpha) = 0$, c'est-à-dire pour $\alpha = 0°$, $90°$, $180°$ et $270°$, ou pour $\alpha = A$, $90° + A$, $180° + A$ et $270° + A$. En le différentiant, on obtient:

$$\begin{aligned} &2\left[\cos 2\alpha \sin 2(A - \alpha) - \sin 2\alpha \cos 2(A - \alpha)\right]\cos^2 \tfrac{1}{2}u\, d\alpha \\ &= -2\sin 2(2\alpha - A)\cos^2 \tfrac{1}{2}u\, d\alpha. \end{aligned}$$

Pour que cette différentielle soit égale à zéro, il faut qu'on ait

$\sin 2(2\alpha - A) = 0$, par conséquent $2\alpha - A = 0$, ou $\alpha = \frac{1}{2}A$, etc.; c'est-à-dire que les maxima et les minima, dans les anneaux, suivent le plan de l'analyseur avec la moitié de sa vitesse angulaire. Nos anneaux complémentaires de tout à l'heure, entre 0° et A, etc., représentent les aigrettes obscures de la croix.

12. Quand l'axe optique est situé dans la face réfringente, les formules IV, V et VI donnent, φ étant l'azimut du plan d'incidence par rapport à la section principale normale de la lame cristalline,
pour $\varphi = 0°$:

$$R = \left(\frac{e}{b} - \frac{e}{a}\right) \sqrt{(1 - b^2 \sin^2 i)},$$

pour $\varphi = 45°$:

$$R = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{\tfrac{1}{2}} \sqrt{\left(1 + \cos(r + r'') \cos(r - r'')\right)},$$

où $\sin r = b \sin i$ et $\sin r'' = a \sin i$,

et pour $\varphi = 90°$:

$$R = \frac{e}{b} \sqrt{1 - b^2 \sin^2 i} - \frac{e}{a} \sqrt{1 - a^2 \sin^2 i} = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \cos r''.$$

La section principale du rayon incident extérieur fait l'angle q avec le plan d'incidence, qui est dans l'azimut β par rapport à la section principale normale, et on a $tg\, q = \dfrac{tg\, \beta}{\cos i}$.

Aussi longtemps que le plan d'incidence coïncide avec la section principale normale, on a $\beta = 0$ et aussi $q = 0$; lorsque $\beta = 90°$, et que par conséquent le plan d'incidence est perpendiculaire à la section principale normale, il vient $q = \beta = 90°$. Pour ces deux cas extrêmes on a donc $q = \beta$; les plus grands écarts entre q et β correspondent par suite à $\beta = 45°$, et là même, pour $i = 20°$, ils n'atteignent encore qu'une valeur très faible, comme nous l'ont appris les calculs du paragraphe 7.

Lorsque le plan de polarisation de la lumière incidente primitive, normale et parallèle, se trouve dans l'azimut γ par rapport à la section principale normale de la lame cristalline, on doit mettre $\beta - \gamma$ au lieu de α dans la formule (X) du par. 6; il vient alors $tg\, p = \dfrac{tg\,(\beta - \gamma)}{\cos i}$,
et p est l'angle compris entre le plan d'incidence et le plan mené par le rayon incident et par l'intersection de la face réfringente avec le plan de polarisation de la lumière incidente primitive, laquelle, de parallèle, a été rendue convergente.

La section principale du rayon incident fait par conséquent l'angle $q-p$ avec le plan de polarisation que je me suis figuré pour ce rayon. Si nous prenons maintenant, comme ci-dessus, au lieu de i, r et r', en posant $r=r'$, où l'on a $\sin r = b \sin i$, alors nos valeurs de q et p sont de nouveau applicables aux rayons réfractés. La lumière est divisée par l'action réfringente en deux portions, qui sont polarisées suivant deux plans perpendiculaires entre eux et situées de part et d'autre du plan de polarisation du rayon incident. Tout dépend maintenant ici de l'angle $q-p$, dans lequel nous mettons à la place de i l'angle r. D'une manière approchée on a:

$$tg(q-p) = \frac{tg\, q - tg\, p}{1 + tg\, q \,.\, tg\, p} = \cos r \frac{tg\, \beta - tg(\beta-\gamma)}{\cos^2 r + tg\, \beta \,.\, tg(\beta-\gamma)}$$

$$= \cos r \left(tg\, \gamma + \frac{r^2}{1 + tg\, \beta \,.\, tg(\beta-\gamma)}\, tg\, \gamma \right)$$

$$= \cos r \, tg\, \gamma \left(1 + \frac{r^2}{1 + tg\, \beta \,.\, tg(\beta-\gamma)} \right)$$

$$= tg\, \gamma \left(1 - \tfrac{1}{2} r^2 + \frac{r^2}{1 + tg\, \beta \,.\, tg(\beta-\gamma)} \right),$$

valeur qui différera peu de $tg\,\gamma$, aussi longtemps que r reste petit.

13. Si dans la formule générale (III) on suppose i assez petit pour que ses quatrièmes puissances puissent être négligées, et si l'on prend

$$\sin^2 i = \frac{x^2+y^2}{D^2}, \quad \sin^2 \varphi = \frac{y^2}{x^2+y^2} \text{ et } \cos^2 \varphi = \frac{x^2}{x^2+y^2},$$

où D représente la distance de l'écran sur lequel le phénomène est projeté, on obtient les hyperboles connues; la différence de chemin totale est en effet:

$$R = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{[1 - \sin^2 i (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)]}$$

$$= \frac{e}{b} \sqrt{(1 - b^2 \sin^2 i)} - \frac{e}{a} \sqrt{[1 - \sin^2 i (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)]}$$

ou, d'une manière approchée:

$$R = \frac{e}{b}\left(1 - \frac{b^2(x^2+y^2)}{2D^2}\right) - \frac{e}{a}\left(1 - \frac{x^2+y^2}{2D^2}\left[\frac{a^2y^2}{x^2+y^2} + \frac{b^2x^2}{x^2+y^2}\right]\right)$$

c'est-à-dire

$$R = \frac{e}{b} - \frac{e}{a} - \frac{eb(x^2+y^2)}{2D^2} + \frac{eay^2}{2D^2} + \frac{eb^2x^2}{2aD^2};$$

par conséquent :

$$R = e\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) + \frac{e(b^2 - ab)}{2aD^2}x^2 + \frac{e(ab - b^2)}{2bD^2}y^2,$$

expression dans laquelle les coefficients de x^2 et de y^2 sont évidemment de signe différent. Nous ne nous arrêterons toutefois pas davantage sur ce point, les considérations qui y ont rapport se retrouvant partout et, entre autres, chez M. BILLET.

Je me contenterai de donner un exemple :

Dans des recherches précédentes, j'ai trouvé, relativement à la raie $14''\gamma$, pour le spath d'Islande à 24° C :

$$n^o = \frac{1}{b} = 1.65845 \text{ et } n^e = \frac{1}{a} = 1.48638$$

et pour le quartz à 24° C. :

$$n^o = \frac{1}{b} = 1.54419 \text{ et } n^e = \frac{1}{a} = 1.55329$$

par conséquent, pour le spath $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 0.17207$, et pour le quartz $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = -0.00910.$

La longueur d'onde pour $14''\gamma$ dans l'air et à 24° C., est
$= 0.000589537$ mm.

Supposons $e = 2^{mm}$; pour $i = 0°$, le spath donnera :

$$R = 2\,(0.17107) = 0.34514 \text{ mm.}$$

et le quartz :

$$R = -2\,(0.00910) = -0.01820 \text{ mm.};$$

ce qui fait pour le spath à très peu près 737 longueurs d'onde, et pour le quartz environ — 30.9 longueurs d'onde.

En calculant les valeurs d'une manière plus exacte, on trouve pour le quartz :

pour $i = 0°$, R = — 30.87 long. d'onde,

et pour $i = 20°$, d'après (IV), (V) et (VI) :

avec $\varphi = 0$ R = — 30.10,
" $\varphi = 45°$ R = — 30.84,
" $\varphi = 90°$ R = — 31.64.

On voit par là combien est relativement petite, pour une pareille lame de quartz, même jusqu'à $i = 20°$, la variation que R éprouve

dans les différentes directions. Même avec $\varphi = 0°$ ou $= 90°$, cas où la variation est encore le plus rapide, l'angle d'incidence doit croître depuis 0° jusqu'à plus de 20° pour que la différence de chemin subisse une augmentation ou une diminution d'une seule longueur d'onde; il est donc clair que cette différence de chemin pourra être regardée comme sensiblement constante pour des angles différant entre eux de plusieurs degrés.

En considérant maintenant une lame de spath, normale à l'axe, de la même épaisseur de 2 mm., la différence de chemin est encore égale à 0 pour $i = 0°$; mais pour $i = 20°$ on trouve, d'après la formule

$$R = \frac{e}{b}(\cos r - \cos r''), \qquad R = +29.89 \text{ long. d'onde de } 14^{\alpha\gamma}.$$

Ici, à l'incidence de 20° correspond donc déjà le trentième anneau obscur, et la différence de chemin varie très rapidement pour une légère variation de l'angle d'incidence.

14. Plaçons maintenant la lame de quartz sur la lame de spath; si leurs épaisseurs sont exactement connues, il sera facile de calculer, pour chaque valeur de φ, l'angle d'incidence pour lequel il y a compensation parfaite entre les deux différences de chemin; nous supposerons que cela ait lieu à l'incidence $i = 20°$ pour les lames qui nous servent d'exemple. En mettant alors l'axe ou la section principale normale de la lame de quartz dans l'azimut de 45° par rapport au plan de polarisation de la lumière incidente, cette lame de quartz donnera en chaque point de sa surface deux rayons d'une intensité à très peu près égale, affectés d'une différence de chemin R, et dont les plans de polarisation feront un angle de 45°, à droite et à gauche, avec le plan de polarisation primitif.

Quant à la lame de spath normale à l'axe, lorsqu'elle se trouve dans ce même azimut de 45°, les plans de polarisation des deux rayons, en lesquels se divise le rayon incident, coïncident exactement avec les plans de polarisation des deux rayons de la lame de quartz sous-jacente ou superposée. Pour des positions à gauche et à droite de l'azimut de 45°, les plans de polarisation de la lame de spath, qui tournent toujours avec l'azimut, s'écarteront de plus en plus des plans de polarisation de la lame de quartz, puisque ceux-ci, pour de petites valeurs de i, conservent presque invariablement la direction de la section principale normale de la lame et du plan perpendiculaire à cette section.

A 45° à gauche ou à droite de la position prise pour point de départ, nous tombons dans le plan de polarisation du rayon incident et dans

le plan perpendiculaire au premier. Notre lame de quartz donne encore ses deux rayons, polarisés dans des plans qui s'écartent de 45° à droite et à gauche de ce plan de polarisation primitif, et affectés d'une différence de chemin d'environ 30 longueurs d'onde; la lame de spath ne donne pour ces deux positions qu'un seul rayon, polarisé parallèlement ou perpendiculairement à sa section principale. Lorsque, pour un de ces deux plans, la différence de chemin des deux rayons de la lame de quartz atteint exactement un nombre impair de demi-longueurs d'onde, il importe peu que la lame de spath laisse traverser la lumière, car le rayon est alors déjà entièrement éteint avant de pénétrer dans cette lame.

15. Si nous analysons maintenant la lumière, après son passage à travers les deux lames, au moyen d'un second polariscope, dont le plan de polarisation soit à angle droit avec celui du premier, nous obtenons, dans la lumière naturelle du jour, d'abord cinq ou six anneaux ordinaires de la lame de spath, coupés par la croix noire connue, dont les branches coïncident avec les plans de polarisation des deux polariscopes; mais le tout est très faible et à peine visible, lorsque l'axe optique de la lame de quartz est très rapproché de l'azimut de 45°. Les anneaux suivants sont tout à fait invisibles, jusqu'à ce que, sous un angle d'incidence d'environ 20°, surtout dans la direction de l'axe de la lame de quartz, se montre de nouveau toute une série d'anneaux très distincts, — j'en ai compté 14, — série qui m'a paru tomber à peu près vers le trentième anneau de la lame de spath. Ces anneaux sont dus à ce que, près de cet axe, la partie principale de la différence de chemin entre les deux rayons composants de la lame de spath est compensée par la lame de quartz; ils reposent donc sur un résidu de différence de chemin, résidu atteignant la valeur de 0, 1, 2, 3, etc. demi-longueurs d'onde. Ils sont très fins et très serrés les uns contre les autres, et conservent ainsi le caractère tranché qui appartient à leur rang élevé.

Ces anneaux présentent en outre la disposition particulière des raies d'interférence ordinaires, savoir, d'être symétriques aux deux côtés d'un anneau brillant à différence de chemin 0, et de s'élever successivement de la même manière que les anneaux transmis de Newton. Dans la direction de la croix noire, on remarque naturellement une interruption de ces anneaux additionnels. Dans la direction perpendiculaire à l'axe de la lame de quartz, il va sans dire que les différences de chemin, au lieu de se balancer en tout ou en partie, s'ajoutent intégralement; ici, les anneaux doivent donc disparaître complétement. A partir des deux extrémités de l'axe, et tant à gauche qu'à droite, ils vont en s'affaiblissant de plus

en plus jusqu'auprès des extrémités de la ligne perpendiculaire à l'axe, avec une courte interruption pour les branches de la croix obscure. La circonstance qu'ils deviennent visibles en grand nombre dépend uniquement de l'extrême lenteur avec laquelle varie la différence de chemin produite par la lame de quartz. Dans leur origine, ils sont analogues à toutes ces raies d'interférence qui, lorsque les rayons interférents présentent une grande différence de chemin, sont ramenées vers le milieu du champ en enlevant au rayon le plus avancé une partie constante et considérable de son gain.

Lorsque les plans de polarisation des deux polariscopes sont placés parallèlement, les phénomènes restent les mêmes; seulement, la croix noire est remplacée par une croix brillante, dont les branches font toutefois encore sentir leur influence de la même manière, par une interruption dans les anneaux additionnels.

Quand l'azimut d'une section principale de la lame de spath, compté à partir de la section principale normale de la lame de quartz, est plus grand que 45°, on peut admettre que les deux rayons, qui émergent de la lame de quartz sous-jacente, ont leurs plans de polarisation à droite et à gauche de cette section principale, ou, en d'autres termes, que cette section est située entre les deux plans. Mais alors aussi, pour tous les azimuts plus petits que 45°, les plans de polarisation des deux rayons de la lame de quartz tomberont au même côté de la section principale de la lame de spath. Dans le premier cas, les angles entre ces plans de polarisation et cette section principale sont $\varDelta$ et $90° - \varDelta$, dans le second, $\varDelta'$ et $90° + \varDelta'$; il suit de là que les composantes des deux rayons du quartz, dirigées suivant cette section principale, agissent de concert dans le premier cas et s'affaiblissent mutuellement dans le second, ou réciproquement; par conséquent, selon que la différence de chemin primitive, due à la lame de quartz, s'élève à un nombre pair ou impair de demi-longueurs d'onde, soit l'une soit l'autre des interruptions produites par la croix dans nos anneaux additionnels sera encore obscure pour la position parallèle des deux polariscopes.

La circonstance que nos anneaux additionnels sont encore faiblement visibles jusqu'à une distance relativement petite de la perpendiculaire à l'axe de la lame de quartz, — en dépit de ce que, pour cette perpendiculaire elle-même, les rayons accéléré et retardé du quartz changent complétement de rôle par rapport à la section principale de la lame de spath, — cette circonstance prouve que la petite composante du rayon accéléré du quartz suivant la section principale du spath et celle du rayon retardé suivant le plan perpendiculaire à cette section possèdent

encore assez d'intensité pour faire apparaître les anneaux du spath.

16. Le phénomène, que produit une lame parallèle à l'axe taillée dans le quartz, cristal positif, s'obtiendrait tout aussi bien avec une lame parallèle à l'axe prise dans un cristal négatif, dans le spath calcaire par exemple; mais alors, d'après le calcul ci-dessus, cette lame de spath devrait être environ 25 fois plus mince que la lame de quartz, et n'avoir par conséquent qu'environ $\frac{1}{10}$ de millimètre d'épaisseur, pour rendre visible le trentième anneau de la lame de spath, épaisse de 2 millimètres, taillée perpendiculairement à l'axe. De même, une lame de quartz, prise parallèlement à l'axe, pourrait faire apparaître les anneaux supérieurs d'une autre lame de quartz, coupée dans le sens perpendiculaire à l'axe; mais, pour cela, la seconde lame devrait bien être trente fois plus épaisse que la première. Dans ces deux cas, où les lames superposées sont de même nature, la seule différence que présenterait le phénomène, c'est que les anneaux additionnels auraient maintenant le plus d'intensité dans la direction de la ligne perpendiculaire à l'axe de la lame parallèle. Si l'on voulait rendre visibles les anneaux supérieurs d'une lame de quartz au moyen d'une lame de spath taillée parallèlement à l'axe, le rapport des épaisseurs devrait être encore plus grand, mais les anneaux se montreraient de nouveau le plus distinctement dans la direction de l'axe de la lame parallèle.

Une certaine utilité pratique peut être retirée du phénomène dont il vient d'être question. C'est ainsi que pour les lames, ordinairement rectangulaires, qui sont taillées parallèlement à l'axe, on trouve immédiatement la direction de l'axe en les plaçant, — supposé qu'elles appartiennent au quartz, — avec une lame de spath perpendiculaire à l'axe entre les branches d'une pince à tourmalines. De même, lorsque dans une lame parallèle à l'axe la situation de cet axe est connue, il suffit, pour décider de suite si elle est positive ou négative, de la combiner avec une lame perpendiculaire à l'axe prise dans un cristal de caractère connu. Bien entendu, qu'il est nécessaire d'avoir les lames dans les épaisseurs relatives où elles donnent naissance aux anneaux en question. Je présume que le phénomène pourra bien aussi trouver quelque application pour les cristaux à deux axes.

17. Lorsque deux lames parallèles à l'axe, d'épaisseur inégale, sont superposées l'une à l'autre, de manière que leurs axes se croisent à angle droit, l'accélération d'un des rayons par rapport à l'autre, due à leur action combinée, est dans les deux sections principales normales et perpendiculaires entre elles précisément égale à celle qui résulterait d'une lame unique, dont l'épaisseur serait égale à la différence des épaisseurs des

lames combinées, et dont l'axe coïnciderait en direction avec celui de la lame la plus épaisse. Prenons donc deux pareilles lames taillées dans le quartz, et supposons que leurs axes, pour donner au phénomène toute la netteté possible, soient placés à 45° à droite et à gauche du plan de polarisation du rayon incident; on pourra appliquer sur ce système, comme dans le cas d'une lame simple, une lame de spath perpendiculaire à l'axe, et en regardant alors par le second polariscope, on observera de nouveau nos anneaux partiellement renforcés, qui, si la différence d'épaisseur est faible, seront descendus à l'ordre des anneaux habituellement visibles, et qui seront renforcés dans la direction de l'axe de la lame la plus épaisse. Si maintenant on fait tourner une des lames de quartz, de préférence la plus mince, de telle sorte que son axe se rapproche beaucoup du plan de polarisation de l'un ou de l'autre des deux polariscopes perpendiculaires ou parallèles entre eux, on continue à observer, bien qu'à un moindre degré, ce même changement local d'intensité et de couleur dans les anneaux d'ordre inférieur; mais, en outre, les systèmes additionnels d'anneaux d'ordre beaucoup plus élevé se montrent, pour chacune des deux lames séparément, à une distance mutuelle relativement petite. Beaucoup plus loin du centre que ces deux derniers systèmes, on en voit apparaître encore un troisième, composé d'anneaux partiellement renforcés, très fins et nettement limités; celui-ci provient de la sommation des épaisseurs des deux lames, c'est-à-dire de l'addition des retards ou des avances causés par chacune d'elles séparément. En effet, d'après le principe de la superposition des petits mouvements, nous pouvons distinguer, dans la lumière qui émerge de la seconde lame de quartz, quatre rayons à anomalies différentes; ces quatre rayons, combinés de toutes les manières possibles, donnent par interférence, d'abord les phénomènes qui appartiennent à chaque lame séparément, et ensuite ceux qui résultent de l'addition et de la soustraction de leurs avances ou de leurs retards; la question de savoir dans quelle direction dominera soit l'un soit l'autre de ces quatre phénomènes d'interférence, dépend uniquement de la position relative des sections principales normales et de l'intensité qui y est liée, ainsi que de la position des plans de polarisation des rayons réfractés. Je crois pouvoir me dispenser de développer ce point par le calcul, d'autant plus que la chose ne serait pas très aisée, tandis que l'expérience parle avec une clarté suffisante. Ce qui offrirait le plus de difficulté, ce serait précisément la considération exacte de la position relative des plans de polarisation des rayons incidents et réfractés. Plus tard, à l'occasion de phénomènes analogues, je reviendrai sur cette question.

La lame de spath sert ici, en réalité, de moyen pour découvrir les directions dans lesquelles chacun des quatre phénomènes d'interférence possibles est le plus prononcé. On observera facilement, — aussi dans la seconde position de la lame de quartz à laquelle on a imprimé une rotation relative, — que les anneaux sont légèrement déformés, ou plutôt qu'ils ne sont pas circulaires; ceux d'ordre inférieur sont déjà devenus un peu allongés ou elliptiques dans le plan de polarisation de la lumière incidente, et les systèmes d'anneaux additionnels, engendrés par chaque lame séparément, s'écartent l'un de l'autre dans cette même direction et montrent par là qu'ils sont aussi légèrement elliptiques. Toutes ces déviations de la forme circulaire proviennent de ce que la différence de chemin décroît lentement dans la direction de la section principale d'une pareille lame de quartz, tandis qu'elle croît avec la même lenteur dans la direction perpendiculaire. Quand on opère sur une seule lame de quartz, de cette même épaisseur de 2 mm., on ne remarque pas la déviation, parce que tout terme de comparaison fait défaut; ici elle frappe immédiatement, à cause de l'opposition que produisent les deux lames superposées et de laquelle naît spontanément l'occasion de comparer.

Il va sans dire que mes observations, telles que je viens de les décrire, ont eu lieu à la lumière ordinaire du jour, de préférence avec une pince à hérapathites; avec la lumière homogène du sodium, on observerait une si grande quantité d'anneaux de la même couleur, que les particularités en question y seraient comme perdues.

18. Lorsqu'on met l'une sur l'autre deux lames du même cristal et de même épaisseur, dont l'une est taillée perpendiculairement à l'axe et l'autre parallèlement à l'axe, on a pour la différence de chemin, dans la direction de l'axe de la seconde de ces lames, l'expression tout à fait correcte:

$$R^x = \frac{e}{b}\cos r - \frac{e}{b}\cos r'' + \frac{e}{b}\cos r - \frac{e}{a}\cos r = e\left(\frac{2}{b}\cos r - \frac{1}{b}\cos r'' - \frac{1}{a}\cos r\right)$$

$$= e\left(\frac{2\cos r \,.\, \sin i}{\sin r} - \frac{\sin i \cos r''}{\sin r} - \frac{\sin i \cos r}{\sin r''}\right)$$

$$= \frac{\grave{e}}{\sin r \sin r''}\left(2\cos r \sin i \sin r'' - \sin i \cos r'' \sin r'' - \sin i \cos r \sin r\right)$$

$$= \frac{e \sin i}{\sin r \sin r}\left(2\cos r \sin r'' - \tfrac{1}{2}\sin 2r'' - \tfrac{1}{2}\sin 2r\right)$$

$$= \frac{e}{ab \sin i}\left(2\cos r \sin r'' - \tfrac{1}{2}\sin 2r'' - \tfrac{1}{2}\sin 2r\right).$$

Pour la direction perpendiculaire à l'axe, on a avec la même exactitude:

$$R = \frac{e}{b}\cos r - \frac{e}{b}\cos r'' - \frac{e}{b}\cos r + \frac{e}{a}\cos r'' = e\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)\cos r''$$

$$= e\left(\frac{\sin i}{\sin r''} - \frac{\sin i}{\sin r}\right)\cos r'' = \frac{e}{ab\sin i}(\sin r - \sin r'')\cos r''.$$

Ces deux formules toutefois ne donnent lieu à aucune considération spéciale.

Lorsqu'on place l'une sur l'autre, en les croisant, deux lames parallèles à l'axe et de même épaisseur, et que les plans d'incidence, dans lesquels sont situés les axes, font entre eux précisément 90°, on a pour la différence de chemin dans ces plans:

$$R = \frac{e}{b}\cos r - \frac{e}{a}\cos r - \frac{e}{b}\cos r + \frac{e}{a}\cos r'' = \frac{e}{a}(\cos r'' - \cos r).$$

C'est l'expression qu'on obtient en soustrayant simplement l'une de l'autre les différences de chemin qui se produisent, pour une même valeur de i, quand le plan d'incidence passe par l'axe optique et quand il est perpendiculaire à cet axe.

Si l'on compare cette valeur avec la différence de chemin que donne, pour le même angle d'incidence i, une lame perpendiculaire à l'axe et qui a la même épaisseur, on trouve que ces deux valeurs, de signe contraire, sont entre elles dans le rapport $\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{b}}$ ou $\frac{b}{a}$, c'est-à-dire comme l'indice de réfraction extraordinaire est à l'indice ordinaire. En supposant donc que l'on sache déterminer exactement les différences de chemin, et que l'épaisseur des lames mérite confiance, on pourra déduire l'indice extraordinaire de la valeur connue de l'indice ordinaire. Peut-être trouvera-t-on aussi pour les lames minces des cristaux à deux axes une règle analogue, pouvant fournir, en dépit des difficultés d'exécution, des résultats encore suffisamment exacts pour de petits fragments de cristaux.

L'expérience relative aux cristaux à un axe peut encore être présentée sous une autre forme. Prenons deux prismes, — le compensateur de Babinet, — exactement semblables, mais taillés de manière que dans l'un l'arête réfringente soit parallèle à l'axe optique et dans l'autre perpendiculaire à cet axe; prenons en outre une lame taillée dans le même

cristal de quartz perpendiculairement à l'axe. On pourra alors, en faisant marcher les deux prismes, augmenter graduellement l'épaisseur des parties qui se recouvrent, jusqu'à ce que la différence de chemin, engendrée dans la lame perpendiculaire à l'axe placée devant les prismes, soit entièrement compensée pour tous les angles d'incidence. Ce résultat se reconnaîtra à un diamètre complètement éclairé ou incolore, qui coupe tous les anneaux et est naturellement parallèle à l'arête réfringente des prismes; l'épaisseur de la lame perpendiculaire à l'axe sera alors à l'épaisseur combinée des prismes, à laquelle correspond le diamètre en question, comme l'indice extraordinaire de réfraction est au double de l'indice ordinaire.

19. La différence de chemin de deux lames parallèles à l'axe, ainsi croisées à angle droit, a pour formule générale:

$$R=\frac{e}{b}\cos r-\frac{e}{a}\sqrt{\left(1-\sin^2 i\,(a^2\sin^2\varphi+b^2\cos^2\varphi)\right)}$$

$$-\frac{e}{b}\cos r+\frac{e}{a}\sqrt{\left(1-\sin^2 i\,(a^2\cos^2\varphi+b^2\sin^2\varphi)\right)}$$

$$=\frac{e}{a}\Big\{\sqrt{1-\sin^2 i\,(a^2\cos^2\varphi+b^2\sin^2\varphi))}$$

$$-\sqrt{\left(1-\sin^2 i\,(a^2\sin^2\varphi+b^2\cos^2\varphi)\right)}\Big\}$$

$$=\frac{e}{a}\Big\{\sqrt{\left(1-\sin^2 i\,(a^2+(b^2-a^2)\sin^2\varphi)\right)}$$

$$-\sqrt{\left(1-\sin^2 i\,(a^2+(b^2-a^2)\cos^2\varphi)\right)}\Big\};$$

donc, par approximation:

$$R=\frac{e}{a}\Big\{\sqrt{1-a^2\sin^2 i}-\frac{\frac{1}{2}(b^2-a^2)\sin^2\varphi\sin^2 i}{\sqrt{(1-a^2\sin^2 i)}}$$

$$-\sqrt{1-a^2\sin^2 i}+\frac{\frac{1}{2}(b^2-a^2)\cos^2\varphi\sin^2 i}{\sqrt{(1-a^2\sin^2 i)}}\Big\}$$

ou

$$R=\frac{e}{a}\left(\cos r''-\frac{\frac{1}{2}(b^2-a^2)\sin^2\varphi\sin^2 i}{\cos r''}-\cos r''+\frac{\frac{1}{2}(b^2-a^2)\cos^2\varphi\sin^2 i}{\cos r''}\right)$$

$$=\frac{e}{a}\cdot\frac{\cos 2\varphi}{2\cos r''}\sin^2 i\,(b^2-a^2)=\frac{e}{a^2}\,\frac{\cos 2\varphi\sin i\,tg\,r''}{2}\,(b^2-a^2);$$

pour l'écran placé à la distance D, cette formule donne, en supposant de plus $tg\,r'' = sin\,i$:

$$R = \frac{e}{a^2}\,\frac{x^2+y^2}{D^2+x^2+y^2}\,\frac{(b^2-a^2)}{2}\left(\frac{x^2}{x^2+y^2}-\frac{y^2}{x^2+y^2}\right)$$

ou, en abrégeant encore davantage:

$$R = \frac{e}{a^2}\,\frac{x^2+y^2}{D^2}\left(\frac{b^2-a^2}{2}\right)\left(\frac{x^2}{x^2+y^2}-\frac{y^2}{x^2+y^2}\right)$$

$$= \frac{e}{2\,D^2\,a^2}(b^2-a^2)\ (x^2-y^2),$$

par conséquent: $$R \times \frac{2\,D^2\,a^2}{e\,(b^2-a^2)} = x^2 - y^2.$$

Cette équation donne des hyperboles équilatères; il faudrait d'ailleurs, avant tout, y multiplier encore le premier membre par $\frac{sin\,i}{tg\,r'}$. A mesure que $b^2 - a^2$ devient plus grand et que l'épaisseur des lames croît, ces hyperboles se placent mieux dans le champ visuel.

Naturellement, la seconde hyperbole se trouve ici, comme plus haut, en prenant R négatif.

La surface conique embrassant les rayons incidents qui donnent une même différence de chemin, se laisse construire par le calcul de la formule:

$$C = \frac{e}{a}\left\{\sqrt{\left(1 - sin^2 i\,(a^2 + (b^2-a^2)\,sin^2\varphi)\right)}\right.$$

$$\left. - \sqrt{\left(1 - sin^2 i\,(a^2 + (b^2-a^2)\,cos^2\varphi)\right)}\right\}.$$

Cette formule donne pour $sin\,i$ une équation du quatrième degré, de forme quadratique; on en tire pour chaque azimut deux valeurs de $sin\,i$, qui sont égales avec des signes contraires, et qui dépendent de $cos^2\,2\varphi$; pour $\varphi = 45°$ le second membre devient égal à zéro, et par conséquent C est nulle.

20. La différence de chemin est ici égale à zéro pour les rayons transmis normalement et pour les asymptotes des hyperboles. — Quand il s'agit d'une lame unique, cette différence de chemin a pour les rayons transmis normalement la valeur moyenne, à partir de laquelle elle décroît régulièrement pour une des séries d'hyperboles, celles qui ont l'axe de la lame pour axe réel, tandis qu'elle croît avec la même régularité pour l'autre série d'hyperboles, celles qui ont pour axe réel la perpendiculaire

à l'axe optique; pour les communes asymptotes de toutes ces hyperboles, la différence de chemin a alors de nouveau cette même valeur moyenne des rayons transmis normalement. A l'un des côtés de chaque asymptote la différence décroît donc régulièrement, à l'autre côté elle croît régulièrement. — Pour les lames croisées d'épaisseurs égales, on a de même à un côté de l'asymptote des différences de chemin négatives, et à l'autre des différences positives.

Pour des lames croisées d'épaisseurs inégales, qui donnent aussi encore des hyperboles, la distribution des différences de chemin se trouve modifiée. Prenons de nouveau pour exemple notre lame de quartz de tout à l'heure, qui a 2^{mm} d'épaisseur. Dans la direction de l'axe, la différence de chemin diminue à mesure que l'angle d'incidence augmente, de sorte que, si elle s'élève à 30,87 longueurs d'onde pour les rayons normaux, elle est déjà descendue à 25,56 longueurs d'onde pour $i = 60°$; dans la direction perpendiculaire à l'axe, la différence de chemin croît au contraire avec i, de sorte que, si elle a de nouveau une valeur de 30,87 longueurs d'onde pour $i = 0°$, elle a déjà atteint une valeur de 37,21 longueurs d'onde pour $i = 60°$. Mettons maintenant l'une sur l'autre, à axes croisés, deux lames, dont l'une ait 2^{mm} et l'autre seulement $1{,}7^{mm}$ d'épaisseur. Pour les rayons d'incidence normale, la différence de chemin est alors de $30{,}87 - \frac{1{,}7}{2} 30{,}87 = 30{,}87 - 26{,}24 = 4{,}63$ longueurs d'onde. Pour $i = 60°$, les 26,24 longueurs d'onde de la lame la plus mince sont devenues 21,73 dans la direction de l'axe, et 31,63 dans la direction perpendiculaire à l'axe. Suivons maintenant l'axe de la lame la plus épaisse, lequel coïncide avec la ligne perpendiculaire à l'axe de la lame la plus mince. A l'incidence normale, le rayon qui est polarisé suivant le plan normal passant par l'axe de la lame la plus épaisse est retardé de $30{,}87\,\lambda$, et ensuite accéléré de $26{,}24\,\lambda$ par son passage à travers la lame la plus mince; ce qui donne en définitive un retard de $4{,}63\,\lambda$; mais pour $i = 60°$, ce même rayon n'est retardé que de $25{,}56\,\lambda$ par la lame la plus épaisse, tandis qu'il est accéléré de $31{,}63\,\lambda$ par la lame la plus mince, de sorte qu'il y a en somme une accélération de $6{,}07\,\lambda$. On voit qu'il y a ici une inversion d'un retard à une accélération, de $-4{,}63\,\lambda$ à $+6{,}07\,\lambda$; en un certain point intermédiaire, la valeur doit donc passer par 0. Nous avons donc à attendre d'abord cinq hyperboles, à axe réel coïncidant avec l'axe de la lame la plus épaisse, pour les différences de chemin 4λ, 3λ, 2λ, λ et 0 prises négativement, et ensuite cinq hyperboles pour les différences λ à 5λ prises positivement; dans cette série d'hyperboles,

la 1ère et la 9e, la 2e et la 8e, la 3e et la 7e, enfin la 4e et la 6e seront égales entre elles, c'est-à-dire représenteront des anneaux colorés newtoniens du même ordre, tandis que la 5e sera limitée par deux hyperboles également obscures. Mais les hyperboles avec retard, qui sont venues s'adjoindre ici, auront été retranchées de l'autre série d'hyperboles, celles qui ont pour axe réel l'axe optiqne de la lame la plus mince; c'est-à-dire, que ces dernières commenceront immédiatement avec une différence de chemin de 5λ et seront, comme représentant des anneaux d'ordre supérieur, difficilement visibles. J'ai constaté, en effet, que le phénomène se présentait de cette manière avec deux lames de quartz dont l'épaisseur différait à peu près de la quantité que je viens de supposer. En regardant très obliquement à travers les lames placées dans la pince à hérapathites, j'ai trouvé, dans la direction de l'axe optique de la lame la plus épaisse, d'abord les sommets d'au moins six ou sept hyperboles avec retard du rayon polarisé suivant le plan de cet axe, ensuite les sommets d'une couple d'hyperboles très obscures, et enfin ceux des hyperboles ordinaires provenant de l'accélération de ce même rayon; au contraire, dans la direction de l'axe de la lame la plus mince, je ne pus rien observer, même sous l'obliquité la plus forte.

La formule pour la différence de chemin est ici simplement, en nommant e l'épaisseur de la lame la plus épaisse et e' celle de la lame la plus mince:

$$R = e\left\{\frac{1}{a}\cos r - \frac{1}{b}\sqrt{\left(1 - \sin^2 i\,(a^2 \sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi)\right)}\right\}$$

$$- e'\left\{\frac{1}{b}\cos r - \frac{1}{a}\sqrt{\left(1 - \sin^2 i\,(a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi)\right)}\right\}$$

$$= (e - e')\frac{1}{b}\cos r + \frac{e'}{a}\sqrt{\left(1 - \sin^2 i(a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi)\right)}$$

$$-\frac{e}{a}\sqrt{\left(1 - \sin^2 i\,(a^2\sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi\right)}$$

$$= (e - e')\frac{1}{b}\cos r + \frac{e'}{a}\sqrt{\left(1 - \sin^2 i(a^2 + (b^2 - a^2)\sin^2\varphi)\right)}$$

$$-\frac{e}{a}\sqrt{\left(1 - \sin^2 i\,(a^2 + (b^2 - a^2)\cos^2\varphi)\right)};$$

ou, en se contentant de la valeur approchée des racines:

$$R = (e - e')\frac{1}{b}\cos r + \frac{e'}{a}\cos r'' - \frac{e'}{a}\frac{(b^2 - a^2)\sin^2\varphi}{2\cos r''}\sin^2 i$$

$$-\frac{e}{a}\cos r'' + \frac{e}{a}\frac{(b^2 - a^2)\cos^2\varphi}{2\cos r''}\sin^2 i$$

$$=\frac{e-e'}{b}\cos r+\frac{e'-e}{a}\cos r''+\frac{e\cos^2\varphi-e'\sin^2\varphi}{2\cos r''}\cdot\frac{b^2-a^2}{a}\sin^2 i$$

$$=(e-e')\left(\frac{\cos r}{b}-\frac{\cos r''}{a}\right)+\frac{e\cos^2\varphi-e'\sin^2\varphi}{2\cos r''}\cdot\frac{b^2-a^2}{a}\sin^2 i;$$

ou encore, en développant aussi $\cos r$ et $\cos r''$ et négligeant de nouveau les quatrièmes puissances de $\sin i$:

$$R=(e-e')\left(\frac{1-\frac{1}{2}b^2\sin^2 i}{b}-\frac{1-\frac{1}{2}a^2\sin^2 i}{a}\right)+\frac{e\cos^2\varphi-e'\sin^2\varphi}{a}(b^2-a^2)\sin^2 i$$

$$=(e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}+\tfrac{1}{2}(a-b)\sin^2 i\right)+\frac{e\cos^2\varphi-e'\sin^2\varphi}{a}(b^2-a^2)\sin^2 i$$

$$=(e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)+\sin^2 i\left\{\tfrac{1}{2}(e-e')(a-b)+\frac{e\cos^2\varphi-e'\sin^2\varphi}{a}(b^2-a^2)\right\};$$

d'où résulte, pour l'écran placé à la distance D, et en introduisant des coordonnées rectilignes:

$$R=(e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)+\frac{x^2+y^2}{D^2}\left\{\tfrac{1}{2}(e-e')(a-b)+\left(e\frac{x^2}{x^2+y^2}-e'\frac{y^2}{x^2+y^2}\right)\frac{(b^2-a^2)}{a}\right\}$$

$$=(e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)+\frac{\frac{1}{2}(e-e')(a-b)}{D^2}(x^2+y^2)+\frac{ex^2-e'y^2}{D^2}\cdot\frac{b^2-a^2}{a}$$

$$=(e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)+\frac{x^2}{D^2}\left\{\tfrac{1}{2}(e-e')(a-b)+\frac{e(b^2-a^2)}{a}\right\}$$

$$+\frac{y^2}{D^2}\left\{\tfrac{1}{2}(e-e')(a-b)-\frac{e'(b^2-a^2)}{a}\right\}.$$

Cette équation donne de nouveau les deux hyperboles; le coefficient de x^2 est positif. Les hyperboles à axe des x réel ont $R-(e-e')\cdot\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ toujours positif, et comprennent par conséquent aussi les quelques cas où R est négatif et plus petit que $(e-e')\cdot\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$; car cette dernière expression est pour le quartz, qui a $\frac{1}{b}$ plus petit que $\frac{1}{a}$, toujours négative, parce que e est supposé plus grand que e'. Les hyperboles à axe des y réel comprennent toutes les autres valeurs de

$R-(e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ dans lesquelles R est négatif. L'axe des x est ici l'axe optique de la lame la plus épaisse.

21. Pour une lame taillée sous un angle de 45° avec l'axe optique, la formule du paragraphe 5 donne:

$$R=\frac{e}{b}\cos r-\frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{\left(1-a^2\sin^2 i\sin^2\varphi-\frac{2a^2b^2\cos^2\varphi\sin^2 i}{a^2+b^2}\right)}$$
$$-e\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi\sin i;$$

c'est-à-dire, en négligeant les secondes puissances de $\sin^2 i$ et développant la racine, développement dans lequel $\cos r$ est aussi exprimé en $\sin i$:

$$\frac{R}{e}=\left(\frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right)-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}\sin^2\varphi\right.$$
$$\left.-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\cos^2\varphi\right)\frac{x^2+y^2}{D^2+x^2+y^2}$$
$$-\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi\cdot\frac{\sqrt{(x^2+y^2)}}{\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}},$$

où, la distance de l'écran étant nommée D, $\sin i$ est remplacé par sa valeur. Si dans cette expression nous posons encore $\sin^2\varphi=\frac{y^2}{x^2+y^2}$ et $\cos^2\varphi=\frac{x^2}{x^2+y^2}$, elle devient:

$$\frac{R}{e}=\left(\frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right)-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}\right)\frac{y^2}{D^2+x^2+y^2}$$
$$-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)\frac{x^2}{D^2+x^2+y^2}-\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\frac{x}{\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}}.$$

Pour x et y égaux à zéro, c'est-à-dire pour le rayon normal, on a:

$$R=e\left(\frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right).$$

L'origine, à partir de laquelle on compte les valeurs, peut être déplacée sur l'axe des x, de manière à faire disparaître le troisième terme du second membre; en représentant par p la distance de la nouvelle origine à l'ancienne, c'est-à-dire au point où l'écran est rencontré par le rayon transmis normalement, on trouve:

$$p=-\frac{\dfrac{a^2-b^2}{(a^2+b^2)\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}}}{\dfrac{2\left(\dfrac{b}{2}-\dfrac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}{D^2+x^2+y^2}}=-\frac{\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}}{2\left(\dfrac{b}{2}-\dfrac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}.$$

L'origine doit donc être déplacée de la quantité $-p$ dans la direction opposée à celle où est situé l'axe optique. Pour le quartz, nous verrons que la valeur de p est positive et que par conséquent le déplacement doit se faire dans la direction où se trouve l'axe; en outre, la nouvelle origine tombe alors très en dehors du champ visuel.

Substituons maintenant cette valeur de p dans la valeur de $\frac{R}{e}$ et remplaçons l'ancien x par le nouvel x', il vient:

$$\frac{R}{e}-\left(\frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right)+\frac{\left(\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2}{4\left(\dfrac{b}{2}-\dfrac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}-\frac{\left(\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2}{2\left(\dfrac{b}{2}-\dfrac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}=$$

$$-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2}(a^2+b^2)}\right)\times\frac{y^2}{D^2+x^2+y^2}-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)\times\frac{x'^2}{D^2+x^2+y^2},$$

ou

$$\frac{R}{e}-\left(\frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right)-\frac{\left(\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2}{4\left(\dfrac{b}{2}-\dfrac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}=$$

$$\frac{1}{D^2+x^2+y^2}\left\{-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2}(a^2+b^2)}\right)y^2-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)x'^2\right\}.$$

Avec les valeurs attribuées ci-dessus aux indices ordinaire et extraordinaire de la raie $14^{\alpha}\gamma$, on trouve pour le quartz:

$$\frac{1}{b}=1,54419\quad\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}=1,548721;\ \text{donc}\ \frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}=-0,004531.$$

$$\frac{b}{2}=0,323794,\quad\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}=0,322436,\quad\frac{a^2}{\sqrt{2}(a^2+b^2)}=0,320951;$$

par conséquent:

$$\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}=-0,000958\quad\text{et}\quad\frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2}(a^2+b^2)}=0,002843.$$

Ensuite $a^2 - b^2 = -0{,}004898$ et $a^2 + b^2 = 0{,}833844$;

par conséquent $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = -0{,}005874$.

Et enfin $\left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}\right)^2 \frac{1}{4\left(\frac{b}{2} - \frac{a^2 b^2 \sqrt{2}}{(a^2 + b^2)^{3/2}}\right)} = 0{,}009005$;

par conséquent $\frac{R}{e} - (-0{,}004531) - 0{,}009005$

$$= \frac{1}{D^2 + x'^2 + y^2} (-0{,}002843 y^2 - 0{,}000958 x'^2),$$

puis $p = 3{,}065886 \sqrt{(D^2 + x'^2 + y^2)}$.

Négligeant encore, comme ci-dessus, $x^2 + y^2$ vis-à-vis de D^2, il vient:

$$R - 0{,}004474 e = -\frac{0{,}002843 e}{D^2} y^2 - \frac{0{,}000958 e}{D^2} x'^2;$$

ce qui est évidemment l'équation d'une ellipse, dont le centre, ainsi que nous l'avons vu plus haut, est situé loin en dehors du champ visuel, et dont l'axe des x' est à l'axe des y dans le rapport $\frac{\sqrt{\frac{0{,}002843}{0{,}000958}}}{1}$; l'axe des x' a donc environ 1,723 fois la grandeur de l'axe des y.

En renversant les signes, notre équation devient:

$$-R + 0{,}004474 e = \frac{0{,}002843 e.}{D^2} y^2 + \frac{0{,}000958 e.}{D} . x'^2.$$

Pour le rayon normal on a $R = -0{,}004531.e$; cela donne pour $e = 2^{mm}$: $R = -0{,}009062$, c'est-à-dire un peu plus de -15λ. Lorsque le rayon lumineux est infléchi de plus en plus dans la direction qui s'éloigne de l'axe optique, c'est-à-dire dans la direction des x négatifs, R reste négatif et croît d'une manière continue; dans l'autre sens, c'est-à-dire lorsque le rayon réfracté se rapproche de l'axe optique, la différence de chemin va en décroissant. Les rayons ne sont jamais transmis suivant la direction de l'axe même, parce que, avant qu'ils aient pu atteindre cet angle, toute réfraction a déjà cessé; l'équation montre que toutes les valeurs plus grandes de R donneront toujours, dans la première direction, des ellipses véritables.

22. Je n'avais pas sous la main une lame de quartz taillée à l'angle

de 45° par rapport à l'axe, mais je disposais d'un polariscope SAVART, fourni par M. STEEG. En le chauffant dans la benzine, je décollai les lames de cet appareil et obtins ainsi ce dont j'avais besoin. Avec la lumière du sodium, je vis un grand nombre de bandes courbes, qui étaient évidemment les sommets d'ellipses, dont les grands axes se trouvaient dans la direction de la section principale. Avec la lumière du jour, je retrouvai promptement ces bandes; à mesure que la pince à tourmalines était tenue plus obliquement devant l'œil, et que les rayons transmis se rapprochaient ainsi de l'axe optique, il apparaissait successivement de nouvelles bandes, qui devenaient de mieux en mieux visibles, parce qu'elles étaient d'ordre inférieur; par une forte inclinaison, je pouvais arriver jusqu'au second anneau de NEWTON. Dans ces observations, la lame de quartz était toujours placée de manière à ce que sa section principale fît un angle de 45° avec les plans de polarisation des polariscopes croisés. A partir du rayon transmis suivant la normale, je comptai 14 bandes jusqu'à celle qui devenait visible sous l'inclinaison la plus grande; en poussant l'inclinaison à sa dernière limite, je voyais encore apparaître un sommet bleu, que je regardai comme une partie du premier anneau obscur. La lame de quartz, mesurée, me donna très sensiblement une épaisseur de 2^{mm}; les résultats de l'expérience s'accordaient donc d'une manière satisfaisante avec le calcul. Surtout les bandes d'ordre inférieur, plus faciles à juger sous ce rapport, concordaient très bien, quant à leur courbure, avec les sommets d'ellipses ayant le grand axe environ deux fois aussi long que le petit. Il ne pouvait être question ici de mesures exactes; en effet, la formule de l'ellipse n'a elle-même été obtenue que par approximation et en négligeant des quantités relativement assez grandes, et d'ailleurs je n'avais pas sous la main les moyens de mesurer, dans différents azimuts, les angles d'incidence qui correspondent aux bandes successives, ce qui serait pourtant la première condition à remplir. Plus loin de la normale, dans la direction perpendiculaire à l'axe, j'ai trouvé les bandes un peu moins bien courbées; toutefois, en inclinant la pince polarisante, de manière à obtenir aussi de grands angles d'incidence dans cette direction, on retrouve, là également, une forme elliptique bien prononcée.

Notre formule pour l'ellipse, sans déplacement d'origine, est, d'après les nombres trouvés ci-dessus:

$$\frac{R}{e} + 0{,}004531 = -\frac{0{,}002843\,y^2}{D^2+x^2+y^2} - \frac{0{,}000958\,x^2}{D^2+x^2+y^2} + \frac{0{,}005874\,x}{\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}};$$

faisant ici $y = 0$, pour rester sur la section principale de l'axe optique, et multipliant par $D^2 + x^2$, il vient:

$$\left(\frac{R}{e} + 0{,}004531\right)(D^2 + x^2)$$
$$= -\,0{,}000958\,x^2 + 0{,}005874\,x\sqrt{(D^2 + x^2)}.$$

Isolant le radical à l'un des côtés du signe d'égalité, posant $R = 0$, élevant au carré, et opérant la réduction des termes semblables, on obtient:

$$4374760\,\frac{x^4}{D^4} - 66885349\,\frac{x^2}{D^2} = 20529952,$$

où tous les nombres de l'équation précédente sont en outre pris un million de fois plus grands, afin d'éviter les zéros.

Divisons maintenant par le coefficient du premier terme; il vient:

$$\frac{x^4}{D^4} - 15{,}28868\,\frac{x^2}{D^2} = 4{,}69282,$$

équation du quatrième degré et de forme quadratique, dont la racine positive seule peut nous servir ici; on trouve:

$$\frac{x}{D} = \pm\sqrt{+\,7{,}64434 \pm \sqrt{63{,}12882}}$$
$$= \pm\sqrt{15{,}58971} = \pm\,3{,}94838.$$

Mais $\frac{x}{D}$ est la tangente de l'angle d'incidence i; donc, puisque le nombre trouvé est la tangente de 75°47′, c'est cette dernière valeur qui représente ici l'angle i. En substituant pour i la valeur exacte 75°47′15″ dans la formule absolument exacte donnée ci-dessus pour la différence de chemin, et en faisant en outre $\varphi = 0°$, on obtient:

$\frac{R}{e} = -\,0{,}00013$, c'est-à-dire pour $e = 2^{mm}$, $R = -\frac{1}{5}\lambda$ à peu près.

La direction du rayon incident, à laquelle correspondrait la valeur tout à fait nulle de $\frac{R}{e}$, est naturellement celle pour laquelle les deux rayons réfractés, tant ordinaire qu'extraordinaire, parcourraient l'axe optique. Or, cette direction ne saurait être atteinte, puisque $i = 90°$ donne pour l'angle r la valeur 40°21′36″, valeur qui est encore notablement inférieure à 45°; toutefois, au voisinage de l'axe, R devient si petit, que nous pouvons déjà hardiment le regarder comme nul pour $i = 90°$. Ces diverses conclusions se trouvent confirmées, autant qu'il était permis de l'espérer, par mes observations relativement grossières.

Le centre des ellipses semblables entre elles est encore plus éloigné que le point où l'axe optique rencontre l'écran.

23. Si l'on prend deux lames de quartz pareilles à celle que nous venons de considérer, et qu'on les superpose en croisant à angle droit leurs sections principales, on reconstitue le polariscope de Savart. La formule rigoureusement exacte, relative à ce cas, s'obtient en retranchant, de l'expression primitive pour R, cette même expression après qu'on y a remplacé φ par $90° - \varphi$, c'est-à-dire après que $\sin\varphi$ et $\cos\varphi$ y ont été échangés l'un pour l'autre; cette formule est donc:

$$\mathrm{R}^{\mathrm{I}} = e\left\{\frac{1}{b}\cos r - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}\sqrt{\left(1 - a^2\sin^2 i\sin^2\varphi - \frac{2a^2b^2\cos^2\varphi\sin^2 i}{a^2+b^2}\right)} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi\sin i\right\}$$

$$- e\left\{\frac{1}{b}\cos r - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}\sqrt{\left(1 - a^2\cos^2 i\cos^2\varphi - \frac{2a^2b^2\sin^2\varphi\sin^2 i}{a^2+b^2}\right)} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin\varphi\sin i\right\}$$

$$= e\left\{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}\left(\sqrt{\left(1 - a^2\sin^2 i\cos^2\varphi - \frac{2a^2b^2\sin^2\varphi\sin^2 i}{a^2+b^2}\right)} - \sqrt{\left(1 - a^2\sin^2\varphi\sin^2 i - \frac{2a^2b^2\cos^2\varphi\sin^2 i}{a^2+b^2}\right)}\right) - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin i\,(\cos\varphi - \sin\varphi)\right\};$$

ou, en se contentant de la même approximation que ci-dessus:

$$\mathrm{R}^{\mathrm{I}} = \frac{\left(\frac{a^2}{\sqrt{2}\,(a^2+b^2)} - \frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)y^2}{\mathrm{D}^2+x^2+y^2} - \frac{\left(\frac{a^2}{\sqrt{2}(a^2+b^2)} - \frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)x^2}{\mathrm{D}^2+x^2+y^2} - \left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)\left(\frac{x-y}{\sqrt{\mathrm{D}^2+x^2+y^2}}\right).$$

Si l'on veut chasser de cette équation les premières puissances de x et de y, l'origine doit être déplacée, dans le sens des x négatifs, de la quantité

$$\frac{\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}}{2\left(\frac{a^2}{\sqrt{2}(a^2+b^2)}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)},$$

et aussi de la même quantité dans le sens des y négatifs. Pour le quartz cette quantité est positive; l'origine est donc située sur la bissectrice de l'angle formé par les traces des deux sections principales, dans le quadrant opposé à celui qui est limité par les deux axes; elle se trouve, de plus, à une très grande distance en dehors du champ visuel. Les lignes courbes sont des hyperboles équilatères, attendu que les coefficients de x^2 et de y^2 diffèrent de signe, mais sont d'ailleurs égaux.

Mettons encore notre équation sous cette forme simple:

$$\frac{R^{\mathrm{I}}}{e}=Ay^2-Ax^2-B(x-y)=A(y^2-x^2)-B(x-y)=(y-x)[B+A(x+y)].$$

Pour x et y égaux à zéro, R est aussi égal à zéro; la différence de chemin est donc nulle pour la direction normale aux lames combinées; elle reste nulle pour tous les points qui correspondent à $x-y=0$, ou $x=y$, c'est-à-dire pour la direction signalée tout à l'heure, celle de la bissectrice de l'angle des deux sections principales. Cette direction, pour laquelle on a $x=y$, constitue une des asymptotes de nos hyperboles équilatères.

Mais R^{I} sera aussi égal à zéro pour $B+A(x+y)=0$, c'est-à-dire pour $x=-y-\frac{B}{A}$. Or nous avons vu ci-dessus que les déplacements à faire subir à l'origine, suivant les axes des x et des y, pour chasser les premières puissances de ces coordonnées, ont pour valeur $\frac{B}{2A}$. En écrivant donc notre équation de tout à l'heure sous la forme $x+\frac{B}{2A}=-\left(y+\frac{B}{2A}\right)$, on reconnaît que les points indiqués par cette équation, et pour lesquels R^{I} est aussi égal à zéro, sont situés sur l'autre asymptote des hyperboles équilatères, laquelle tombe très en dehors du champ visuel.

Soit, pour prendre un exemple, $\frac{R^{\mathrm{I}}}{e}=\frac{n\lambda}{e}$; on doit alors avoir:

$$\frac{n\lambda}{e}=A(y^2-x^2)-B(x-y).$$

Aussi longtemps que les rayons incidents s'éloignent peu de la normale

et que par conséquent x et y restent près du centre du champ visuel, la quantité $\frac{B}{A}$, de l'ordre de la distance D à laquelle est placé l'écran, — pour notre quartz exactement $= \frac{5874}{1885} D = 3{,}1163$ D, — est très grande relativement à x et à y. Représentant donc de nouveau notre équation par $\frac{n\lambda}{e} = A\,(y-x)\left(\frac{B}{A} + (x+y)\right)$, nous pourrons négliger $x+y$ dans le second membre, ce qui donne: $\frac{n\lambda}{e} = A\,(y-x)\frac{B}{A}$ ou $\frac{n\lambda}{e} = B\,(y-x)$; par conséquent $x = y - \frac{n\lambda}{eB}$, c'est-à-dire $x = y + \frac{n\lambda D}{0{,}005874\,e}$, ou en prenant pour λ la valeur 0,000589537, $x = y + \frac{nD}{10{,}036\,e}$, et pour $e = 2^{mm}$, $x = y + \frac{nD}{20{,}072}$. Les points pour lesquels les différences de chemin s'élèvent à λ, 2λ, 3λ, etc., forment donc des lignes droites parallèles à la ligne qui traverse le milieu du champ en faisant un angle de 45° avec les deux sections principales, et la distance mutuelle de ces lignes est $\frac{D}{10{,}036\,e} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}$, ou, pour des lames de 2^{mm} d'épaisseur, $\frac{D}{20{,}072} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2}$. Il va sans dire que l'équation donne des lignes toutes semblables dirigées parallèlement à l'autre asymptote, qui est située hors du champ visuel; mais ces lignes sont invisibles ou plutôt imaginaires. — Les valeurs négatives de y conduiront de la même manière aux lignes d'égale différence de chemin situées, aux mêmes distances, à l'autre côté de notre asymptote.

Si cette asymptote se trouve dans le plan de polarisation de l'un des deux polariseurs croisés à angle droit, elle est complétement obscure et accompagnée à droite et à gauche de bandes égales et également colorées; à mesure qu'elle s'éloigne de cette position, elle devient de plus en plus brillante. Nous retrouvons ainsi les phénomènes du polariscope de Savart.

24. Lorsque les deux lames pareilles sont superposées de telle sorte que les axes optiques tombent bien dans le même plan, mais en sens contraire, l'un plongeant par exemple dans la direction des x positifs, l'autre dans celle des x négatifs, l'angle φ doit être remplacé pour l'une des deux lames par $180° - \varphi$.

Les deux équations pour la différence de chemin, qui maintenant

doivent être ajoutées l'une à l'autre, diffèrent alors uniquement par le signe de *cos* φ dans le terme sans radical. On a par conséquent :

$$\frac{R^{II}}{2e}=\frac{1}{b}\cos r-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}\sqrt{\left(1-a^2\sin^2\varphi\sin^2 i-\frac{2a^2b^2}{a^2+b^2}\cos^2\varphi\sin^2 i\right)},$$

c'est-à-dire, avec le même degré d'approximation que ci-dessus :

$$\frac{R^{II}}{2e}(D^2+x^2+y^2)+\left(\frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right)=-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2}\,(a^2+b^2)}\right)y^2$$
$$-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)x^2.$$

ou, en négligeant dans le premier terme x^2+y^2 vis-à-vis de D^2 :

$$\frac{R^{II}}{2e}D^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right)=-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2}(a^2+b^2)}\right)y^2$$
$$-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)x^2.$$

Cette équation donne des ellipses semblables à celles des lames isolées, c'est-à-dire ayant le même rapport entre leurs axes ; mais les carrés des axes des ellipses successives augmenteront ici de $\frac{\lambda}{2e}D^2$ divisé par les coefficients de y^2 et de x^2, au lieu d'augmenter de $\frac{\lambda}{e}D^2$ divisé par les coefficients correspondants ; ils croîtront donc plus lentement. En outre, et cela a plus d'importance, le centre commun de ces ellipses sera situé au milieu du champ visuel, c'est-à-dire sur le rayon transmis normalement.

Si l'on substitue par exemple $R^{II}=-0{,}000589537\,\lambda^{II}$ dans l'équation générale, on obtient :

$$-{,}000589537\frac{\lambda^{II}}{2e}=\frac{1}{b}\cos r-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{\left(1-a^2\sin^2\varphi\sin^2 i\right.}$$
$$\left.-\frac{2a^2b^2}{a^2+b^2}\cos^2\varphi\sin^2 i\right),$$

où λ^{II} représente le nombre des longueurs d'onde qui sont comprises dans R^{II}.

En faisant ici $i=0°$, et avec les valeurs de $\frac{1}{b}$ et $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}$ données ci-dessus, pour $e=2^{mm}$, je trouve que la différence de chemin des rayons transmis normalement s'élève à $\lambda^{II}=30{,}743$. En faisant $i=30°$,

je trouve pour $\varphi = 0°$, c'est-à-dire dans la direction du grand axe, $\lambda^{II} = 32,470$; et pour $\varphi = 90°$, c'est-à-dire dans la direction du petit axe, $\lambda^{II} = 35,822$. On voit par là que ces ellipses, dans lesquelles les différences de chemin des rayons interférents s'élèvent à plus de 30 longueurs d'onde, apparaîtront dans le champ visuel sous des dimensions extraordinairement grandes, et très écartées l'une de l'autre. Une différence relativement assez grande entre les inclinaisons des axes par rapport à la face réfringente, ou un défaut de parallélisme des sections principales des deux lames, n'aura par suite que très peu d'influence sur le degré de netteté des ellipses; seulement, le centre de celles-ci s'en trouvera déplacé.

25. Jusqu'à présent nous n'avons pas tenu compte de la position exacte des plans de polarisation des rayons incidents, réfractés et émergents. La définition spéciale, applicable à toutes les lames, que j'ai proposée pour le plan de polarisation et par conséquent pour la direction de vibration d'un rayon quelconque du faisceau convergent, aussi bien que le résultat d'un calcul exact de la position des plans de polarisation des rayons réfractés pour des lames parallèles ou inclinées à l'axe optique, — définition et résultat qui sont tous les deux dans le rapport le plus étroit avec la position du plan d'incidence et avec l'angle d'incidence, — se résolvent simplement, lorsqu'il s'agit d'une lame isolée, en un écart dans l'intensité relative des différentes parties du même anneau d'interférence. Comme, pour le moment, il ne saurait guère être question de mesures exactes de cette intensité, et que par suite je me suis borné à considérer la forme et la disposition des bandes d'interférence, j'ai pu, pour ces lames isolées, passer sous silence la position des plans de polarisation, d'autant plus que i restait relativement petit. Mais il en est tout autrement lorsqu'on combine deux ou plusieurs lames, taillées les unes parallèlement, les autres obliquement à l'axe; dans ce cas, pour juger des résultats que cette superposition peut produire, il est absolument nécessaire de tenir compte de la position calculée exacte des plans de polarisation des rayons réfractés par les lames parallèles et par les lames obliques.

Dans la combinaison, considérée plus haut, d'une lame parallèle à l'axe optique avec une lame perpendiculaire à cet axe, nous avions, — φ représentant l'azimut du plan d'incidence par rapport à la section principale de la lame parallèle à l'axe, — outre le changement dans la position des plans de polarisation des rayons réfractés par cette lame, changement qui pour φ invariable dépend de l'angle r, encore la vraie modification principale, celle de la position relative des plans de pola-

risation des rayons transmis par les deux lames, laquelle dépend uniquement de φ. Cette dernière fait déjà à elle seule que, par un changement dans l'azimut du plan d'incidence de $\varphi = 0°$ à $\varphi = 90°$, le même rayon de la lame parallèle, savoir l'ordinaire, qui était d'abord aussi rayon ordinaire pour la lame perpendiculaire à l'axe, devient finalement rayon extraordinaire pour cette lame perpendiculaire, et réciproquement; l'influence de r, laquelle varie avec r et φ et atteint un maximum pour $\varphi = 45°$, vu que r reste toujours relativement petit, est beaucoup moins importante. La connaissance précise de la position des plans de polarisation n'en était pas moins très désirable; mais, comme il ne pouvait être question que de comparaisons, non de mesures, j'ai esquivé les difficultés en parlant seulement des deux directions principales $\varphi = 0°$ et $\varphi = 90°$, pour lesquelles tous les rayons réfractés, quelle que soit la valeur de r, ont les mêmes plans de polarisation. Avec deux lames parallèles à l'axe, qui sont superposées en croix, le rayon ordinaire d'une des lames devient partout rayon extraordinaire pour l'autre, et vice-versa. Cela n'est de nouveau pas exact d'une façon absolue, sauf pour les rayons transmis normalement et pour tous les rayons situés dans les azimuts $\varphi = 0°$ et $\varphi = 90°$; dans tous les autres azimuts, la déviation mutuelle des plans de polarisation des rayons qu'on se représente comme les prolongements l'un de l'autre, croît avec r et atteint toujours son maximum pour $\varphi = 45°$. Néanmoins, ici encore j'ai passé à côté de la difficulté, attendu que je ne pouvais observer aucun phénomène d'interférence correspondant.

On ne doit pas confondre ce dont il est question en ce moment avec ce qui a été dit plus haut au sujet de la superposition de deux lames parallèles et d'une troisième perpendiculaire à l'axe; les effets qui ont été signalés alors ne prouvent rien en faveur de la visibilité du phénomène sommatoire dans le cas actuel. D'abord, la lame perpendiculaire à l'axe est précisément le seul moyen par lequel j'aie pu mettre cette sommation en évidence, et, en second lieu, j'augmentais alors artificiellement la déviation mutuelle des plans de polarisation en faisant tourner l'une des lames; comparée à cette augmentation, la déviation naturelle, dont il s'agit ici, bien que conservant la même grandeur, n'avait aucune importance.

26. Mais, en arrivant maintenant au cas où les axes plongent d'un angle de 45° sous la face réfringente, il n'est plus possible de passer simplement par-dessus ces déviations, dépendantes de r, entre les plans de polarisation des rayons réfractés considérés comme le prolongement l'un de l'autre. Déjà pour la position croisée, on trouve par le calcul

du paragraphe 6 que, pour $r = 7°$ et $\varphi = 45°$, les plans de polarisation d'un rayon qui est ordinaire dans une des lames et extraordinaire dans l'autre font entre eux, — quand ce rayon réfracté tombe dans le quadrant où les deux axes plongent sous la face réfringente, — un angle de 11°7′, tandis que nous supposons ordinairement que ces plans coïncident. Lorsqu'on a $\varphi = 0°$ ou $= 90°$, l'angle en question reste encore à peu près égal à l'angle de réfraction, c'est-à-dire à 7°. Pour de plus grandes valeurs de r, cet angle devient comparativement à r de plus en plus petit, c'est-à-dire qu'il est égal à r multiplié par une fraction successivement décroissante; pour $r = 90°$ il serait de 45° ou $\frac{1}{2}r$; tandis que, si les axes optiques sont situés perpendiculairement l'un à l'autre dans la face réfringente, cet angle, même pour $\varphi = 45°$ et $r = 20°$, ne s'élève pas à plus de 3°34′.

Lorsque, au contraire, les sections principales normales de nos deux lames taillées sous l'angle de 45° coïncident entre elles, mais de manière que les axes soient dirigés de côtés opposés, alors, pour l'azimut $\varphi = 90°$, la déviation entre les plans de polarisation des rayons qu'on regarde comme le prolongement l'un de l'autre monte au double de ce qu'elle est, dans le même azimut, pour les mêmes lames, lorsque celles-ci sont croisées; elle est donc, pour de petites valeurs de r, à peu près égale à $2r$. Pour $r = 0°$, dans l'azimut en question, cet angle des plans de polarisation regardés comme coïncidents est de 180° ou de 0°, c'est-à-dire que ces plans coïncident réellement; mais si r pouvait devenir égal à 90°, cet angle serait aussi égal à 90°, et par conséquent égal à r simple; par l'accroissement continu de l'angle d'incidence, on arriverait alors à ce point extrême, où les plans de polarisation qui primitivement étaient coïncidents deviendraient perpendiculaires entre eux, tandis que ceux qui étaient perpendiculaires viendraient en coïncidence. Sans doute, ce point n'est jamais atteint, puisque l'angle r ne peut pas devenir égal 90°; mais, même pour des angles plus petits, la déviation en question prend déjà bientôt une valeur notable, et il arrive relativement assez vite que les deux rayons transmis par la première lame sont divisés par la seconde chacun séparément en deux parties égales, de sorte que, à cet angle d'incidence, les phénomènes d'interférence qui reposent sur l'opposition deviennent tout aussi intenses que ceux qui dépendent de la coïncidence.

C'est seulement pour $\varphi = 0$ que la déviation est toujours nulle, quelle que soit la valeur de r; en d'autres termes, dans la section principale normale, les plans de polarisation, qui coïncident pour les rayons transmis normalement, continuent à coïncider quelque accroissement que

prenne la grandeur de l'angle d'incidence i. Pour tout autre azimut, la déviation peut être facilement calculée quand r est connu; r restant le même, elle est, pour un azimut plus grand que 0°, toujours plus petite que pour $\varphi = 90°$. Les quatre quadrants sont ici identiques. Pour tout cône à base circulaire, ayant pour axe la normale à la face réfringente et formé entièrement de rayons lumineux, la déviation augmentera donc d'une manière continue, dans chaque quadrant, à partir de l'azimut 0° jusqu'à l'azimut 90°, en commençant chaque fois par la valeur zéro.

Les formules du paragraphe 6, qui font connaître s, q et p, peuvent être appliquées immédiatement; il suffit de remplacer i et β par r et φ dans celle relative à s et dans celle relative à q. L'angle β est compté à partir du plan d'incidence; nous prenons φ en partant de la section principale normale. Pour la commodité, comptant φ et α en sens opposé, nous donnerons au plan d'incidence, ou plutôt au plan de réfraction, une position dans le premier quadrant entre le plan de polarisation de la lumière incidente parallèle et la section principale normale; l'angle formé par le plan de polarisation du rayon réfracté ordinaire de la première lame avec le plan de polarisation du rayon incident, plan qui a été défini au susdit paragraphe 6, est alors égal à $s+p$ pour la lame taillée obliquement à l'axe, et égal à $q+p$ pour la lame parallèle à l'axe. — Nous désignerons cet angle, d'une manière générale, par S; de même nous représenterons par T l'angle compris entre les plans de polarisation des rayons ordinaires des deux lames qui sont considérés comme le prolongement l'un de l'autre; en faisant alors l'intensité du rayon incident égale à l'unité, et nommant R l'avance du rayon ordinaire dans la première lame, et u cette même avance exprimée en arc, — c'est-à-dire l'anomalie plus un certain nombre de circonférences entières, — nous avons pour l'écart

dans le rayon ordinaire: $\cos S \cos (O + u)$
et dans le rayon extraordinaire: $\sin S \cos O$,

en comptant à partir d'un angle arbitraire O.

Après le passage par la seconde lame, pour laquelle R' et u' ont la même signification que R et u pour la première, on a alors quatre rayons, savoir:

les ordinaires: $\cos S \cos T \cos (O + u + u')$ et $\sin S \sin T \cos (O + u')$
et les extraordinaires: $\cos S \sin T \cos (O + u)$ et $\sin S \cos T \cos O$.

D'après le principe de la superposition des petits mouvements, ces

quatre rayons peuvent être considérés comme donnant chacun leurs vibrations propres. Ils permettent six combinaisons, savoir:

$$\cos S \cos T \cos (O + u) \text{ avec } \sin S \cos T \cos O,$$

qui donne les phénomènes d'interférence sommatoires;

$$\sin S \sin T \cos (O + u') \text{ avec } \cos S \sin T \cos (O + u),$$

qui donne les phénomènes d'interférence différentiels;

$$\cos S \cos T \cos (O + u + u') \text{ avec } \sin S \sin T \cos (O + u')$$
$$\text{et } \cos S \sin T \cos (O + u) \text{ avec } \sin S \cos T \cos O,$$

qui agissent ensemble et continuent à donner les phénomènes d'interférence pour la première lame séparément; enfin

$$\cos S \cos T \cos (O + u + u') \text{ avec } \cos S \sin T \cos (O + u)$$
$$\text{et } \sin S \sin T \cos (O + u') \text{ avec } \sin S \cos T \cos O,$$

qui continuent de même à donner les phénomènes d'interférence particuliers de la seconde lame.

En un certain sens, il n'y a pas lieu de se préoccuper de la position du plan de polarisation de l'analyseur; elle ne change rien à la forme des courbes d'interférence, que je veux considérer ici exclusivement; elle détermine seulement dans certains azimuts des particularités, qui en ce moment n'ont aucun intérêt pour nous. Le calcul exact de S et T pourrait nous apprendre si les divers rayons lumineux existent finalement avec une intensité suffisante pour rendre visible celui des quatre phénomènes interférentiels, ci-dessus indiqués, que l'on cherche à observer.

Les paragraphes précédents contiennent quelques remarques générales concernant l'angle T. La forme des courbes d'interférence dépend uniquement de u et u' ou, si l'on veut, de R et R'; le seul point qui reste à décider, c'est de savoir si R, R', R—R' et R+R' changent assez rapidement dans le champ visuel pour donner des phénomènes visibles, ou si, au contraire, ils changent avec une rapidité tellement grande que, pour observer ces phénomènes, il faille avoir recours à des lames plus minces ou à des appareils grossissants. La grandeur de ces différences de chemin déterminera si l'on doit employer de la lumière homogène pour débrouiller les phénomènes interférentiels superposés des différentes longueurs d'onde; cette grandeur ne pourra vraisemblablement pas dépasser 13 longueurs d'onde sans nécessiter l'emploi de la lumière homogène, à moins que par l'un ou l'autre moyen on ne retranche d'un coup une partie constante à toutes ces différences de chemin pour un

certain nombre de bandes ou de lignes courbes successives, et qu'on ne les ramène ainsi aux ordres inférieurs de NEWTON.

27. Récapitulons maintenant les systèmes de lames dont nous nous sommes servis. La lame de spath calcaire perpendiculaire à l'axe éprouvait, comme je l'ai déjà dit, l'action mentionnée en dernier lieu par suite de sa combinaison avec une ou deux lames de quartz parallèles à l'axe; c'est là ce qui rendait visibles ses anneaux d'ordre supérieur. Réciproquement, on peut donc dire que la lame de spath démontre ici l'existence de ces rayons à grandes différences de chemin dans la lumière qui émerge de la lame de quartz. — Les hyperboles dont il est ordinairement question pour deux lames de quartz parallèles disposées en croix, sont le phénomène différentiel; l'existence de la combinaison qui leur donne naissance est indiquée par le renforcement partiel des anneaux d'ordre inférieur du spath. Nous avons donc encore à nous enquérir du phénomène sommatoire. Les formules du paragraphe 18, qui doivent être additionnées, apprennent que lorsque les lames de quartz ont la même épaisseur, la figure d'interférence cherchée consiste en cercles de très grands rayons, qui ont pour centre le milieu du champ visuel; pour de très petites différences entre e et e', ces cercles se transforment en ellipses de plus en plus allongées, qui conservent le même centre; pour un rapport déterminé entre e et e', ces ellipses deviennent des lignes droites, qui s'étendent de part et d'autre parallèlement à l'axe des x ou à l'axe des y; enfin, pour un écart encore plus grand entre e et e', les droites font place à des hyperboles, qui ont encore toujours le même centre. Mais, de tout cela, rien n'est visible, parce que les coefficients de x^2 et y^2 sont si petits que la différence de chemin est sensiblement constante dans toute l'étendue du champ visuel. Je ne parle pas ici, bien entendu, du cas où les épaisseurs e et e' présentent entre elles une différence considérable. Les anneaux d'ordre très élevé, qui deviennent visibles pour la lame de spath, prouvent en tout cas, ainsi que je l'ai dit, l'existence de ces rayons sommatoires dans la lumière émergente.

28. Les lames de quartz taillées sous un angle de 45° et assemblées à angle droit donnent la combinaison de SAVART. Les raies de SAVART sont de nouveau un phénomène différentiel, qui, à cause de la petitesse des différences de chemin, peut être observé dans la lumière composée du jour. En dirigeant la pince à hérapathites, dans laquelle la combinaison est placée, vers une flamme à sodium, on peut trouver, surtout quand les rayons incidents sont fortement inclinés, les systèmes d'ellipses qui appartiennent à chacune des lames séparément. Il nous manque

alors encore le phénomène sommatoire, pour lequel il faut faire l'addition des formules du paragraphe 23. Si nous supposons aux deux lames la même épaisseur, cette addition nous donne des cercles, dont le centre commun se trouve à une grande distance sur la diagonale du troisième quadrant, — le premier est celui qui est limité par les axes des deux lames, — et qui me paraissent être encore assez espacés dans le champ visuel pour qu'on puisse les distinguer. Pour nos lames de 2mm d'épaisseur ils commencent, au milieu du champ visuel, avec une différence de chemin d'environ 30 λ; mais je ne suis pas parvenu à les observer.

Cet insuccès tient probablement à ce que les quatre quadrants présentent un grand désaccord sous le rapport de la position relative des plans de polarisation, telle que les deux lames la demandent dans un rayon qui les parcourt successivement. Contentons-nous de comparer à cet égard quatre rayons qui tombent, sous le même angle d'incidence i, dans les quatre azimuts 45°, 135°, 225° et 315°, et bornons-nous en outre à considérer les plans de polarisation des rayons ordinaires.

Les azimuts sont comptés à partir de la section principale normale d'une des deux lames, et le premier quadrant est celui qui est limité par les deux plans principaux normaux et dans lequel plongent les deux axes. Rappelons d'abord que le dernier rayon ordinaire qui peut émerger d'une lame de quartz a un angle de réfraction de 40° 21′ 30″, et que le dernier rayon extraordinaire capable de traverser une pareille lame forme, quand l'indice extraordinaire atteint son maximum, à un angle de réfraction de 40° 4′ 21″. Représentons-nous en outre le plan qui passe par les axes optiques des deux lames menés par l'origine; alors le rayon réfracté, qui suit exactement ce plan dans l'azimut de 45°, aura l'angle de réfraction $r = 35° 15' 52''$, auquel correspond, en supposant qu'il s'agisse d'un rayon ordinaire, l'angle d'incidence $i = 63° 4' 3''$.

Maintenant, pour i et $r = 0$, l'angle compris entre les plans de polarisation des rayons ordinaires qui dans les deux lames sont le prolongement l'un de l'autre est, dans tous les azimuts, précisément égal à 90°. Lorsque le rayon réfracté s'éloigne de la normale dans l'azimut 225°, l'angle en question diminue graduellement; lorsque ce rayon s'éloigne de la normale dans le deuxième et le quatrième quadrant, dans les azimuts 135° et 315°, l'angle diminue encore de la même manière pour tous les deux, quoique suivant une autre loi que pour l'azimut 225°; mais lorsque ce rayon s'éloigne de la normale dans l'azimut 45°, l'angle augmente, devient égal à 180° pour $r = 35° 15' 52''$ et continue encore à croître de plus en plus au-delà de 180°. Cela veut dire, en réalité,

que dans le premier quadrant, pour rester en accord avec les trois autres, nous devons prendre le prolongement de l'un des plans de polarisation, c'est-à-dire la partie de ce plan qui, à partir du rayon, s'éloigne de l'axe optique. Cette circonstance est sans doute bien suffisante pour embrouiller les phénomènes sommatoires cherchés.

29. Lorsque les lames taillées obliquement sont assemblées de façon que leurs sections principales normales soient parallèles, nous avons trouvé ci-dessus que le phénomène sommatoire donne de grandes ellipses, très écartées l'une de l'autre, et dont les centres se trouvent dans le milieu du champ visuel. Les plans de polarisation des rayons refractés regardés comme coïncidents dans les deux lames s'écartent alors de plus en plus l'un de l'autre pour des valeurs croissantes de i, et le plus dans les azimuts $\varphi = 90°$ et $\varphi = 270°$. On peut demander quels seront ici les phénomènes d'interférence produits par soustraction. Dans la supposition de l'épaisseur égale des lames, les formules du paragraphe 23 donneront la réponse à cette question; il suffit de changer dans celles relatives à R l'angle φ en $180° - \varphi$, ainsi qu'il a été fait au paragraphe 24, puis de soustraire R et R' l'un de l'autre au lieu de les additionner. Le résultat est

$$R^{II'} = R - R' = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \, 2\, e \sin i \cos \varphi,$$

équation qui peut aussi s'écrire de cette manière:

$$\sin i = \frac{R^{II'}}{2e} \cdot \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \cdot \frac{1}{\cos \varphi}.$$

En remplaçant les sinus de i par les tangentes, celles-ci seront représentées dans le champ visuel par les rayons vecteurs menés de l'origine aux différents points. Si l'on prend $R^{II'}$ constant, tous les points qui correspondent à la même différence de chemin se trouveront sur une ligne parallèle à l'axe des y, perpendiculaire par conséquent à la commune section principale normale, c'est-à-dire à l'axe des x, et coupant cet axe des x à une distance de l'origine égale à $\frac{R^{II'}}{2e} \cdot \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$.

En substituant les valeurs de a et de b, et exprimant $R^{II'}$ en longueurs d'onde de la raie $14''\gamma$, c'est-à-dire de D de FRAUNHOFER, la formule devient $\sin i = \frac{1}{0{,}023496} \times \frac{\lambda^{II'} \cdot \lambda}{\cos \varphi}$, où $\lambda^{II'}$ représente le nombre de ces longueurs d'onde, et où $\lambda = 000589537^{mm}$.

Il ne nous reste plus à considérer qu'une dernière combinaison, celle de lames parallèles à l'axe réunies de façon que leurs sections principales normales coïncident. Ici les déviations des plans de polarisation,

dont il a été partout question dans ce qui précède, sont constamment nulles; il n'y a donc à observer que le phénomène sommatoire, dans lequel se confondent d'ailleurs les phénomènes propres à chaque lame en particulier. Cette combinaison, en effet, se réduit à constituer une lame d'une épaisseur double.

30. Voyons maintenant ce que l'observation nous apprend au sujet des phénomènes des lames inclinées à l'axe combinées comme il a été dit tout à l'heure. Lorsqu'on introduit la combinaison des quartz de Savart dans la pince à hérapathites, et qu'on tourne celle-ci vers une flamme à sodium, la position la plus avantageuse des quartz est, comme l'on sait, celle où les sections principales font un angle de 45° avec les plans de polarisation des polariscopes placés soit parallèlement soit perpendiculairement; on voit alors parfaitement les franges de Savart, tandis que les ellipses propres à chaque lame ne se distinguent que faiblement. Si, au lieu de la combinaison de Savart, j'introduis maintenant dans la pince la combinaison de tout à l'heure, de façon que la commune section principale des lames de quartz fasse aussi un angle de 45° avec les plans de polarisation des polariscopes, je vois encore immédiatement les grandes ellipses sommatoires, mais les ellipses propres à chaque lame sont plus distinctes qu'avec la combinaison de Savart, de sorte que les ellipses sommatoires obscures paraissent composées de petits carreaux alternativement obscurs et moins obscurs; lorsqu'on fait légèrement dévier la pince, de manière à ne plus regarder la flamme directement, ces ellipses forment un ensemble mieux lié. Quant aux bandes droites qui résultent d'une soustraction, on n'en voit pas trace en observant dans la lumière homogène. Si au contraire on observe à la lumière ordinaire du jour ou d'une lampe, les phénomènes précédents disparaissent tout à coup, parce qu'ils sont dus à des différences de chemin relativement considérables; mais à leur place se montrent faiblement, à droite et à gauche de l'axe des y, ces bandes de soustraction, qui sur cet axe même commencent avec une différence de chemin égale à zéro. En faisant alors tourner la pince dans l'un ou dans l'autre sens autour de la trace commune des sections principales des lames de quartz, c'est-à-dire autour de l'axe des x, on voit ces bandes devenir de plus en plus distinctes; cela est tout à fait d'accord avec ce qui a été dit plus haut, puisque l'écart entre les plans de polarisation, regardés comme coïncidents, des rayons réfractés par les deux lames de quartz est égal à zéro pour le cas de la transmission normale, et croît successivement, le plus fortement dans l'azimut de 90°, pour des valeurs croissantes de i.

Sur un écran placé à la distance D, ces bandes seront situées l'une

par rapport à l'autre à des intervalles marqués par $\frac{D\lambda}{2e} \cdot \frac{1}{0,005874}$, c'est-à-dire, pour nos valeurs, de 0,0251 D.

Je suis porté à croire que dans tous ces phénomènes, pour expliquer l'intensité avec laquelle se maintiennent les phénomènes interférentiels propres à chaque lame, on doit tenir compte de la diffusion de la lumière à son passage à travers la surface de ces lames.

31. Tout ce qui a été dit des lames de quartz s'applique naturellement aussi, *mutatis mutandis*, aux lames de spath d'Islande; seulement les anneaux seront beaucoup plus petits et tous les phénomènes plus déliés, en supposant que les lames aient la même épaisseur pour les deux substances; ou bien, si l'on veut conserver aux phénomènes un développement égal, il faudra que l'épaisseur des lames de spath ne soit qu'une faible fraction de celle des lames de quartz. J'ai sous la main différentes lames de spath calcaire, les unes perpendiculaires, les autres parallèles à l'axe, et toutes d'environ 2^{mm} d'épaisseur; avec les lames parallèles, dans la lumière du sodium, je vois très bien les hyperboles. Toutes ces lames, de même que les lames perpendiculaires et parallèles de quartz dont je me suis servi, ont été taillées par M. HOFMANN; elles accompagnaient les prismes de quartz et de spath dont j'ai déterminé antérieurement les indices de réfraction. Lorsque j'étais encore à Deventer, j'avais fait venir pour le cabinet de physique, à l'occasion du Mémoire d'OHM, une couple de lames de spath calcaire taillées parallèlement aux faces latérales du rhomboèdre. Elles montraient avec une netteté parfaite les ellipses dont il a été question tout à l'heure, mais sous des dimensions notablement moindres que celles des ellipses du quartz. Ce phénomène est précisément celui par la considération duquel OHM ouvre son grand travail [1]).

32. Après avoir parcouru mon Mémoire, on se demandera peut-être pourquoi je l'ai écrit, alors que ce sujet avait déjà été abordé et exploré dans tous les sens par beaucoup de physiciens éminents, parmi lesquels je me bornerai à citer MÜLLER [2]), AIRY [3]), LANGBERG [4]) et OHM. Quelques mots de justification ne seront donc pas déplacés. Ordinairement on donne pour base à l'étude de ce sujet la formule exprimant l'intensité

[1]) G. S. OHM, *Erklärung aller in einaxigen Krystall-platten wahrnehmbaren Interferenz-Erscheinungen*, 4°, P. I et II München, 1852 et 1853. P. I, p. 6.

[2]) POGGENDORFF's *Annalen*, 1834, T. XXXIII, p. 822.

[3]) *Mathematical Tracts*, p. 360.

[4]) POGGENDORFF's *Annalen*, *Ergänzungs-Band*, 1842, p. 529.

de la lumière qui émerge du second polariscope, et on se crée ainsi des embarras qui ne sont pas en proportion avec la valeur des observations qu'on peut exécuter pour contrôler les résultats. En second lieu, on prend souvent la peine de considérer les lames accolées comme formant un seul tout, et de chercher alors de nouveau la formule pour la différence de chemin.

Partant du principe de la superposition des petits mouvements, je me suis affranchi de cette dernière pratique et me suis simplement attaché à la condition de tenir finalement compte, pour le cas de deux lames, de quatre rayons émergents. La position du premier et du second polariscope m'est tout à fait indifférente, et pour déterminer la différence de chemin je me suis fondé sur les formules exactes connues, exprimées suivant le mode clair et concis de M. Billet. Enfin je me suis demandé quelles sont les figures d'interférence que pourraient produire, d'après les diverses combinaisons possibles, les quatre rayons des deux lames superposées.

Pour juger si, dans des conditions déterminées, il y a lieu d'attendre les figures, tant sommatoires que différentiellles, de deux lames accouplées, j'ai fait usage des considérations générales du paragraphe 6. En ce qui concerne l'espèce des lames considérées, je ne suis pas sorti du cadre de celles qu'on trouve dans la plupart des cabinets de physique. Mes développements ont d'alleurs uniquement pour objet la *forme* des courbes d'interférence, et ne touchent pas à leur intensité; c'est parce que j'ai ainsi simplifié le problème, que la formule relative à la différence de chemin a pu me suffire. Mais aussi, cette différence de chemin, je lui ai partout conservé son expression rigoureuse, sa dépendance exacte des angles i et φ; par là j'ai voulu provoquer la mesure précise des formes considérées dans leur dépendance avec ces mêmes angles, mesure qui, dans l'état actuel de la science, me paraît pleinement possible. Lorsque j'ai appliqué des expressions approchées, mon seul but a été, en descendant au degré de précision que comporte l'observation ordinaire, de pouvoir contrôler les formules.

33. J'ajouterai encore quelques mots touchant un phénomène qui, tout en n'étant pas directement lié à celui dont nous nous sommes occupés, peut pourtant trouver place ici, comme établissant une espèce de passage des cristaux uniaxes aux cristaux biaxes. Ce phénomène, que j'ai été conduit à observer d'une manière indépendante, avait déjà été constaté il y a très longtemps par MM. Moigno et Soleil [1]), sur les indications de Haldat; il est probable que j'avais lu dans le temps la

[1]) Moigno, *Répertoire d'optique moderne*, T. IV, p. 1594.

description donnée par ces savants, mais il ne m'en était resté aucun souvenir, sans doute parce que je n'avais pas répété l'expérience. Il s'agit du changement d'une lame cristalline uniaxe, positive ou négative, en lame biaxe, au moyen d'une pression extérieure exercée dans une direction perpendiculaire à l'axe.

Lorsque la lame taillée perpendiculairement à l'axe est positive, ses anneaux s'allongent dans la direction de la pression, et finissent par passer aux lemniscates d'un cristal biaxe dans lequel le plan des axes optiques coïnciderait avec cette même direction. Si au contraire la lame cristalline est négative, les anneaux s'allongent et le plan des axes optiques se place dans la direction perpendiculaire à celle suivant laquelle s'exerce la pression. Sous ce rapport, les résultats de mes expériences sont entièrement semblables à ceux de MM. Moigno et Soleil.

Pour cristal positif j'employai le quartz. Mais pour cristal négatif je pris, — parce que je l'avais immédiatement sous la main, — une lame épaisse d'environ 2mm de spath calcaire, substance beaucoup plus tendre que celle dont s'étaient servis les deux savants français. Le spath ne put pas résister suffisamment à la pression; çà et là il s'émietta sur les bords. Mais une circonstance singulière, et que je voulais surtout faire remarquer ici, c'est que la lame était devenue biaxe d'une manière permanente, et qu'elle l'est encore aujourd'hui, après plus de deux mois. Ce caractère n'est du reste pas également prononcé dans tous les points. Au centre de la lame il est tout à fait insensible; mais, quand on avance vers les bords où la pression a été appliquée, il se décèle par la transformation de la croix obscure en deux hyperboles équilatères obscures, dont les sommets sont peu distants l'un de l'autre, comme cela se voit dans les cristaux où l'écartement des axes est très faible. A mesure qu'on se rapproche des bords en question, les anneaux deviennent de plus en plus allongés, et tout près de ces bords ils se changent en lemniscates, dont la position relative offre bien quelque confusion, mais qui sont du reste exactement telles que les donnerait un cristal à deux axes ne faisant entre eux qn'un petit angle.

Sur la ligne menée par le centre perpendiculairement à la direction de la pression, et à droite et à gauche de cette ligne, on trouve la lame encore parfaitement uniaxe. Il y a toutefois aussi des irrégularités assez nombreuses; c'est ainsi qu'en quelques points les hyperboles équilatères s'écartent entre elles dans une certaine direction, tandis qu'ailleurs elles s'écartent dans une autre direction; mais ces directions font toutes les deux, l'une à droite et l'autre à gauche, un angle de 45° avec le plan définitif des axes.

Peut-être parviendrait-on, par des expériences mieux combinées et moins grossières, à opérer un rapprochement du spath calcaire vers l'arragonite, ce qui pourrait fournir quelques lumières aux minéralogistes sur les conditions dans lesquelles ces deux matières naturelles ont pris naissance.

P.S. Après que j'eus donné connaissance de ce Mémoire à l'Académie royale des sciences des Pays-Bas, un de nos confrères, M. VOGELSANG, m'apprit que des expériences de compression, analogues à celle dont il vient d'être question, avaient été faites il y a longtemps par M. F. PFAFF [1]). Celui-ci a décrit les phénomènes beaucoup plus exactement que je n'ai pu le faire moi-même à la suite d'un examen rapide. Je n'en laisse pas moins ce passage tel qu'il est; peut-être aura-t-il le mérite d'attirer de nouveau l'attention sur ce sujet. La lame sur laquelle j'ai expérimenté était un hexagone à côtés inégaux, évidemment tiré d'un rhomboèdre par une section perpendiculaire à l'axe; la pression était exercée sur deux côtés parallèles.

[1]) POGGENDORFF's *Annalen*, T. CVII, p. 333; 1859.
Voyez encore REUSCH. POGGENDORFF's *Annalen* T. CXXXII, p. 441, 1867. et T. CXLVII, p. 307, 1872.

QUATRIÈME SUPPLÉMENT

AU

CATALOGUE

DE LA

BIBLIOTHÈQUE,

PAR

C. EKAMA,
Bibliothécaire.

PARS PRIMA.

ANATOMIA, PHYSIOLOGIA, ETC. Pag. 1 du Catalogue.

---

194. MIKLUCHO-MACLAY, Beiträge zur vergleichenden Neurologie der Wirbelthiere. Leipzig 1870. 4°.

PARS SECUNDA.

LIBRI DE HISTORIA NATURALI.

Sectio I.

Libri de hist. nat. universa. Pag. 15 et 123.

14*h*. C. DARWIN, The descent of man, London 1871. 2 vol. 8°.
14*i*. J. LUBBOCK, The origin of civilisation and the primitive condition of man. London 1870. 8°.
14*k*. J. G. WOOD, The natural history of man; Africa. London 1868. 8°.
16*a*. V. HEHN, Kulturpflanzen und Hausthiere in ihrem Uebergang aus Asien nach Griechenland und Italien, u. s. w. Berlin 1870. 8°.

Sectio II.

LIBRI ZOOLOGICI.

B. Animalia vertebrata.

3. AVES. Pag. 26 et 125.

37*b*. J. A. NEUMANN, Naturgeschichte der Vögel Deutschlands. Leipzig 1820—1860. 13 vol. mit Atlas 2 vol. 8°.

81. Rev. F. O. Morris, A natural History of the nests and eggs of British birds. London 1870. 3 vol. 8°.
82. Rev. ——— A History of British birds. London 1870. 6 vol. 8°.

C. Animalia articulata.

3. INSECTA. Pag. 35 et 126.

110. H. J. van Ankum, Inlandsche sociale wespen. Groningen 1870. 4°.
111. Rev. F. O. Morris, A History of British Butterflies. London 1870. 8°.
112. Dr. Oscar Fraas, Die Fauna von Steinheim. Stuttgart 1870. 4°.
113. Fauna Austriaca. J. R. Schiner, Die Fliegen. Wien 1862. 8°. — L. Redtenbacher, Die Käfer. Wien 1871. 8°.

D. Mollusca. Pag. 43 et 127.

59. Sylvanus Hanley and William Theobald, Conchologia Indica. London 1870. 4°.

E. Radiata. Pag. 46 et 127.

34. O. Schmidt, Grundzüge einer Spongien-Fauna des Atlantischen Gebietes. Leipzig 1870. 4°.

Sectio III.,

LIBRI BOTANICI.

A. Libri de phytographia generali, etc. Pag. 48 et 128.

5a. C. Linnaeus, Index Generum ad Car. a Linné. Halae 1806. 8°.
5c. R. Pulteney, A general view of the writings of Linnaeus. 2d Edition. London 1805. 4°.
11a. Ledermüller's Martin Frobenius. Zergliederung einer Winterknospe des Hippocastani; Zergliederung des Korns oder Rokens. Nürnberg 1764. fol. (dans un volume).

16a. E. GOTTF. BALDINGER, Ueber Literaturgeschichte der theoretischen und praktischen Botanik. Marburg 1794. 8°.

56a. K. Fr. DOBEL, Neuer Pflanzenkalender, oder Anweisung, welche in Deutschland wachsenden Pflanzen man in jedem Monate blühend finden könne. Nürnberg 1835. 2 vol. 8°.

59a. L. W. DILLWIJN, A review of the references to the Hortus Malabaricus. Swansea 1839. 8°.

59b. E. T. STEUDEL, Nomenclator botanicus. Stuttgartiae et Tubingae 1841. 8°.

110. Dr. LUDWIG PFEIFFER, Synonymia botanica locupletissima generum, sectionum vel subgenerum ad finem anni 1858 promulgatorum. Kassel 1870. 8°.

111. H. DE VRIES, De invloed der temperatuur op de levensverschijnselen der planten, 's Gravenhage 1870. 8°.

112. F. COHN. Beiträge zur Biologie der Pflanzen. Breslau 1870. 8°.

113. Dr. JOHANNES HANSTEIN, Botanische Abhandlungen aus dem Gebiete der Morphologie und Physiologie. Bonn 1870. 8°.

D. Plantae phanerogamicae. Pag. 53 et 128.

1a. L. FUCHS, Primi de historia stirpium comment. tomi imagines vivae in exiguam formam contract. Basiliae 1545. 8°.
Cum annotationibus autographis Ubbo Emmii.

59a. CONR. GESNERI, Opera botanica. Norimb. 1754. fol.

98a. C. P. THUNBERG, Flora Japonica. Lipsiae 1784. 8°.

133a. C. SCHKUHR, Botanisches Handbuch der Gewächse. Wittenberg 1791. 6 vol. 8°.

173a. A. B. LAMBERT, An illustration of the genus Cinchona. London 1821. 4°.

179a. J. STURM, Deutschlands flora. Nürnberg 1798 — 1847. 19 vol. 12°.

216a. C. C. GMELIN, Flora Badensis Alsatica. Carlsruhae. 1805—1826. 4 vol. 8°.

222a. FR. MARSCHALL VON BIEBERSTEIN, Flora taurico-caucasica. Charkoviae 1809 — 1819. 2 vol. 8°.

238a. J. LINDLEY, Appendix to the first 23 vols. of Edwards Botanical register, together with a sketch of the vegetation of the Swan River colony. London 1834. 8°.

282a. W. JACKSON HOOKER, The Journal of Botany, second series of the Botanical Miscellany. London 1834 — 1842. 4 vol. 8°.

282b. ———————— The London Journal of Botany. London 1842 — 1848. 7 vol. 8°.

282c. ———————— Journal of Botany and Kew Garden Miscellany. London 1849 — 1857. 9 vol. 8°.

301*a*. H. von Bergen, Versuch einer Monographie der China. Hamburg 1826. 4°. mit Atlas.

315*a*. M. van Noort, Pomologia Batava of afbeelding en beschrijving van appelen en peeren. Leyden 1830. 4°.

323*a*. R. Wight, Icones plantarum Indiae orientalis. London 1840—1853. 6 vol. 4°.

338*b*. St. L. Endlicher, Atacta botanica. Nova genera et species plantarum descripta et iconibus illustrata. Vindobonae 1833. fol. mit Tafeln.

347*b*. Asa Gray, Genera Florae Americae boreali-orientalis illustrata Boston et New-York 1848 — 1849. 2 vol. 8°. mit Tafeln.

376*a*. Flore de l'Amateur. Paris 1847. 2 vol. 4°.

381*a*. H. G. Schott, Rutaceae Fragmenta Botanica. Vindob. 1834. fol.

381*b*. ——— Genera Filicum. Vindob. 1834. 4°.

381*c*. ——— Die Sippen der Oesterreich Primeln. Wien 1851. 8°. — Wilde Blendlinge Oesterreich. Primeln. Wien 1852. 8°. — Skizzen Oesterreich. Ranunkeln, sect. Allophanes. Wien 1852. 8°. — Analecta botanica, auctt. Nyman, Kotschy et Schott. Vindob. 1854. 8°. — Araceen. 2 Hft Wien 1854 — 1855. — In einem Bande.

381*d*. ——— Aroideae. Vindobonae. 1853 — 1857. fol.

381*e*. ——— Icones Aroidearum. Vindob. 1857. fol.

381*f*. ——— Synopsis Aroidearum, compl. enumerat. system. generum et specierum Pars I. (unica) Vindob. 1856. 8°.

381*g*. ——— Genera Aroidearum exposita. Vindob. 1858. 4°.

381*h*. ——— Prodromus systematis Aroidearum. Cum indice specierum et synon. Vindob. 1860. 8°.

398*a*. G. Engelman, Cactaceae of the Boundary. St Louis 1858. 4°. mit Tafeln.

441 R. Tyas, Flowers from the Holy Land. London. 12°. (sans date.)

442. F. M Liebmann, Chênes de l'Amérique tropicale. Achevé et augmenté par A. S. Oersted, Leipzig 1869. fol.

443. J. Barillet, Les Pensées. Paris 1869. fol.

444. F. Holkema, De Plantengroei der Nederlandsche Noordzee-Eilanden. Amsterdam 1870. 8°.

445. David Wooster, Alpine Plants. London 1871. 8°.

C. Plantae cryptogamicae. ad Pag. 73 et 129.

38*a*. Chr. Schkuhr, Die Farrnkräuter, erläutert und beschrieben von Gust. Kunze. (Supplement.) Leipzig 1840 — 1847. 2 vol. 4°.

60*a*. R. K. Greville, Scottish cryptogamic flora. Edinb. 1823—1828 6 vol 8°.

66*a*. Al. Postels et Fr. Ruprecht, Illustrationes Algarum Oceani Pacifici, imprimis Septentrionalis. Petersb. 1840. fol.

130. F. S. Cordier, Les Champignons de la France. Paris 1870. 8°.

131. W. WILSON SAUNDERS and WORTHINGTON SMITH, Mycological illustrations. London 1871. 8°.
132. E. J. LOWE, A natural History of new and rare ferns. London 1871. 8°.

Sectio IV.

LIBRI MINERALOGICI ET PALAEONTOGRAPHICI.

B. Libri geologici. Pag. 82.

166. Dr. VON DECHEN, Erläuterungen zur geologischen Karte der Rheinprovinz und der Provinz Westphalen. Bonn 1870. 8°.
167. Dr. FERD. ROEMER, Geologie von Oberschlesien. Breslau 1870. 4°. mit Atlas

---

C. Libri palaeontologici. Pag. 91.

210*a*. C. MAYER, Catalogue systématique et descriptif des fossiles des terrains tertiaires. Zurich 1867. 8°.
217. W. H. SCHIMPER, Traité de Paléontologie végétale ou la flore du monde primitif. Paris 1870. 8°. avec atlas.

PARS TERTIA.

LIBRI GEOGRAPHICI ET ITINERARIA.

Sectio II.

ITINERARIA.

B. Itineraria in regiones Asiaticas. Pag. 110.

6*a*. FRD HASSELQUIST, Reise nach Palästina 1749 — 1752. Hsg. von Carl Linnaeus. Aus d. Schwedischen. Rostock 1762. 8°.

PARS QUARTA.

ACTA ACADEMIARUM ET SOCIETATUM, NEC NON DIARIA.

Sectio I.

ACTA ACADEMIARUM ET SOCIETATUM.

B. Angliae et Americae septentrionalis, ad Pag. 130.

---

51. Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences. Newhaven 1866. 8°.
52. E. T. Cox, First annual report of the geological Survey of Indiana Indianapolis 1869. 8°. With the maps and colored section, referred to in the report.
53. Second annual report. Board of Indian Commissioners 1870. Washington 1871. 8°.
54. Bulletin of the Museum of Comparative Zoology, at Harvard College, Cambridge, Massachusetts. Cambridge 1870. Vol. II 8°.
55. Illustrated Catalogue of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College No. III. Cambridge 1870. fol.
56. Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. London 1870. Vol. VI. 8°.

D. Russiae. Pag. 136.

6*a*. Mémoires de l'Académie impériale des sciences de St. Petersbourg. VIIme Série.

6*b*. Bulletin de l'Académie impériale des sciences de St. Petersbourg.

H. Belgii et Neerlandiae. Pag. 140.

35*a*. Bulletins de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Bruxelles. Bruxelles 1842 — 1867. 52 vol. 8°.

35*b*. Annexe aux Bulletins 1853 — 1854. Bruxelles 8°.
35*c*. Tables générales et analytiques du Receuil des Bulletins. 1 Série. Tom. I — XXIII (1832 — 1856). 2 Serie, Tom. I — XX (1857 — 1866). Bruxelles. 8°.
35*d*. Annuaire de l'Acad. royale etc. 1842 — 1868. Bruxelles. 8 vol. 8°.
35*e*. 50e anniversaire de la reconstitution de l'Académie des sciences de Belgique. Bruxelles (1816 — 1866.) 8°.

Sectio II.

DIARIA. Pag. 143.

86*b*. Journal für Ornithologie, von Dr. J. CABANIS Cassel 1853 — 1870. 8°.
113. F. SCHOTTE, Repertorium der technischen mathematischen und naturwissenschaftlichen Journal-Literatur. Leipzig 1869. 8°.
114 A CLEBSCH und C. NEUMANN, Mathematische Annalen. Leipzig 1870 etc. 8°.

PARS QUINTA.

MISCELLANEA. Pag. 149.

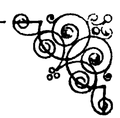
---

16. A. LE ROY, L'université de Liège depuis sa fondation Liber memorialis. Liège 1869. 8°.
17. W. C. M. DE JONGE VAN ELLEMEET, Museum Catsianum. Utrecht 1870. 8°.

77. C. A. F. PETERS, Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H. C. Schumacher. Altona 1860 — 1865. 6 vol. 8°.
78. FR. W. A. ARGELANDER, Beobachtungen und Rechnungen der veränderliche Sterne. Bonn 1869. 4°.
79. Radcliffe catalogue of stars for 1845. Oxford 1860. 8°. — Second Radcliffe catalogue of stars for 1860. Oxford 1870. 8°.
80. Dr. H. SCHELLEN, Die Spectral-Analyse in ihrer Anwendung auf die Stoffe der Erde und die Natur der Himmels-Körper. Braunschweig 1870. 8°.
81. BOLTON's Telegraph Code London 1871. 4°.
82. Dr. EMIL WOLFF, Aschen-Analysen von landwirthschaftlichen Producten. Berlin 1871. 4°.

21 A. GHIRARDINI, Studj sulla Lingua umana sopra alcune antiche inscrizioni. Milano 1869. 8°.

IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES, À HARLEM.

ARCHIVES

DU

MUSÉE TEYLER.

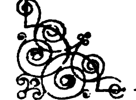
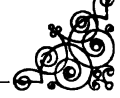
VOL. III.

FASCICULE QUATRIÈME.

HARLEM. — LES HÉRITIERS LOOSJES.
1874.

PARIS, GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG, G. E. SCHULZE.

ARCHIVES

DU

MUSÉE TEYLER.

VOL. III.

Fascicule quatrième.

HARLEM. — LES HÉRITIERS LOOSJES.
1874.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG,
G. E. SCHULZE.

1878, July 23.
Gift of
the Bussey Institution.

TABLE DES MATIÈRES.

Mémoires présentés à MM. les Directeurs de la Fondation.

AVIS.

Les Archives du Musée Teyler paraissent de temps à autre en fascicules successifs, qui contiennent des mémoires scientifiques et les augmentations annuelles de la Bibliothèque et des collections paléontologiques etc. du Musée.

Chaque fascicule se vend séparément, au prix de 1 fl., 2,25 fr. ou 20 Sgr.

FONDATION

DE

P. TEYLER VAN DER HULST,

À HARLEM.

MEMBRES DES SOCIÉTÉS TEYLÉRIENNES.

De la première Société ou Société de théologie.

Dr. S. MULLER, *ancien professeur.*
Dr. A. KUENEN, *professeur.*
Dr. S. HOEKSTRA Bz., *professeur.*
C. SEPP, V.D.M.
Dr. D. HARTING, V.D.M.
H. A. VAN GELDER, V.D.M.

De la seconde Société.

Dr. P. ELIAS.
Dr. J. DE BOSCH KEMPER, *ancien professeur.*
Dr. V. S. M. VAN DER WILLIGEN.
Dr. A. VAN DER WILLIGEN Pz.
Dr. D. LUBACH.
Dr. R. J. FRUIN, *professeur.*

PROGRAMM

DER

Teylerschen Theologischen Gesellschaft

ZU HAARLEM,

FÜR DAS JAHR 1874.

Am 14ten dieses Monates hielten die Directoren der Teylerschen Stiftung sammt den Mitgliedern der theologischen Section ihre Jahres-Versammlung, worin sie ihr Urtheil abgaben über die sechs eingesandten Antworten auf die Preisfragen.

Vier Antworten waren eingekommen auf die Frage, wobei es sich handelte um die Lehre der Neutestamentlichen Bücher über die ursprüngliche Verfassung der christlichen Gemeinden und die Veränderungen und Modificationen, welche darin vorgegangen sind während der Zeit, in welche das Entstehen jener Schriften fällt.

In der ersten Holländischen umfangsreichen Antwort unter dem Denkspruch: „onderzoek kweekt kennis" umging der Verfasser nach dem einstimmigen Urtheil grösstentheils den Gegenstand und bewies dass er die Sache nicht begriffen habe. Ueberdiess zeigte sich, dass ihm die erforderliche wissenschaftliche Befähigung für die Behandlung des Stoffes abgehe.

Eine andere ebenfalls Holländische Abhandlung mit dem Motto: „tot aanleeren behoort ook afleeren", ist nichts weiter wie ein Versuch um des Autors eigenartige Ideen über die ursprüngliche Einrichtung der christlichen Gemeinden aus der Geschichte zu rechtfertigen, weshalb diese Arbeit auf keinen wissenschaftlichen Werth Anspruch machen kann.

Beide diese Schriften wurden daher des Preises unwürdig erklärt.

Günstiger lautete das Urtheil über eine Deutsche Schrift unter dem Spruch: οὗ τὸ πνεῦμα u. s. w., und eine Niederländische mit dem Motto: „veritati cedendo vincere opinionem". In der ersten vermisste man die Rechtfertigung der kritischen Voraussetzungen des Verfassers sowohl wie die absichtliche Behandlung mancher wichtigen Punkte; die zweite verrieth hie und da Mangel an selbständigem Studium und enthielt manche Behauptung ohne hinreichende Beweise. Dennoch wurden diese Arbeiten gewürdigt als belangreiche Beiträge zur Kenntniss des Gegenstandes, und vereinigte man sich zu dem Beschluss um den Verfassern

die silberne Medaille und 200 Gulden anzubieten und ihre Leistungen den Werken der Stiftung einzuverleiben im Falle sie sich zur Eröffnung der Namenszettel verstehen.

Die beide andere Schriften waren Antworten auf die Frage nach der Statistik der sittlichen Thatsachen. Die eine Französische unter der Devise: *„c'est la loi etc."* war ein Aufsatz ohne einigen wissenschaftlichen Werth; kaum wurde der Gegenstand der Frage berührt.

Die andere Deutsch verfasste mit dem Motto: *„non in numeris sed etc."* enthielt eine Anzahl richtiger und zutreffender Bemerkungen und bekundete einen fähigen Verfasser. Dennoch konnte auch dieser Arbeit der Preis nicht zuerkannt werden, weil der Autor seine Ideen mehr angedeutet als entwickelt und mit Beispielen belegt hat, weshalb seine Arbeit nicht als eine erschöpfende Behandlung des Gegenstandes betrachtet werden kann.

Die Frage wird also aufs neue zur Bearbeitung angeboten:

„Welchen Werth hat die Statistik der sittlichen Thatsachen für die sittlichen Wissenschaften und welchen Einfluss muss sie auf das Studium jener Wissenschaften haben?"

Als neue Preisfrage wurde die folgende festgesetzt:

„Was lehren uns die alttestamentlichen Eigennamen über die Geschichte der Religion unter dem Israelitischen Volke?"

Der Preis besteht in einer goldenen Medaille von *f* 400 an innerem Werth.

Man kann sich bei der Beantwortung des Holländischen, Lateinischen, Französischen, Englischen oder Deutschen (nur mit Lateinischer Schrift) bedienen. Auch müssen die Antworten mit einer andern Hand als der des Verfassers geschrieben, vollständig eingesandt werden, da keine unvollständige zur Preisbewerbung zugelassen werden. Die Frist der Einsendung ist auf 1 Januar 1875 anberaumt. Alle eingeschickte Antworten fallen der Gesellschaft als Eigenthum anheim, welche die gekrönte, mit oder ohne Uebersetzung, in ihre Werke aufnimmt, sodass die Verfasser sie nicht ohne Erlaubniss der Stiftung herausgeben dürfen. Auch behält die Gesellschaft sich vor, von den nicht gekrönten Antworten nach Gutfinden Gebrauch zu machen, mit Verschweigung oder Meldung des Namens der Verfasser, doch im letzten Falle nicht ohne ihre Bewilligung. Auch können die Einsender nicht anders Abschriften ihrer Antworten bekommen als auf ihre Kosten. Die Antworten müssen nebst einem versiegelten Namens-zettel, mit einem Denkspruch versehen, eingesandt werden an die Adresse: Fundatiehuis van wijlen den Heer P. TEYLER VAN DER HULST, te Haarlem.

Programma

VAN

TEYLER'S TWEEDE GENOOTSCHAP,

te Haarlem.

VOOR HET JAAR 1874.

Teyler's Tweede Gennootschap heeft besloten over 1874 de volgende prijsvraag uit het vak der *Penningkunde* uit te schrijven:

„Eene wetenschappelijk historische beschrijving van de Noord-Nederlandsche Gildepenningen."

De prijs voor het best en voldoend gekeurd antwoord op deze vraag bestaat in een gouden eerepenning, op den stempel des Genootschaps geslagen, ter innerlijke waarde van vierhonderd gulden.

De verhandelingen moeten in het Nederlandsch, Fransch, Engelsch of Hoogduitsch, met eene *Latijnsche* letter, vooral goed en leesbaar geschreven zijn door eene *andere hand, dan die van den opsteller*. Ook moeten zij vóór den bepaalden tijd *in haar geheel* worden ingezonden; en geene antwoorden, waaraan eenig gedeelte bij de inlevering ontbreekt, zullen tot het dingen naar den gemelden eereprijs worden toegelaten.

De tijd der inzending van de antwoorden op deze vraag is vóór of op den 1sten April 1875, opdat zij vóór den 1sten Mei 1876 kmnnen worden beoordeeld.

Alle ingezonden stukken blijven het eigendom des Genootschaps, dat de bekroonde, met of zonder vertaling, in zijne werken opneemt, zonder dat de schrijvers, anders dan met toestemming der Stichting, die stukken mogen uitgeven. Ook behoudt het Genootschap aan zich het regt, om van de niet gekroonde stukken zoodanig gebruik te maken als zij raadzaam zal oordeelen, hetzij zonder of met vermelding van den naam

des schrijvers; in het laatste geval echter niet zonder zijne toestemming. Ook worden geene afschriften van de niet bekroonde stukken aan de schrijvers verleend, dan ten hunnen koste. De in te zenden antwoorden moeten, zonder naam en alleen met eene spreuk onderteekend, vergezeld van een verzegeld briefje, dezelfde spreuk ten opschrift voerende en van binnen des schrijvers naam en woonplaats behelzende, gezonden worden aan het Fundatiehuis van wijlen den Heer P. TEYLER VAN DER HULST, te Haarlem.

Op de vraag voor 1872 en op de in 1870 voor twee jaren uitgeschreven vraag zijn op den daarvoor bepaalden tijd geene antwoorden ingekomen.

MÉMOIRE

SUR DES DENTS DE POISSONS

DU

terrain bruxellien,

PAR

T. C. WINKLER.

Mon ami, le docteur Armand Thielens à Tirlemont, m'a fait l'honneur, il y a quelques mois, de m'envoyer une collection petite mais très remarquable de restes d'animaux fossiles, trouvés dans le terrain bruxellien. La plupart de ces restes appartenaient à des poissons, surtout à des requins et à des raies; parmi eux se trouvaient surtout des dents de *Lamna*, de *Pristis*, d'*Aetobatis* etc., sans parler de quelques dents de *Gavialis Dixoni* Owen, de quelques vertèbres et de fragments de la carapace de l'*Emys* et du *Trionyx* du bruxellien. Quoique la plus grande partie des échantillons appartinssent à des espèces déjà connues, j'ai rencontré néanmoins quelques dents qui méritent incontestablement une courte description, soit parce qu'elles nous présentent des espèces nouvelles, soit à cause de leur rareté. Je dis que ces dents méritent une description: tout le monde, en effet, est convaincu de l'intérêt capital de l'étude de la dentition des poissons fossiles. Il y a des familles nombreuses de poissons dont les espèces, dépourvues de squelette osseux et d'écailles osseuses, n'ont laissé d'autre trace de leur existence que les dents ou les plaques dentaires. Le paléontologiste doit soumettre ces restes à une étude minutieuse; les dents constituent fréquemment le critère essentiel pour la distinction des espèces.

Les petites dents du bruxellien qu'on voit représentées fig. 1 sont trois pièces d'une collection composée de 23 échantillons. Sans aucun doute ces dents proviennent d'un poisson qui a dû appartenir au genre *Galeocerdo* Muller et Henle, quoiqu'elles diffèrent très sensiblement des dents des autres espèces de ce genre. On sait que le genre *Galeocerdo* comprend plusieurs espèces, qui toutes se caractérisent par des dents crénelées au bord antérieur comme au bord postérieur : la base de la dent en particulier montre de très fortes crénelures. Ces caractères se retrouvent tous dans les dents qui nous occupent. En confrontant notre figure au trait (voyez fig. 1), qui représente une de nos dents de grandeur naturelle, avec les figures 15, 16 et 17 de la planche 26, T. III, des Poiss. foss. de M. Agassiz, on remarquera que ces figures ont une très grande ressemblance ; mais en regardant les trois dents agrandies environ quatre fois de notre fig. 1, on conviendra que la différence est assez grande pour me permettre d'établir une nouvelle espèce de *Galeocerdo* pour le bruxellien. En premier lieu, je n'ai pu trouver le moindre indice de dentelure à la pointe principale, et par ce caractère les dents en question ressemblent assez aux dents du *Galeocerdo minor* Ag. qui se trouvent au musée de Paris, et dont M. Agassiz dit que les bords du cône sont tranchants et lisses, ou du moins que les dentelures en sont si fines qu'on a de la peine à les distinguer. C'est pourquoi j'ai cru un instant que j'avais devant moi des dents du *Galeocerdo minor*, espèce qui se trouve dans les terrains tertiaires de la Suisse, d'Aix-la-Chapelle, et, d'après la liste des fossiles du système bruxellien p. 400 du Prodrome de M. Dewalque, aussi, quoique rarement, dans le bruxellien. Mais les dents de cette espèce sont de forme très acérée, et à peu près aussi hautes que longues. Les dents de notre espèce n'ont pas une forme très acérée : elles sont en général plus longues que hautes. Le sommet n'est pas très aigu, comme celui des dents du *G. minor*. Le nombre des dentelures très fortes diffère dans les divers échantillons : on en trouve avec quatre, trois et deux dentelures aux deux côtés de la pointe médiane. La racine est large et non étroite comme dans le *G. minor*, et présente une incision médiane très profonde, de manière à diviser cette partie de la dent en deux. Quoique quelques dents nous offrent le cône légèrement courbé en arrière ou incliné, caractère assez saillant du genre, la plupart montrent des cônes à peu près droits. Pour toutes ces raisons je dois envisager ces dents comme représentant une espèce nouvelle de *Galeocerdo*, que je propose de nommer, vu le cône principal peu incliné,

Galeocerdo recticonus Winkler.

La fig. 2 représente trois petites dents, agrandies environ quatre fois, qui font partie d'une petite collection de huit échantillons. A côté de ces dessins on voit une figure au trait et de grandeur naturelle. Un coup d'œil, même superficiel, sur les dessins de dents d'*Otodus* dans les Poiss. foss. d'Agassiz et dans d'autres ouvrages palichthyologiques, nous apprend aisément que ces dents ne sauraient être envisagées autrement que comme des dents d'un *Otodus*. On sait que les dents des *Otodus* se caractérisent par l'absence complète de dentelures marginales, différence assez facile à constater quand on compare ces dents à celles des espèces de *Carcharodon*. Les dents d'*Otodus* sont donc en général larges, plates et à bords parfaitement lisses, et se distinguent surtout par la présence d'un dentelon, ou, si l'on veut, d'un bourrelet très développé, pointu, à chaque côté de la dent.

Les belles dents d'*Otodus* du bruxellien, qui nous occupent en ce moment, ont une racine large et robuste, divisée en deux parties renflées dans la plupart des échantillons. La grosseur de la racine est telle que sa hauteur égale les deux tiers ou les trois quarts de la hauteur du cône. Les dentelons latéraux sont très développés et pointus. Parmi les huit échantillons que j'ai à ma disposition, je n'en trouve qu'un seul qui ne montre pas ces deux dentelons pointus, mais cette dent présente une courbure plus grande que les autres, tandis que les bourrelets se montrent à l'état rudimentaire. J'en conclus que cette dent a dû occuper une position plus reculée que les autres dans la mâchoire du poisson.

D'après la liste des fossiles du bruxellien citée plus haut, on rencontre dans ce système trois espèces d'*Otodus*, savoir : l'*O. macrotus*, l'*O. microdon* et l'*O. obliquus*, toutes rares dans ces couches. Confrontons ces espèces avec celle dont nous traitons ici, afin de démontrer que nous avons affaire à une espèce nouvelle.

L'*Otodus macrotus* Ag. se fait remarquer par de très gros bourrelets arrondis et comprimés, mais peu saillants, quoique détachés du cône principal.

Les bourrelets ou dentelons de la nouvelle espèce sont très larges et pointus et très saillants.

La largeur de la dent de l'*O. macrotus* est très considérable ; cette dent est très plate proportionnellement à sa hauteur. La face interne est faiblement plissée, excepté sur les bords et vers la pointe, qui est lisse.

Les dents de notre nouvelle espèce ne sont nullement larges proportionnellement à leur hauteur ; au contraire, elles sont plutôt longues. Je n'ai pu apercevoir aucune trace de plis à la face interne : toute la surface est parfaitement lisse.

L'*Otodus microdon* m'est tout-à-fait inconnu. Il ne m'a pas été possible de trouver l'auteur qui a nommé et décrit cette espèce. M. Nyst, qui a dressé la liste dans le Prodrome de M. Dewalque, p. 400, est, à ma connaissance, le seul qui parle de l'*O. microdon* Ag.; mais ce nom ne se trouve pas dans les Poiss. foss. d'Agassiz. Il ne m'est par conséquent pas possible de faire une comparaison de l'*O. microdon* avec notre espèce nouvelle.

L'*O. obliquus* possède des dents très massives, avec une racine qui égale en hauteur à peu près la moitié du cône. Les bourrelets latéraux sont très gros et irréguliers. Les dents de cette espèce se distinguent en général par leur forme massive, par la prépondérance de la racine, et par l'état renflé de l'émail à la base de la couronne, tandis que cet émail s'amincit rapidement vers la pointe.

Les dents de la nouvelle espèce ne sauraient être dites massives, et quant à la racine, sa hauteur n'égale pas à peu près la moitié de celle du cône, mais, comme nous venons de le voir plus haut, est égale aux deux tiers et même aux trois quarts de la hauteur du cône.

En résumé, je suis amené à conclure que j'ai devant moi des dents d'une espèce nouvelle d'*Otodus* du bruxellien, et, vu la petitesse extrême de ces dents, qui dénote que l'animal a dû être de très petite taille, je propose de lui donner le nom de

Otodus minutissimus Winkler.

Les belles dents de requin fossile figurées sous le No. 3 font partie d'une petite collection de quatre échantillons de cette espèce. Pour un ichthyologiste il est assez facile de reconnaître de prime abord que ces dents proviennent des mâchoires d'un *Odontaspis*. On sait que M. Agassiz a séparé du genre *Lamna* les dents qui sont plus cylindriques, plus tordues, qui ont des cônes latéraux plus longs et plus pointus, que celles de ce genre, et qu'il les rapporte au genre *Odontaspis*. Seulement, attendu que les passages entre les dents de *Lamna* et d'*Odontaspis* sont mainte fois insensibles, et qu'on rencontre assez fréquemment des formes de dents qui se trouvent pour ainsi dire à la limite des deux genres, le savant précité met le plus souvent le nom d'*Odontaspis* en parenthèse. Cela est entre autres le cas pour les dents que nous avons à décrire ici: elles appartiennent à l'espèce nommée par M. Agassiz *Lamna* (*Odontaspis*) *gracilis*.

Dans les Poiss. Fossiles, T. III, p. 295, l'auteur dit qu'il ne connaît

que trois dents de cette espèce, trouvées dans le calcaire néocomien de Neuchâtel, que cette espèce est la seule espèce de Lamie qu'on ait signalée dans ce terrain, et qu'elle est la plus grêle de toutes les Lamies fossiles connues. Il en donne ensuite la description suivante:

„Elle (la dent) est subulée, fortement recourbée en dedans, mais ce qui la distingue des autres espèces, c'est que ses bords sont tranchants sur toute la longueur de l'émail. La face externe est plane; la face interne est sensiblement bombée. On ne remarque aucune trace de stries à la face interne."

Cette description est en tous points applicable aux dents dont nous nous occupons à présent, à l'exception toutefois de ce qu'elle dit de la face externe, qui dans nos échantillons n'est pas rigoureusement plane, mais un peu bombée. Cette différence est certainement assez minime, et point du tout suffisante pour me conduire à ériger une espèce nouvelle. Au contraire, je crois que cette différence ne constitue qu'un caractère individuel. Les Lamies du bruxellien ont vécu dans une autre période et dans un autre milieu que les Lamies du néocomien de la Suisse.

En tout cas, j'ai rencontré dans les quatre dents en question une espèce nouvelle pour le bruxellien. A la description que l'on vient de lire je puis ajouter encore quelques particularités. D'après la planche 37*a*, fig. 2—4 du T. III de l'ouvrage cité plus haut, il paraît que la racine des dents figurées de *Lamna* (*Odontaspis*) *gracilis* n'est point conservée. Dans nos échantillons, cette racine est très robuste et fortement échancrée, comme cela est indiqué suffisamment par notre fig. 3. M. Agassiz ne parle pas de dentelons à côté du cône principal. Les échantillons que j'ai devant moi montrent que sous ce rapport il y a quelque diversité: deux de ces dents ne sont point pourvues de petits cônes ou dentelons, l'une nous présente deux dentelons très acérés, un de chaque côté du cône principal, et la quatrième montre quatre dentelons latéraux, deux de chaque côté, qui tous sont très acérés, pointus et forts.

La grande rareté de ces dents, leur nouveauté pour le terrain bruxellien, et l'état de leur conservation, qui ne laisse rien à désirer, toutes ces circonstances me font regarder ces quatre belles dents de requin fossile comme un ornement du musée de mon ami Thielens.

Dans la description de l'*Odontaspis gracilis* qu'on vient de lire, je parle de la belle conservation des dents de ce poisson. C'est précisément

le contraire pour les trois dents qu'on voit figurées, agrandies quatre fois, dans notre fig. 4. Elles sont usées, probablement par l'action de l'eau, de manière qu'il est presque impossible de se former une idée de la forme qu'elles ont dû avoir pendant la vie de l'animal. Je crois reconnaître dans ces restes roulés des dents de *Corax*, qui ont perdu leurs dentelures marginales, et qui, de bombées qu'elles étaient, sont devenues plates. En tout cas, si l'on se souvient que les dents du genre *Corax* sont d'une forme pyramidale, que la couronne a en général une largeur considérable, que le bord antérieur présente une espèce de coude plus ou moins prononcé, que la racine est grosse et comprend environ la moitié de la hauteur de la dent, — il ne paraîtra nullement invraisemblable que les dents représentées fig. 4 soient des dents de *Corax*, c'est-à-dire d'une espèce de requin nouvelle pour le bruxellien, et que je propose de nommer

Corax fissuratus Winkler,

à cause de quelques fissures que l'on observe dans les côtés de la racine.

Parmi les dents de poisson de la collection qui nous occupe, j'ai rencontré deux échantillons tellement remarquables, que je me trouve heureux d'avoir l'occasion de les faire connaître au monde savant. On les voit représentées dans la fig. 5, comme les autres agrandies quatre fois, et l'une d'elles au trait et de grandeur naturelle.

En confrontant ces dents avec celles des poissons fossiles connus et décrits, on acquiert bientôt la conviction qu'elles doivent être rangées parmi les dents de *Cestraciontes*. On sait que les poissons placoïdes de la famille que je viens de nommer, ont des dents en pavé ou en séries contiguës, qui en général manquent de pointe ou de tranchant. Parmi les différentes espèces de ces dents figurées dans les Poiss. foss. de M. Agassiz, les unes sont ornées de rides transversales, qui quelquefois se ramifient, les autres ont la surface réticulée, les troisièmes ont une saillie longitudinale etc., tandis que quelques-unes sont complètement lisses, sans plis, ni rides, ni sillons. Les espèces diffèrent par conséquent de manière à rendre difficile la diagnose d'une dent, dont on ne trouve la figure ni la description dans aucun auteur.

En étudiant les dents qui font le sujet de ce mémoire, j'ai eu bientôt la conviction qu'il fallait ou bien les rapporter à un genre tout-à-fait nouveau, ou bien les considérer comme une espèce nouvelle du genre *Orodus*, genre dont elles se rapprochaient plus ou moins par leur forme.

J'ai cru devoir préférer le premier parti, c'est-à-dire établir un genre nouveau sur ces deux échantillons de dents, jusqu'ici, du moins à ma connaissance, les seuls qui soient connus. Quoique les *Orodus* aient des dents allongées, dont la région moyenne est plus élevée que les extrémités et forme dans la partie centrale de la dent un cône obtus et transversal, quoiqu'elles possèdent une arête médiane avec des rides qui se ramifient, et que par conséquent les dents dont nous traitons aient quelque ressemblance avec celles du genre *Orodus*, j'ai cru néanmoins qu'il serait très invraisemblable qu'un genre de poissons qui n'a vécu que pendant l'époque carbonifère (les seuls exemplaires connus proviennent du calcaire carbonifère de Black-Rock à Bristol) se fût montré de nouveau dans les couches relativement jeunes du terrain bruxellien, sans avoir laissé des traces de son existence dans tous les terrains qui se sont déposés entre la fin de l'époque du calcaire carbonifère et la fin de la période pendant laquelle prirent naissance les couches qui servent à présent d'appui au système bruxellien. Il est vrai que l'on pourrait plus tard rencontrer des dents d'*Orodus* dans les couches terrestres dont je viens de parler, et même obtenir la preuve de l'existence non interrompue du genre depuis son apparition dans les temps de la formation de la houille jusqu'aux jours de la déposition du bruxellien; mais ceci, on en conviendra, n'est guère probable, et dans cet état de choses j'ai préféré établir un genre nouveau, auquel je propose de donner le nom de *Plicodus*. Quant à l'espèce, je crois devoir la dédier au savant propriétaire de ces deux dents remarquables: la nouvelle espèce portera donc le nom de

Plicodus Thielensis Winkler.

Passons maintenant à la description des dents. La couronne, composée d'une couche d'émail de couleur brune, est à peu près quadrangulaire, à angles obtus. La partie médiane de la couronne se montre relevée par une arête qui traverse la dent entière. Le bord de cette arête est ondulé ou plissé, ou, pour mieux dire, présente une série de pointes obtuses, qui fait que cette crête ressemble plus ou moins à la crête d'un coq. L'émail descend plus bas au côté externe qu'au côté interne de la dent: il dépasse même la racine. Aux deux côtés de l'arête l'émail forme des tubercules ou des mamelons assez considérables. (Voyez fig. 5, qui représente une dent vue d'en haut, une autre vue du côté interne, une vue du côté externe et une montrant la surface inférieure de la racine.) La racine est large, rhomboïdale comme la couronne, poreuse; elle présente au milieu de son côté inférieur un

grand trou nutritif. A chaque côté du tubercule interne de la dent on voit de même un trou pour le passage de vaisseaux. (Voyez le dessin qui représente le côté interne de la dent.)

Ce n'est pas une tâche facile de donner par la description une bonne idée de la forme si compliquée de ces dents. C'est pourquoi j'ai ajouté une série de figures qui représentent les dents vues de différents côtés. Espérons que les deux exemplaires actuels ne resteront pas toujours les uniques représentants de l'espèce, et que les paléontologistes des environs de Bruxelles fixeront leur attention sur les dents de *Plicodus Thielensis*, quand ils feront des fouilles dans le sol de leur belle patrie.

Avant de terminer ce mémoire je dois parler encore de deux dents qu'il m'est impossible de classer, et qui font également partie de la collection dont nous nous occupons. J'ai comparé toutes les figures de dents disséminées dans les divers ouvrages qui traitent de dents de poisson, j'ai examiné tous les squelettes de poisson qui étaient à ma disposition, je n'ai rien rencontré qui pût m'aider à connaître l'animal qui possédait des dents si extraordinaires.. On les voit représentées, agrandies trois fois, dans la fig. 6 : les petites figures au trait sont de grandeur naturelle. On observera que la racine est cylindrique, très longue, creuse, un peu courbée, et que la couronne est en fer de lance : elle dépasse en largeur, dans le diamètre horizontal, l'épaisseur de la racine à sa partie supérieure. La partie inférieure de la racine est beaucoup plus large ou plutôt plus massive que la supérieure. La couronne d'une des dents est entière, mais celle de l'autre échantillon est mutilée. Je m'abstiens de chercher un nom pour le poisson inconnu qui était armé de ces dents : j'espère que les recherches des paléontologistes belges auront pour résultat de procurer aux amis de la science une tête de poisson avec ses mâchoires encore garnies de dents analogues à celles que je viens de signaler à l'attention du monde savant.

Par les recherches que l'on vient de lire, le tableau des reptiles et poissons fossiles du système bruxellien s'agrandit considérablement. Non seulement les poissons que j'ai décrits dans ce mémoire doivent être

placés sur la liste de ces fossiles, mais aussi le Trionyx du bruxellien qui se trouve au musée royal d'histoire naturelle à Bruxelles, et dont j'ai fait la description dans les Archives du Musée Teyler, Vol. II, p. 135.

Cette liste doit actuellement être composée de:

REPTILES.

***Trionyx bruxellensis* Winkler.
Emys Camperi Gray (*E. Cuvieri* Gal.)
Gavialis Dixoni Owen.
Palaeophis typhaeus Owen.

POISSONS.

Coelorhynchus rectus Ag.
〃 *Burtini*. — Le Hon dans sa description des poissons fossiles de Belgique.
Pycnodus toliapicus Ag.
Periodus Koenigi Ag.
Gyrodus sphaerodus Ag.
**Plicodus Thielensis* Winkler.
Edaphodon Bucklandi Ag.
Carcharodon disauris Ag.
〃 *heterodon* Ag.
**Corax fissuratus* Winkler.
Galeocerdo aduncus Ag.
〃 *latidens* Ag.
〃 *minor* Ag.
* 〃 *recticonus* Winkler.
Otodus macrotus Ag.
〃 *microdon* Ag.?
〃 *obliquus* Ag.
* 〃 *minutissimus* Winkler.
Lamna contortidens Ag.
〃 *crassidens* Ag.
〃 *denticula* Ag.
〃 *elegans* Ag.
〃 *Hopei* Ag.
* 〃 (*dontaspis*) *gracilis* Ag.
〃 (*Odontaspis*) *verticalis* Ag.
Pristis Lathami Gal.
Myliobates acutus Ag.

Myliobates Dixoni Ag.
" *diomeda* Le Hon.
" *Regleyi* Ag.
" *striatus* Ag.
" *toliapicus* Ag.
Zyobatis sp.
Aetobatis convexus Dix.
" *brevisulcus* Le Hon.
" *irregularis* Ag.
" *rectus* Dix.
Notidanus serratissimus Ag.
Phyllodus seamdarius Cocc.

Brachyrhynchus solidus Van Beneden. — Un rostre trouvé à Gand, par M. le professeur Donny.

Xiphiorrhynchus elegans Van Ben.

Burtinia bruxellensis Van Ben. — La tête est figurée par Burtin, Oryct., p. 111; l'original se trouve au musée de Melle. Cette espèce a été rapportée à tort au genre *Zanchus*, qui est un squammipenne, tandis que ce poisson est un sparoïde.

Homorhynchus bruxellensis Van Ben. — Découvert dernièrement par Mr. Eug. Van Bemmel, et ainsi nommé à cause du développement à peu près égal du rostre et du maxillaire inférieur.

Galeocerdo aeltrensis Le Hon. — Une dent découverte par le capitaine Henne, à Aeltre.

Trigon pastinacoïdes Van Ben. — Figuré par Burtin, pl. II, fig. 1.

Dans le terrain laekenien :

Dentex laekeniensis Van Ben. — Trouvé par M. G. Vincent.

Les espèces nouvelles et le genre nouveau sont marqués d'un astérisque.

SUR LA

FAUSSETÉ DE LA PROPOSITION

QUE LA

RÉFRACTION DES RAYONS LUMINEUX EST MODIFIÉE PAR LE MOUVEMENT DE LA SOURCE LUMINEUSE ET DU PRISME,

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

---

§ I.

1. Une impulsion, un choc, ou quel que soit le nom qu'on veuille lui donner, — celui de déplacement moléculaire, par exemple, — n'est jamais propagée comme telle dans un milieu absolument élastique et indéfini.

Comme résultat ou bien comme partie intégrante d'une vibration qui, partant d'un centre fixe et se transmettant dans toutes les directions au sein du milieu supposé en repos, est exécutée successivement par les molécules de ce milieu, une pareille impulsion tombe très certainement sous la loi générale qui règle la propagation de cette vibration.

D'un autre côté, l'observation et la théorie indiquent toutes les deux que, lorsqu'une impulsion ou déplacement moléculaire est communiquée à un point quelconque du milieu, il en résulte des vibrations, dont la période et l'amplitude sont fréquemment bien au-dessus de la portée de nos ressources expérimentales ou théoriques. Chacune de ces vibrations se propage, à partir du point ébranlé comme centre, dans toutes les directions. La force vive qui avait été communiquée s'est alors épanchée dans ces vibrations, et on ne peut plus se la réprésenter de nouveau comme réunie sous la forme d'une impulsion ou d'un déplacement intégral.

40*

Comment, de quelle manière, ces vibrations prennent naissance dans un milieu indéfini, voilà ce qu'il n'est pas facile de dire. Il est probable que leur formation doit être attribuée à ce que l'impulsion, lorsque, immédiatement après avoir passé du centre aux molécules circonvoisines, elle abandonne de nouveau celles-ci, non-seulement se propage à l'extérieur, mais revient aussi en partie vers le point de départ, pour retourner ensuite au dehors, et continuer de la sorte jusqu'à ce que la fraction de la force vive qui revient au centre soit finalement devenue égale à zéro. Nous obtenons ainsi autour du centre un va-et-vient de quantités toujours plus petites de force vive, va-et-vient qui cesse par épuisement et qui peut très bien aboutir à une vibration des molécules, transmettant l'impulsion à des points de plus en plus éloignés de l'origine.

2. Partout où une pareille impulsion est exercée sur l'air ou sur l'eau, se trouvent d'ailleurs les conditions nécessaires à la production d'une vibration à nœuds et à ventres fixes. Les vibrations spontanées qui s'établissent sont donc indubitablement des vibrations fixes des premières molécules du milieu, qui ensuite se propagent au loin. — La transmission régulière de la vibration, d'une source proprement dite, animée de vibrations fixes, au milieu ambiant, l'un et l'autre supposés en repos, me paraît devenir plus intelligible par ce qui précède. En effet, lorsque la première impulsion moléculaire, émanée du centre et répartie sur une première surface sphérique, opère immédiatement après un retour partiel vers le centre, elle y trouve déjà une seconde impulsion, avec laquelle elle est de nouveau chassée au dehors en accord rhythmique. De cette manière, une première impulsion est réglée et soutenue par la suivante. Par la répétition continuelle de la même action, s'appliquant au nombre infini des impulsions différentielles dans lesquelles on peut diviser par la pensée une vibration de la molécule primitivement ébranlée, la force vive qui réside dans celle-ci est transmise, sous la forme de vibration courante de la même période, au milieu ambiant; la propagation a naturellement lieu suivant des surfaces sphériques.

A ce point de vue, je regarderais volontiers une impulsion unique et indépendante comme instable, comparée à la série infinie de pareilles impulsions qui, partant successivement d'un même centre, où elles sont communiquées par une source de vibrations fixes, se soutiennent mutuellement et forment une vibration entière.

3. Si cette source de vibrations fixes est en mouvement par rapport au milieu, et si en outre elle est d'assez petites dimensions pour qu'une première impulsion ne soit plus suivie d'une seconde, partie du même point du milieu, et ainsi de suite, alors toutes ces impulsions différen-

tielles, qui sont communiquées au milieu ambiant par une seule vibration fixe, doivent être regardées comme autant d'impulsions instables, qui se perdent en courants isolés ou s'éparpillent en vibrations dont les périodes n'ont aucune relation avec la période de vibration de la source primaire.

La source de vibrations, — que nous nous représentons comme une réunion de molécules qui exécutent des vibrations isochrones dans des orbites semblables, et qui en outre se trouvent toujours toutes dans la même phase, — a-t-elle au contraire des dimensions telles que, nonobstant son mouvement progressif, les impulsions élémentaires en nombre infini puissent encore être regardées, pour au moins une vibration entière, comme partant d'un même point du milieu, parce que chaque molécule de la source, à mesure qu'elle avance, est immédiatement remplacée par une autre à vibration identique; ou bien, d'une manière encore plus générale, la molécule du milieu, qui est située en ce point, reste-t-elle pendant une vibration entière sous l'influence directe de la source; dans ce cas, la transmission de la vibration, de la source au milieu ambiant, continue à s'opérer d'une façon régulière, peut-être avec changement de l'amplitude, mais très certainement sans altération de la période.

On le voit: d'après cette manière de considérer les choses, il n'y a pas place ici pour la transmission de la vibration primaire avec une période raccourcie ou allongée suivant l'une ou l'autre règle; et cela pour la raison très simple que, lorsque le mouvement relatif de la source est trop grand par rapport à ses dimensions ou au rayon de sa sphère d'action directe, elle cesse aussi de pouvoir imposer une période assignable d'avance aux vibrations spontanées qui pourraient naître des pulsations ou déplacements différentiels successifs.

Plus clairement encore: pour avoir un raccourcissement ou un allongement de la période, qui fût d'accord avec les idées émises, comme nous allons le voir, concernant une accélération ou un retard de la poussée de l'onde, il faudrait pouvoir admettre que chaque pulsation élémentaire émanée de la source vibratoire déplacée, en tant qu'elle se rapporte à ce point de départ et y retourne, cherche maintenant comme par instinct à se diriger, non vers le point de départ effectif, mais vers un autre point, dans lequel la source primaire se trouve transportée au moment où elle émet l'impulsion suivante; or ceci serait par trop arbitraire. En conséquence, si la vibration de la source primaire ne peut être transmise au milieu ambiant d'une manière intégrale, avec sa période propre, elle ne peut pas être transmise du tout; elle se dissipera alors probablement en vibrations courantes, dont le résultat final échappe complétement au pouvoir de l'analyse, au moins dans son état actuel.

§ II.

4. Les considérations qui précèdent seront acceptées, je crois, par tous ceux qui chercheront à se faire une idée nette de la manière dont s'opère la transmission d'une vibration fixe au milieu ambiant; aussi longtemps que ce milieu reste homogène et indéfini, il n'y a, ce me semble, rien à en rabattre. J'ai jugé utile d'appeler l'attention sur ce point de vue, qui est peut-être propre à épargner des déceptions et à empêcher la science de s'engager dans une voie fausse.

En ce qui concerne l'influence du mouvement du prisme sur la direction du rayon réfracté, je puis me borner à rappeler qu'ARAGO a démontré par l'expérience, il y a longtemps, qu'un effet de ce genre n'existe pas, et que FRESNEL[1]) a donné l'explication théorique de ce résultat négatif, en montrant que l'influence du mouvement sur la direction du rayon réfracté est compensée par un changement de la valeur de l'aberration. Personne, jusqu'ici, n'a fourni la preuve expérimentale que cette résultante du changement de la réfraction et du changement de l'aberration n'est pas égale à zéro. Par contre, M. FIZEAU[2]) a fait voir que dans le mouvement de l'eau, tel qu'il l'a soumis à ses expériences, l'hypothèse d'où FRESNEL était parti se vérifie également; et d'un autre côté, on sait que la supposition de l'éther laissé en repos dans l'espace est seule en état, jusqu'à présent, de donner une explication satisfaisante, dans la théorie des ondulations, du phénomène de l'aberration des étoiles. On peut conclure de là, réciproquement, que ce serait une recherche mal fondée de vouloir déterminer l'influence du mouvement du prisme sur la direction du rayon lumineux, et que ce serait une tentative encore beaucoup moins motivée, et même un véritable recul de la science, d'admettre aujourd'hui une pareille influence pour l'explication partielle d'un déplacement des raies du spectre.

L'hypothèse de FRESNEL, dont la fécondité a été constatée, indique donc aussi à quel point de vue doit être considérée l'influence du mouvement de la source lumineuse sur la réfraction. Suivant cette hypothèse bien connue, l'éther qui propage les vibrations lumineuses est en repos dans l'espace illimité; les corps matériels n'entraînent dans leur mouvement que la partie de l'éther inclus qui forme l'excès de densité de cet éther sur celui de l'espace.

5. Un milieu indéfini, restant en repos malgré le déplacement des corps qui y sont plongés, et doué de la propriété additionnelle admise

[1]) *Annales de Chimie et de Physique*, t. IX, p. 56 et 286. 1818.

[2]) *Comptes rendus*, t. XXXIII, p. 349. 1851.

par Fresnel, nous tire donc facilement d'affaire quant à l'influence du mouvement du prisme sur la direction du rayon; mais, si l'on se rapporte à ce qui a été dit plus haut, il rend plus compliquée l'étude de la transmission de la vibration entre la source en mouvement et le milieu ambiant. Néanmoins, avec ce point de départ du milieu en repos, on arrive encore sans trop de peine, comme on le verra plus loin, à la conclusion que le mouvement de la source est également sans influence sur la réfraction. Cela n'implique pas, toutefois, que, si au contraire l'éther ambiant était bien entraîné dans le mouvement, la direction du rayon réfracté devrait être aussitôt regardée comme dépendant à la fois du déplacement du prisme et de celui de la source. Quant au prisme, du moins si lui et le milieu ambiant se meuvent avec des vitesses parfaitement égales, il ne saurait être question d'une altération apportée par ce mouvement à la direction du rayon réfracté. Et pour ce qui concerne la source, M. Petzval a très bien reconnu, dans les Mémoires dont nous parlerons plus loin, que l'entraînement complet du milieu ambiant par la source devait donner le coup de mort à toute théorie qui là, près de la source, exigeait une modification de la durée de vibration ou de la longueur d'onde de la vibration propagée.

D'ailleurs, quand même les corps en mouvement entraîneraient entièrement l'éther ambiant, il y aurait bien, sur la distance immense qui sépare par exemple la terre du soleil, quelque point intermédiaire où cet éther, tout à fait insensible aux deux mouvements, resterait en repos complet; et ainsi, dans l'hypothèse de l'entraînement, la question serait au fond transportée à un autre point de l'espace, où sa solution présenterait, il est vrai, d'après ce que nous pouvons maintenant pressentir, de plus grandes difficultés, mais sans être pour cela absolument désespérée.

Dans l'état actuel de la science, toutefois, le passage de la vibration d'une source en mouvement à un éther en repos, ou d'un éther en repos dans une matière réfringente en mouvement, est encore la seule question à l'ordre du jour.

Le point de vue auquel je considère l'influence du mouvement de la source lumineuse et du prisme sur la direction du rayon réfracté se trouve maintenant, je pense, assez bien caractérisé. Je laisse de côté la conception secondaire d'onde et beaucoup plus encore celle de poussée de l'onde; je m'en tiens à la notion fondamentale de vibration courante, qui seule possède de la réalité dans la nature des choses, et dont l'onde ou la poussée de l'onde ne sont qu'un résultat.

Si, dans ce qui va suivre, je montre quelque sévérité pour les observations de savants distingués, je n'y suis poussé que par l'intérêt de la

science et par la pleine conviction qu'il faut chercher dans ces observations elles-mêmes la cause des déplacements trouvés dans le spectre. Je crois être, d'ailleurs, d'autant mieux justifié sous ce rapport, que jamais non plus je n'ai épargné mes propres observations.

§ III.

En 1842, CHR. DOPPLER [1]) avança sommairement que, par le mouvement relatif de la source vibratoire primaire et de l'observateur, la couleur de la lumière observée ou la hauteur du son perçu est modifiée suivant une loi très simple. Il prend le rayon lumineux ou sonore qui coïncide avec la direction du mouvement, et il le distrait de la sphère entière à laquelle il appartient, sans tenir compte de la relation nécessaire qui existe entre ce rayon et le nombre infini des autres rayons qui partent avec lui du même point dans toutes les directions. Ce rayon, le seul qu'il considère, est pour lui une ligne droite, suivant laquelle le son ou la lumière se propagent en autant d'ondes ou de poussées jusqu'à l'observateur, lui-même en mouvement (se figurer un navire qui fend une eau onduleuse); et parce que la source vibratoire ou l'observateur se meuvent maintenant juste dans la direction de ce rayon, la vitesse avec laquelle les ondes courent vers l'observateur est augmentée ou diminuée de la vitesse relative de celui-ci par rapport à la source.

Mais DOPPLER oublie de nous dire ce qu'il faut entendre, quand il s'agit de son ou de lumière, par une poussée d'onde; quelque chose d'autre, à coup sûr, que le choc tumultueux des vagues contre l'avant d'un bateau qui remonte le courant d'une rivière agitée; ce parallèle serait par trop primitif. DOPPLER confond la poussée de l'onde avec l'onde entièrement déroulée, et cette onde entièrement déroulée, ou plutôt la cause qui la produit et qui va se distribuer sur la longueur totale de l'onde, il la fait communiquer par la source primaire au milieu en un seul élément de temps infiniment court. En donant de la vitesse de propagation ordinaire ces ondes ou poussées d'onde du son et de la lumière, dont l'origine change de place à chaque instant, il néglige de nous apprendre ce qui détermine en réalité leur progession, quelle liaison existe encore ici entre les différentes parties de la surface sphérique d'une même onde et entre l'onde et la vibration. Il nous laisse à découvrir comment les choses doivent se passer, maintenant que la source primaire émet l'onde, ou plutôt transmet au milieu la cause qui lui donne naissance, en une fraction de temps infiniment petite. Il ne se forme pas une idée nette de la nature

[1]) *Das farbige Licht der Doppelsterne*, Prag, 1842.

et de la cause des ondulations qui s'avancent à la surface de l'eau. Il oublie que ces ondulations sont le résultat composé des vibrations courantes microscopiques de milliers et de milliers de molécules d'eau accumulées les unes sur les autres; vibrations qui sont excitées par un choc ou une impulsion mécanique, venue du dehors et souvent instantanée, nullement par l'action d'une source de vibrations fixes; tandis qu'ici, pour le son et la lumière, il s'agit d'une vibration courante moléculaire qui procède d'une pareille source, et qui, soit que cette source se meuve ou non, doit être transmise régulièrement dans son ensemble, avant que nous puissions parler de poussée d'onde ou de quelque chose d'analogue. Il ne nous dit pas, enfin, ce que nous avons à démêler avec cette poussée d'onde dans l'étude de la nature et des propriétés d'un pareil rayon lumineux ou sonore, non-seulement en ce qui concerne la perception, mais aussi par rapport à la foule des autres phénomènes.

8. Dans l'état présent de la science, nous sommes autorisés à remonter jusqu'aux vibrations des molécules du milieu, et à parler de la propagation de ces vibrations, au lieu de nous absorber dans ce qu'il faut entendre par une poussée d'onde ou par une onde ainsi communiquée instantanément. Cet ébranlement successif du milieu vient-il à agir sur un corps matériel en mouvement, ou à s'y transmettre, c'est encore à la vibration que nous avons affaire en premier lieu. La théorie de DOPPLER devrait pouvoir se maintenir ici; mais, tout d'abord, elle reste en défaut de prouver, par exemple, que, lorsque le corps se met en mouvement, la molécule du milieu située directement devant lui fait aussitôt place, avec la rapidité nécessaire, à la molécule suivante, de façon que celle-ci, juste au moment anticipé que la théorie exige, soit surprise par le corps en mouvement dans la phase suivante de vibration. Après cela seulement il serait permis de parler, pour le son par exemple, de l'effet mécanique que la combinaison des poussées d'onde de milliers de molécules, — combinaison analogue à ce qui a lieu dans les ondes liquides, — pourrait exercer sur un système limité et présentant les conditions voulues, pour y exciter des vibrations fixes déterminées.

9. DOPPLER traite d'abord le cas où l'observateur se meut dans la direction de la propagation des ondes et de leurs poussées, ou, plus exactement, dans la direction de la vibration courante; et ensuite l'autre cas, où la source primaire de vibration avance seule dans cette direction. Sa formule très simple est un peu différente pour chacun de ces deux cas, mais cette différence s'explique aisément. Elle provient de ce que dans le premier cas, — en nous bornant, pour plus de simplicité, au rapprochement mutuel de la source vibratoire et de l'obser-

vateur, — l'observateur marche d'une manière continue à la rencontre de la vibration ou de la poussée d'onde développée par la source, et que par conséquent il la recueille dans un temps dont la durée est diminuée dans le même rapport qu'est diminuée, par le déplacement de l'observateur, la longueur d'une vibration entièrement déroulée ou, pour parler comme DOPPLER, la distance entre deux poussées d'onde; dans le second cas, au contraire, la vibration ou la poussée d'onde devient indépendante du mouvement de la source aussitôt qu'elle est passée dans le milieu ambiant, et alors, à compter de ce point de départ, elle a encore à parcourir toute la longueur de l'onde. Tant que les vitesses α et α' de la source vibratoire et de l'observateur restent petites par rapport à la vitesse a de la vibration courante ou de la poussée d'onde, on s'en tient aujourd'hui pour les deux cas à la même formule, et la conclusion s'énonce simplement ainsi: le nombre des ondes, des poussées d'onde ou plutôt des vibrations déroulées, que l'observateur recueille en un même temps, est augmenté dans le rapport $\frac{a + \alpha + \alpha'}{a}$, où α et α' doivent naturellement être pris positifs dans un sens opposé. Lorsque les valeurs précises de α et α' sont connues, le déplacement de la couleur vers le violet et l'exhaussement du ton peuvent donc être calculés d'une manière tout à fait exacte, en mesure et en nombre.

10. Tel est, dans sa forme systématique, le raisonnement auquel s'est laissé prendre le monde savant, et qui, étendu beaucoup au-delà des bornes où s'était renfermé l'auteur, constitue ce qu'on décore aujourd'hui du titre de théorie de DOPPLER, et dont l'application à l'analyse spectrale du ciel est saluée comme un progrès considérable de la science.

Les objections que cette théorie soulève se laissent résumer en peu de mots. J'ai déjà fait remarquer que DOPPLER ne se rend pas clairement compte de la manière dont une onde ou une poussée d'onde naît d'une vibration courante. Chaque vibration qui se propage le long du rayon sonore ou lumineux développe sa propre onde, dont la longueur est déterminée par la durée de la vibration et sa vitesse de transmission, qui est aussi la vitesse de transmission de l'onde. Une vibration est un tout qui s'achève régulièrement; il ne peut donc être question de moitiés ou de quarts de vibration, ni par conséquent de moitiés ou de quarts d'onde. L'onde se compose d'une croupe et d'une dépression ; une molécule du milieu, qui est arrivée au maximum positif de l'écart de sa vibration, se trouve au sommet de la croupe de l'onde courante. Conservons pour les ondes sonores et lumineuses cette terminologie empruntée aux ondes liquides. Lorsque d'un même point partent, d'une manière continue et

régulière, des vibrations d'une durée toujours égale, le rayon sonore ou lumineux est occupé par une suite non interrompue de croupes et de dépressions alternatives, qui se joignent exactement; la distance de deux croupes successives est alors toujours égale à la vraie longueur d'onde de la vibration. Mais si, comme le suppose Doppler, le centre d'ébranlement se déplace le long du rayon après chaque vibration, et de chaque point d'arrivée lance, au repos, une nouvelle vibration, alors la connexion régulière des ondes successives est immédiatement rompue; les vibrations courantes s'exécutent bien encore dans le même temps, et la longueur des ondes respectives est restée exactement la même; mais les ondes des vibrations successives ont empiété plus ou moins les unes sur les autres, et la distance entre deux croupes ou deux dépressions consécutives est diminuée de la longueur du chemin que la source parcourt entre l'émission de deux vibrations. Voilà, en termes clairs et nets, ce que veut Doppler; rien de plus et rien de moins. Quant à un raccourcissement de la durée de la vibration ou de la longueur de l'onde, réglé de façon que les ondes successives n'empiètent plus les unes sur les autres, c'est une idée dont on ne trouve pas trace chez lui. Pour plus de simplicité, je m'en tiens ici au mouvement de la source en avant; le mouvement en arrière donnerait lieu à un effet opposé, celui d'écarter les croupes et les dépressions des ondes successives.

Lorsque des milliers de molécules liquides superposées vibrent d'une manière simultanée et concordante, et atteignent par conséquent toutes à la fois leur maximum d'écart, elles forment cette haute intumescence, de 30 pieds parfois, qui s'élève comme onde composée au-dessus du niveau de l'eau. L'origine d'où naissent ces vibrations vient-elle maintenant à se déplacer, ce qu'il est si facile de concevoir pour l'action d'un coup de vent instantané sur la surface de l'eau, et le déplacement s'opère-t-il de telle sorte que les points d'où partent les première, deuxième, troisième, etc. vibrations, — auxquelles nous attribuons bien entendu une durée périodique égale, — soient avancés dans la direction que suivent les ondes; alors les croupes, appelées vagues dans le langage ordinaire, c'est-à-dire les poussées d'onde des centres successifs se suivront à des distances plus courtes que lorsque l'origine reste fixe. C'est là le phénomène que Doppler avait en vue, et que personne ne lui contestera. Si l'on suppose la présence d'un observateur, celui-ci recevra, dans le même temps, un nombre de poussées d'onde plus grand que celui qui correspond à la durée de la vibration et à la vitesse de propagation; cela aussi est parfaitement exact. Si en outre l'observateur lui-même se meut à l'encontre des ondes, il recevra dans le même temps des poussées encore plus

nombreuses; cela non plus ne fait pas l'ombre d'un doute: le déplacement de l'observateur ne change naturellement rien à la durée de vibration des molécules du milieu, mais fait que les croupes successives sont atteintes par lui à des intervalles plus petits ou plus grands que lorsqu'il reste en repos.

Encore une fois: à DOPPLER maintenant de montrer comment une source de vibrations fixes peut, à l'instar des coups de vent dont il vient d'être question, transmettre ses vibrations au milieu à des intervalles successifs et d'une manière instantanée; à lui de prouver que la perception de la couleur, — pour le son, dont les ondes composées, tant condensées que dilatées, exercent un effet mécanique, nous voulons admettre provisoirement que les choses peuvent se passer ainsi, — est déterminée par le nombre des poussées d'onde reçues dans un certain temps, et non par la durée de la vibration des molécules d'éther. Ce sont là, en effet, deux éléments qu'il faut ici nettement distinguer: le nombre des poussées d'onde recueillies et le nombre des vibrations exécutées par les molécules du milieu dans un temps donné; le premier est changé, le second ne l'est pas.

Le lecteur n'a sans doute pas attendu jusqu'ici pour remonter, de ces ondes composées, liquides ou aériennes, dans lesquelles une infinité de molécules superposées vibrent à l'unisson et passent simultanément par leur maximum, à ce rayon sonore ou lumineux idéal, sur lequel est étendue une série unique de molécules juxtaposées, et le long duquel se meut la particule d'où le son ou la lumière émanent. Il est alors arrivé par la pensée à des ondulations élémentaires qui, d'après DOPPLER, sont parties de points avancés chaque fois d'un petit espace, et il a fini par se représenter une série de molécules qui exécutent successivement toutes ces vibrations d'une durée parfaitement égale, et en commencent déjà une nouvelle avant que la précédente soit achevée; ceci, en effet, conformément à la théorie de la superposition des petits mouvements, ne constitue pas une difficulté. Enfin, pour le cas où l'observateur lui-même se déplace, par exemple vers la source, on aura trouvé, dans ce cours d'idées, que l'onde, la vibration déroulée, est de nouveau enroulée par l'observateur en un temps raccourci de la même quantité dont est raccourcie, par le déplacement, la longueur d'onde; toujours en supposant (voir art. 8) que les molécules d'éther ou d'air situées en contact avec l'œil ou l'oreille se sont écartées ou ont été enlevées avec la rapidité voulue.

11. DOPPLER pensait effectivement en émissionniste, tout en s'exprimant dans les termes de la théorie des ondulations. Il avait analysé le mode d'excitation et de progression des ondes liquides, et il ne voyait pas

quelles conditions il imposait maintenant à sa source sonore ou lumineuse en mouvement; ses poussées d'onde n'étaient pas autre chose que des particules lumineuses émises à des intervalles déterminés et avec une vitesse donnée. Il ne paraît même pas avoir remarqué que ces poussées d'onde sont complétement éteintes par interférence, dès que la vitesse de rapprochement de la source devient égale à la moitié de la vitesse de propagation des ondes. Tout ce qui manquait encore, c'était de doter ces poussées d'ondes ou vibrations courantes, dans leur marche ultérieure, de la vitesse de progression de la source; ce pas, les successeurs de DOPPLER l'ont fait pour lui, en réunissant ses deux formules, comme je l'ai dit plus haut, en une seule.

§ IV.

12. Les trente années qui se sont écoulées depuis la publication du Mémoire de DOPPLER forment une période instructive dans l'histoire de la science; elles montrent comment une théorie émise à la légère, et s'appuyant sur l'analogie avec des phénomènes qui se manifestent dans des conditions toutes spéciales, peut susciter les plus graves embarras à la science et même la fourvoyer complétement. La comparaison avec les ondes liquides, dont les poussées exercent une choc mécanique, et dont le mode de production, ainsi que je l'ai rappelé ci-dessus, diffère considérablement de la transmission d'une vibration à un milieu ambiant indéfini par une source animée de vibrations fixes, — cette comparaison, suggérée par DOPPLER, fut le premier pas dans la voie de l'erreur. Une seconde induction, non moins hasardée que la première, fut suggérée par les recherches de M. BUYS BALLOT [1]) et autres, et par les résultats ainsi obtenus pour la hauteur du ton à des distances relativement petites de la source et dans la direction précise du mouvement, résultats où l'effet mécanique exercé sur un ensemble circonscrit et capable d'entrer en vibration fixes, par une poussée d'onde ou pulsation de nature spéciale, jouait le rôle principal.

On établit ainsi une similitude entre des phénomènes essentiellement dissemblables, ou on conclut du particulier au général, sans tenir compte des circonstances caractéristiques qui interviennent dans la production du particulier. On décida catégoriquement: que, par le mouvement de la source vibratoire, la couleur de la lumière et la hauteur du son sont changées, conformément à la formule de DOPPLER; et tandis que DOPPLER

---

[1]) *Akustische Versuche auf der niederländischen Eisenbahn, nebst gelegentlichen Bemerkungen zur Theorie des Herrn Prof.* DOPPLER. (POGGEND. *Annalen*, B. LXVI, p. 321; 1845).

s'était contenté de compter des poussées d'onde ou pulsations, sans approfondir la question de savoir jusqu'à quel point cela était permis, ses partisans aussi bien que ses adversaires mirent maintenant à l'ordre du jour le problème du changement de la période de la vibration lors de sa transmission.

On comprit que la transmission instantanée de la vibration de la source au milieu ambiant, telle que la supposait Doppler, n'était pas admissible. Pour éclaircir ses idées d'ondes et de poussées d'onde, on voulut savoir si, par le mouvement progressif de la source, la période de la vibration courante du milieu différerait, conformément à la formule de Doppler, de celle de la vibration primaire de la source. Dans ce but, pour mieux rester d'accord avec la marche naturelle du phénomène, on partagea cette vibration primaire en un nombre infini d'impulsions différentielles, que la source devait communiquer au milieu une à une, en chaque point de sa route. La réunion de toutes ces impulsions, ainsi transmises successivement, prit la place de l'impulsion unique et instantanée de Doppler. De cette façon, la théorie, présentée sous une forme populaire par Doppler, reçut une couleur et une substance scientifiques. La vibration de la source en mouvement fut, pour ainsi dire, déroulée en un nombre infini de phases, et il ne s'agissait plus que de savoir si ces phases se laisseraient de nouveau enrouler de bon gré en une vibration courante, à période allongée ou raccourcie, conformément à la formule de Doppler. Comparées à ce qui allait maintenant suivre, les spéculations et les erreurs de Doppler n'avaient été qu'un jeu d'enfant.

13. En ce qui concerne le changement de couleur d'une source lumineuse en mouvement, les physiciens étaient rassurés et une trève avait en quelque sorte été conclue entre les combattants. M. Buys Ballot avait déjà fait remarquer que, vu la quantité infinie de vibrations de durée ou de longueur d'onde graduellement croissante, les retards et les accélérations exigés par la formule de Doppler, devant naturellement atteindre toutes les couleurs à la fois, ne pouvaient guère donner lieu à un changement de la lumière composée. En effet, pour chaque rayon qui, par le raccourcissement éventuel de la distance de ses poussées d'onde, ou mieux encore par leur succession plus rapide dans l'œil, passerait à l'extrémité violette du spectre dans le domaine des rayons invisibles, il devrait y avoir à l'extrémité rouge un autre rayon passant de la partie obscure dans la partie éclairée. De même, à chaque rayon qui, en vertu d'un allongement de la distance considérée, ou en vertu d'une succession plus lente des pulsations dans l'œil, serait transporté à l'extrémité rouge dans le domaine des rayons invisibles, devrait correspondre à l'extrémité

violette un rayon transporté de la partie obscure dans la partie éclairée du spectre. Dans les deux cas, par conséquent, la couleur de la lumière composée resterait la même pour l'observateur.

Mais bientôt s'éleva à l'Académie de Vienne une discussion entre PETZVAL [1]) d'un côté et VON ETTINGSHAUSEN [2]) et DOPPLER [3]) de l'autre, discussion dans laquelle la question de la transmission de la vibration au milieu ambiant par une source en mouvement fut posée dans toute sa simplicité, débarrassée de la considération accessoire de l'observateur. La question concernant l'influence du mouvement de l'observateur fut écartée par PETZVAL, comme n'appartenant pas au domaine de la mécanique. Au point de vue où je traite ici le problème, je n'ai pas affaire non plus avec cet observateur en mouvement.

Voyons maintenant ce que cette discussion, qui ne se termina qu'à la mort de DOPPLER, a mis en lumière.

VON ETTINGSHAUSEN [4]) pose en principe, comme je l'ai fait moi-même au § I, que chaque impulsion momentanée excite dans un milieu élastique indéfini une foule de vibrations spontanées. Ces vibrations se combinent, d'après lui, en formes de mouvement auxquelles ne convient plus la notion de vibration, et qui par conséquent ne donnent pas lieu de parler encore de durée de vibration. Il s'appuie sur le cas de la propagation linéaire d'un mouvement, et sur les intégrales trouvées par POISSON et par OSTROGRADSKY pour les milieux élastiques homogènes, dans lesquels la propagation du mouvement s'opère en ondes sphériques. Dans le cas le plus général, dit-il, la sommation ne se laisse pas achever, et tout ce qu'on peut faire, c'est de montrer que les ondes sont limitées.

---

[1]) PETZVAL, *Ueber ein allgemeines Princip der Undulationslehre; Gesetz der Erhaltung der Schwingungsdauer.* Sitzungsberichte der K. K. Akademie der Wissenschaften. B. VIII, p. 134. 1852.

PETZVAL, *Ueber die Unzukömmlichkeiten gewisser populärer Anschauungsweisen in der Undulationstheorie. Ibid.* B. VIII, p. 567. 1852.

PELZVAL, *Ueber die Unzukömmlichkeiten gewisser populärer Anschauungsweisen in der Undulationstheorie. Ibid.* B. IX, p. 699. 1852.

[2]) VON ETTINGSHAUSEN, *Bemerkung zu dem Aufsatze: Ueber ein allgemeines Princip etc. Ibid.* B. VIII, p. 593. 1852.

VON ETTINGSHAUSEN, *Weitere Bemerkungen zu dem Vortrage des Herrn Prof.* PETZVAL, *vom* 15 *Jänner. Ibid.* B. IX, p. 27. 1852.

[3]) DOPPLER, *Bemerkungen zu dem Aufsatze: Ueber ein allgemeines Princip etc. Ibid.* B. VIII. p. 587. 1852.

DOPPLER, *Bemerkungen über die von Herrn Prof.* PETZVAL *gegen die Richtigkeit meiner Theorie vorgebrachten Einwendungen. Ibid.* B. IX, p. 237. 1852.

[4]) Voir son second Mémoire, p. 29.

14. Si d'un même point partent simultanément différentes ondes de longueurs régulièrement croissantes, la superposition de toutes ces ondes formera une ligne, qui très certainement sera développée suivant une période déterminée; c'est là, je pense, ce qu'entend M. von Ettingshausen, lorsqu'il veut combiner en un tout une série de vibrations de périodes régulièrement croissantes.

Mais il commet une erreur manifeste lorsqu'il croit pouvoir sommer purement des ondes de longueurs différentes. L'application qu'il fait au cas actuel des conditions simples du mouvement linéaire est aussi sujette à bien des objections; il se figure ici, à ce qu'il me semble, un courant du milieu en masse, auquel toutes les molécules prennent sans doute part, mais sans se déplacer les unes par rapport aux autres, si ce n'est aux surfaces limites de la masse en mouvement, où évidemment l'état n'est plus aussi simple. Or, quand il s'agit de vibrations, nous avons affaire à des mouvements des molécules, dans lesquels le déplacement relatif de deux molécules voisines est précisément le point essentiel.

Le principe de la superposition des petits mouvements est quelque chose de plus qu'un artifice destiné à simplifier les calculs; on le retrouve dans la nature. Toutes les vibrations, représentées par leurs sinusoïdes propres, conservent une existence indépendante ou, ce qui revient au même pour nous, elles se séparent entre elles dans leur passage d'une matière dans une autre. S'il n'en était pas ainsi, il serait impossible, en effet, de décomposer la lumière solaire par la réfraction en ses différentes couleurs simples; et, d'un autre côté, rien ne nous empêcherait, étant donné un rayon lumineux homogène, de le résoudre en une série complète de couleurs.

15. Ce qui, de l'aveu de M. von Ettingshausen, s'applique à une impulsion initiale unique, sera évidemment encore vrai pour chacune des impulsions élémentaires, en nombre infini, dans lesquelles M. von Ettingshausen et M. Petzval se figurent décomposée l'action de la source vibratoire en mouvement sur le milieu ambiant. Chacune de ces impulsions différentielles peut donner naissance à une ou plusieurs vibrations, nécessairement de petite amplitude, qui se propagent en restant tout à fait indépendantes l'une de l'autre. Il n'y a aucune raison de ne pas admettre pour cette série de petites impulsions ce que l'on pose en principe pour une impulsion initiale unique; or c'est pourtant là, en réalité, l'erreur dans laquelle sont tombés et M. Petzval et M. von Ettingshausen.

Ces deux savants ont très bien compris, ainsi que je l'ai fait remarquer plus haut, qu'il n'y avait pas moyen de s'en tenir à la transmission

instantanée de la vibration, imaginée par DOPPLER. La première difficulté opposée par M. PETZVAL au raisonnement de DOPPLER concernait en effet la communication subite au milieu ambiant d'un mouvement ondulatoire en accord avec la vibration fixe. A cette hypothèse il substitua la théorie, dite par lui *ennoblie*, dans laquelle chaque vibration de la source primaire est divisée, en vue de sa transmission au milieu, en autant d'impulsions qu'il y a de phases, c'est-à-dire en un nombre infini; à ceci, M. VON ETTINGSHAUSEN acquiesça pleinement. Mais, par une bizarre inadvertance, M. PETZVAL laissa maintenant ces impulsions élémentaires se propager dans leur intégrité au sein du milieu, au lieu de les laisser se morceler en vibrations. Le résultat de ses formules était, par suite, facile à prévoir; en attribuant à la source vibratoire un mouvement de progression, il devait retrouver quelque part, sur une molécule située dans la direction de ce mouvement, les impulsions primitives, simplement resserrées dans une période plus courte. Il obtient pour une pareille molécule une durée de vibration raccourcie exactement d'autant que le voulait DOPPLER, résultat bien naturel, puisqu'il en avait introduit d'avance les conditions. Pour une molécule située de l'autre côté, c'est-à-dire derrière la source vibratoire, le succès est le même: il trouve la vibration transmise intégralement, et sa période allongée de la quantité précise qu'avait assignée DOPPLER. — M. VON ETTINGSHAUSEN ne pouvait pas désirer mieux; aussi s'empressa-t-il d'adopter les heureuses conclusions de M. PETZVAL, et de renoncer à toutes ces vibrations de longueurs d'onde différentes, qui naissent d'une impulsion unique et ont, comme nous l'avons vu, un si singulier résultat sommatoire.

16. La seconde objection de M. PETZVAL était que DOPPLER admet tacitement que le milieu est incapable de participer au mouvement de la source. Comme M. PETZVAL prend généralement pour source de vibrations une source sonore, c'est aussi spécialement d'une pareille source qu'il parle ici. Quant au son, on doit bien certainement admettre que l'air, du moins au voisinage de la source, est entraîné totalement ou partiellement dans le mouvement de progression. Mais pour ce qui regarde la lumière, on est aujourd'hui autorisé et même tenu à croire que le milieu qui entoure la source, et qui reçoit les vibrations et les propage, reste en repos.

Dans son premier Mémoire, M. PETZVAL a maintenant montré, par la voie de l'analyse, qu'un mouvement ondulatoire peut être superposé à un mouvement de progression, c'est-à-dire, que les ondulations, excitées par la source vibrante dans un milieu qui chemine uniformément avec elle, ont la même longueur que si tous les deux,

source et milieu, demeuraient au repos; c'est ce qu'il appelle, d'une manière générale, *le principe de la conservation de la durée de vibration.* Ce résultat a encore reçu l'assentiment complet de M. VON ETTINGSHAUSEN. Mais la démonstration et l'objection de M. PETZVAL manquaient leur but, parce que l'entraînement du milieu faisait précisément esquiver la grande difficulté de la communication de la vibration par une source animée d'un mouvement relatif, et parce que, d'un autre côté, soit que le milieu participe au mouvement soit qu'il n'y participe pas, le nombre des poussées d'onde qui arrivent dans un même temps à l'observateur de DOPPLER, c'est-à-dire au terme final, sera toujours augmenté ou diminué conformément à la formule posée par DOPPLER. Une longueur d'onde inaltérée, dans un milieu entraîné avec la source vers l'observateur, rendra à DOPPLER les mêmes services que la longueur d'onde raccourcie dans un milieu au repos, que lui fournit M. PETZVAL, ou que la source émettant ses ondulations non raccourcies en des points de plus en plus rapprochés du terme final, qu'il s'était créée à lui-même.

17. Dans son troisième Mémoire, M. PETZVAL traita enfin de la distinction que ses adversaires avaient faite entre l'objectif et le subjectif, par l'introduction de l'observateur. Mais, ici encore, il fit malheureusement fausse route, car le sens qu'il attache à cette distinction diffère de celui qu'elle avait dans l'esprit des deux autres savants. Il prend le mot „subjectif" dans son acception ordinaire: un observateur qui, par suite d'un état particulier de son cerveau ou de son organe de perception, donne aux phénomènes une autre interprétation que celle qui leur convient, fournit des résultats „subjectifs", dépourvus de valeur vraie ou objective. Or, en ce qui concerne le raisonnement de DOPPLER, on peut y mettre une borne à la place de l'observateur, sans qu'il s'en trouve atteint; pour DOPPLER, le sujet observant n'est que le point de mire, le terme vers lequel ses poussées d'onde avancent d'un pas accéléré ou retardé; son raisonnement a donc un sens parfaitement objectif.

L'analyse de M. PETZVAL, je le répète, avait manqué son but: les résultats de la théorie *ennoblie* par lui concordent entièrement, si je les comprends bien, avec les vues originales de DOPPLER; les divergences que M. PETZVAL signale encore sont, en effet, d'importance secondaire dans les conditions ordinaires, et leur existence est plutôt nominale que réelle. Du moment que M. PETZVAL laisse subsister comme telles les impulsions élémentaires communiquées au milieu par la source en mouvement, du moment qu'il les laisse se propager sans altération et les considère seulement dans leur mouvement en arrière ou en avant, au lieu de les résoudre toutes individuellement en vibrations, il est sur une fausse voie et perdu sans

ressource. S'il s'était hasardé pour un instant, avec son rayon lumineux, en dehors de la direction du mouvement de la source, ou s'il avait réfléchi à la cause qui devait pousser en avant ces impulsions devenues en quelque sorte flottantes, peut-être aurait-il encore reconnu son erreur.

Quant à ses deux autres objections, elles n'atteignaient en rien la théorie de DOPPLER. Du reste, M. PETZVAL lui-même s'exprime, à la fin de son troisième Mémoire, dans les termes suivants, qui méritentd'être remarqués:

„Si, dans l'état actuel de la question, l'influence que le mouvement progressif d'une source sonore ou lumineuse exerce sur le mouvement vibratoire ne peut encore être considérée comme entièrement élucidée, il est pourtant tout à fait certain que, ni dans son degré, ni dans l'ordre d'action auquel elle appartient, cette influence n'est celle que la théorie de DOPPLER assigne."

De ce que M. PETZVAL dit dans les trois dernières de ces lignes, il m'est impossible de trouver la preuve convaincante dans ses Mémoires; c'est donc une simple assertion, plutôt qu'une vérité démontrée. Quant à ce qui précède, c'est l'aveu complet que, sur le terrain qu'il avait choisi, il n'avait pas été en état de combattre victorieusement son adversaire. Sans s'en apercevoir, il s'était placé au même point de vue que DOPPLER, et voilà pourquoi il avait échoué dans sa réfutation. Tandis que DOPPLER s'en était tenu à la notion vague des poussées d'onde, et avait encore laissé la possibilité de conserver intacte la durée de la vibration des molécules elles-mêmes, M. PETZVAL était arrivé, par la voie analytique, à allonger ou à raccourcir cette durée de vibration, et il avait ainsi considérablement aggravé les choses. Le passage cité trahit un certain désappointement, facile à comprendre. M. VON ETTINGSHAUSEN avait eu trop beau jeu contre son adversaire et l'avait en quelque sorte pris au piége de ses propres raisonnements analytiques.

§ V.

18. L'erreur de l'analyse de M. PETZVAL (voir son second Mémoire, p. 583, aux alinéas commençant par Erstens, Zweitens et Drittens, et le troisième Mémoire, p. 712) est qu'il ne reconnaît pas que chaque impulsion ou déplacement communiqué doit se propager, en chaque point de son parcours, aussi bien en arrière qu'en avant, mais qu'il conclut au contraire que cela s'applique seulement au point de départ. Chaque fois que l'impulsion abandonne les molécules dans lesquelles elle réside pour le moment, elle se transmet en arrière et en avant, tout comme à l'origine; car elle se trouve alors exactement dans les mêmes conditions que lorsqu'elle animait la molécule frappée initialement.

M. PETZVAL commence par parler d'un déplacement pur et simple que viennent à subir les molécules situées dans un même plan ou dans son voisinage; puis il y substitue tout d'un coup une onde plane, qui ne paraît pas présenter de dépression, et plus tard il attribue au déplacement, d'une manière tout à fait arbitraire, la vitesse de propagation de l'onde. Dans son troisième Mémoire, il trouve ainsi, par exemple, que, si le déplacement se propage en partant d'une seule molécule, il sera, dans la direction de l'axe des x, après le temps t et à la distance r de cette première molécule:

$$\xi = \frac{1}{r} f(r - st) + \frac{1}{r} F(r + st);$$

où s est la vitesse de propagation des ondes, tandis que $f(u)$ et $F(u)$ sont deux fonctions qu'on suppose n'avoir une valeur appréciable qu'entre des limites très étroites, $+\epsilon$ et $-\epsilon$, de u; en effet, le déplacement primitif, pour le temps $t = 0$, n'avait une grandeur sensible que pour des valeurs de r qui différaient très peu de zéro, c'est-à-dire pour des points très rapprochés du centre.

De même, dans le cas où l'impulsion émane d'un plan, il trouve pour le déplacement transmis dans la direction de la perpendiculaire à ce plan:

$$\xi = f(x - st) + F(x + st);$$

où il n'est de nouveau attribué une valeur appréciable aux deux fonctions $f(u)$ et $F(u)$ que pour des valeurs très petites, positives ou négatives, de u.

Ici nous touchons du doigt la source de la méprise de M. PETZVAL: il admet que, à raison des limites étroites entre lesquelles est borné le déplacement original, $f(u)$ et $F(u)$ s'annulent chacune séparément, aussitôt que u prend une valeur sensible, positive ou négative; or cet état initial l'autorise seulement à admettre une pareille annulation pour la somme $f(u) + F(u)$. Il fait de ce déplacement une onde sans dépression. De ces prémisses il est donc impossible de tirer une conclusion qui soit d'accord avec la nature. Si l'on posait $f(u) + F(u) = 0$, toujours pour de petites valeurs de u, on trouverait sur la normale un état de déplacement tout autre que celui obtenu par M. PETZVAL.

19. Suivons-le maintenant encore pour ce qui concerne l'onde plane proprement dite, c'est-à-dire, pour le cas où la source vibratoire peut être représentée par un plan de molécules vibrantes, qui se meut avec la vitesse c dans la direction de sa perpendiculaire; soit θ le temps courant.

En chaque point de son parcours, la source communique aux molécules du milieu de nouveaux écarts ou déplacements, qui se propagent ensuite sans altération. Pour une molécule du milieu, placée sur la perpendiculaire

à la distance x de la position initiale du plan, le déplacement résultant ξ à l'instant t peut être trouvé par les intégrales:

$$\xi = \int_0^t f\big(x - c\theta - s\,(t - \theta)\big)d\theta + \int_0^t \mathrm{F}\big(x - c\theta + s\,(t - \theta)\big)\,d\theta.$$

Mais la source elle-même, ou plutôt ses molécules, qui communiquent les déplacements, sont en vibration; les impulsions exercées, à l'instant θ et pendant le temps $d\theta$, par ces molécules vibrantes primaires sont donc représentées par $\sin k\theta\, d\theta$, et par conséquent les déplacements ou écarts sont aussi proportionnels à cette quantité.

On a donc:

$$\xi = \int_0^t f\big(x - c\theta - s\,(t - \theta)\big)\sin k\theta\, d\theta + \int_0^t \mathrm{F}\big(x - c\theta + s\,(t - \theta)\big)\sin k\theta\, d\theta.$$

Maintenant, tout est trouvé; on change la variable dans ces intégrales par exemple, dans la première en posant

$$x - c\theta - s\,(t - \theta) = u\,;$$

il vient alors:

$$\theta = \frac{u - x + st}{s - c},\ d\theta = \frac{du}{s - c} \text{ et } \sin k\theta\, d\theta = \sin k\, \frac{u - x + st}{s - c}\, \frac{du}{s - c}$$

Or, selon Petzval, $f\,(u)$ n'a une valeur appréciable qu'entre les limites $+\varepsilon$ et $-\varepsilon$; par conséquent, dans l'expression affectée du sinus, on peut négliger au numérateur u vis-à-vis de $st - x$, et alors $\sin k\, \frac{st - x}{s - c}$ vient en dehors du signe d'intégration. La première des deux intégrales devient donc:

$$\frac{1}{s - c} \sin \frac{k}{s - c}\,(st - x) \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} f\,(u)\, du\,;$$

la valeur de l'intégrale définie est une grandeur constante C, et par conséquent on a finalement:

$$\frac{\mathrm{C}}{s - c} \sin \frac{k}{s - c}\,(st - x).$$

De la même manière, on trouve pour la valeur de la seconde intégrale:

$$\frac{\mathrm{C}}{s + c} \sin \frac{k}{s + c}\,(st + x)\,;$$

de sorte qu'il vient:

$$\xi = \frac{\mathrm{C}}{s - c} \sin \frac{k}{s - c}\,(st - x) - \frac{\mathrm{C}}{s + c} \sin \frac{k}{s + c}\,(st + x).$$

Voici donc le résultat: deux vibrations communiquées au milieu, l'une avec une période raccourcie, l'autre avec une période allongée, — tout juste comme le réclamait la théorie de DOPPLER pour avoir un vêtement scientifique, — et dont la première se propage convenablement en avant, la seconde en arrière. De cette façon, en effet, la périodicité de la vibration de la source est transmise très ingénieusement, et avec les modifications nécessaires, au milieu ambiant.

Mais, pour les raisons dites ci-dessus, ce résultat n'a pour moi aucune valeur démonstrative.

§ VI.

20. La discussion dont je viens de rendre compte paraît avoir passé, au premier abord, inaperçue pour beaucoup de physiciens. Grâce à la remarque mentionnée à l'art. 13, ils étaient tranquillisés au sujet du changement de couleur des étoiles; en ce qui concerne le son, ils invoquaient les expériences de M. BUIJS BALLOT et autres comme preuve à l'appui de la conception de DOPPLER; à ces expériences on en ajoutait d'autres, et, sans souci de l'étrange confusion qu'on faisait entre les idées de vibration, d'onde et de poussée d'onde, on se trouvait heureux de la vérité nouvelle. Tel était l'état des esprits; la grande majorité, à coup sûr, tenaient la théorie de DOPPLER pour chose démontrée, et la science, une fois engagée dans une voie fausse, était toute préparée à accepter l'équivalence des notions de pulsation d'onde et de distance apparente ou réelle des pulsations d'ondes à celles de vibrations et de longueur d'onde normale. A cette heure néfaste, l'analyse spectrale vint faire son apparition, et aussitôt on décida que, même en laissant inaltérée la couleur de la lumière composée ou résultante, le mouvement de la source ou du prisme pouvait au moins déplacer dans le spectre les raies de FRAUNHOFER ou leur phénomène parallèle, les raies brillantes. En effet, si DOPPLER avait touché juste, la raie jaune D, par exemple, devait se montrer à l'observateur un peu plus verte ou un peu plus rouge, et par conséquent lui paraître déplacée vers le rouge ou vers le vert. Ceci, avec l'idée des poussées d'onde accélérées ou retardées, avait encore un sens, tant qu'on s'en tenait à la perception de la couleur, et qu'on faisait dépendre celle-ci de la fréquence des pulsations qui frappent l'œil. Mais, sans y songer, on franchit maintenant ce pas: à l'observateur, ou plutôt à l'œil, on substitua le prisme. Au mouvement de la source, pour nous borner à celle-ci, on attribua le pouvoir de changer la réfraction du rayon lumineux. Ce changement exige une modification de la durée de vibration

des molécules dans le rayon incident et de la longueur d'onde normale qui y correspond, — c'est là un point sur lequel tout le monde est sans doute d'accord. Or, ces deux éléments, je prétends que DOPPLER lui-même les avait laissés intacts, et le lecteur peut juger, d'après cela, jusqu'à quel point la discussion entre M. PETZVAL et M. VON ETTINGSHAUSEN a contribué à donner naissance à l'erreur dont il s'agit.

Exprimons-nous encore plus clairement, de crainte d'être mal compris. Admettons qu'à raison du retard des poussées d'onde, occasionné par le mouvement rétrograde de la source, un rayon lumineux jaune vire au rouge pour l'œil; il n'en continuera pas moins, avec le même prisme, à avoir comme rayon rouge le même indice de réfraction, par conséquent la même déflexion, qu'il avait comme rayon jaune lorsque la source était immobile, — à condition que la durée de vibration de ses molécules et la longueur d'onde proprement dite n'aient subi aucune altération; à cet égard, il ne peut y avoir l'ombre d'un doute. DOPPLER lui-même, bien que placé à un point de vue tout différent du mien, aurait encore jugé comme moi en ce qui concerne l'invariabilité de la réfraction; ce sont ses successeurs qui ont introduit l'idée nouvelle de la mutabilité. Plus loin, quand j'aurai terminé mon résumé historique, je montrerai comment la condition nécessaire pour cette invariabilité de la réfraction me paraît devoir être maintenue.

21. Il ne servit de rien que M. ANGSTRÖM [1]) fît connaître le résultat négatif de ses expériences concernant le spectre de l'étincelle électrique, dans lequel les lignes brillantes se montraient toujours à la même place, malgré la grande vitesse avec laquelle les particules sont projetées dans des directions opposées à partir des deux pôles. Il ne servit de rien que M. PETZVAL, dans une Communication [2]) où perce encore le même sentiment de contrariété que dénotait la conclusion de son troisième Mémoire, fît part à l'Académie de Vienne de ce résultat négatif de M. ANGSTRÖM, en le présentant comme une preuve expérimentale contre la théorie de DOPPLER, ou plutôt contre le changement de la durée de vibration. Le peu de succès de leur opposition tenait à ce qu'eux-mêmes, ce me semble, n'avaient pas nettement conscience du désaccord qui pouvait exister entre le changement de couleur pour l'œil, tel que le voulait DOPPLER, et le changement de déflexion par le prisme, dont il était maintenant question. Ils ne voyaient plus de différence spécifique entre

[1]) *Optische Untersuchungen.* POGGEND. *Ann.*, B. XCIV, p. 141. 1855.

[2]) ANGSTRÖM'S *Untersuchungen über das Spectrum des electrischen Funckens in Beziehung auf die Farbe der Doppelsterne.* Sitzungsberichte der K. K. Akad. d. Wissensch., B. XVI, p. 521. 1860.

l'accélération ou le retard de la poussée d'onde, qui était peut-être capable de produire le premier de ces changements, et la modification de la durée de vibration de la lumière incidente, qui constituait une condition essentielle pour le second; ces deux notions, en effet, avaient été identifiées par M. PETZVAL et M. VON ETTINGSHAUSEN. M. PETZVAL était allé trop loin et s'était vu impuissant à établir analytiquement que la durée de vibration des molécules de l'éther reste inaltérée dans le cas du déplacement de la source. D'un autre côté, le raisonnement si simple de DOPPLER était à la portée de tout le monde. On continua donc, en quelque sorte, à prendre pour base unique les phénomènes du son, qu'on regardait comme suffisamment démontrés et qui s'expliquaient d'une manière satisfaisante, suivant les idées de DOPPLER, par une accélération de la poussée d'onde; et on conclut de là à des phénomènes concernant la réfraction de la lumière, qui dépendent exclusivement de la durée de vibration des molécules de l'éther. Je serais même tenté de croire, quelque paradoxal que cela paraisse, que les expériences de M. ANGSTRÖM ont justement été, pour beaucoup de partisans de DOPPLER, la circonstance première qui les a déterminés à proclamer, dans leur foi inébranlable à la théorie du maître, le déplacement des raies du spectre.

22. En M. MACH [1]) nous trouvons un de ces partisans déclarés de DOPPLER. Chez lui ce sont de nouveau les explosions auxquelles on s'attache de préférence, et l'analyse de M. PETZVAL est considérée comme un mode de déduction plus rigoureux et plus élégant, qui a d'ailleurs conduit, en ce qui concerne la longueur d'onde, au même résultat [2]). M. MACH défend les vues de DOPPLER relativement au son; il peut y avoir, dit-il, des tons d'explosion, comme dans une sirène à trous très éloignés les uns des autres et dans la roue dentée de Savart. Plus loin, je reviendrai sur la sirène; il est parfaitement vrai qu'ici, avec les explosions, des vibrations courantes sont excitées dans l'air; mais les périodes de ces vibrations n'ont peut-être, au moins dans la sirène de SEEBECK, aucun rapport avec la hauteur du ton perçu; et une source sonore ou lumineuse à vibrations fixes ne détermine pas, en général, de pareilles explosions. On le voit, M. MACH reste fidèle à l'idée fondamentale de DOPPLER, celle de pulsations communiquées au milieu par la source en des points successifs; c'est toujours la poussée accélérée d'ondes qui peuvent très bien se superposer l'une à l'autre.

C'est ensuite le même passage, aussi en ce qui touche les formules, des explosions aux phases et à la vibration courante, comme le montre

[1]) POGGEND. *Ann.*, B. CXII, p. 58. 1861.

[2]) l. c., p. 59.

la citation suivante: „Mais si les ondulations élémentaires qui composent une onde se propagent avec une même vitesse et sans dérangement mutuel, ainsi qu'on l'admet sans doute, ces formules (de DOPPLER) sont applicables à toutes les formes d'ondes, puisque la hauteur du ton n'est déterminée que par la distance de deux phases correspondantes et d'ailleurs quelconques, phases qu'on peut alors toujours regarder comme instantanées ou comme constituant des explosions" [1]). Par onde, on entend ici évidemment le résultat composé des vibrations élémentaires de milliers de molécules, ce que nous aimons mieux appeler poussée d'onde. — Personne ne contestera à M. MACH que cette poussée d'onde, née d'une source procédant par explosions et animée d'un mouvement de progression, participe à cette progression; les ondulations de l'eau, sous l'action progressive d'un coup de vent, nous le montrent clairement.

Donnons à cette poussée d'onde, dans le cas du son, le nom d'impulsion de condensation ou de dilatation; ces impulsions pourront donc, portées par les vibrations des molécules, se propager dans leur intégrité, et leur vitesse de propagation deviendra égale à la vitesse de l'onde augmentée de celle de la source. S'il se trouve alors sur leur parcours un ensemble circonscrit et approprié, — et c'est ainsi que nous nous représentons l'oreille, — les impulsions successives y exciteront une vibration, dont la hauteur sera réglée par leur fréquence. Toutes les expériences sur lesquelles M. MACH et autres s'appuient pour défendre la manière de voir de DOPPLER, et dont une sera examinée tout à l'heure en détail, rentrent dans la même catégorie, celle de l'action exercée par des impulsions de condensation ou de dilatation, qui ont été communiquées à l'air le plus souvent sous forme d'explosions, et qui sont transmises pendant quelque temps sans division, comme phénomène sommatoire, par des vibrations d'une durée souvent inconnue. — Le ton perçu change alors avec le déplacement de la source d'explosions, mais pour cela ce déplacement n'a pas encore raccourci, selon la loi de DOPPLER, la longueur d'onde des vibrations élémentaires courantes, qui peut-être même n'ont pas de rapport du tout avec les vibrations de l'instrument sonore; les impulsions de condensation et de dilatation ont simplement excité dans l'oreille, par le seul effet de l'accélération de leur succession, une vibration plus élevée que celle donnée par l'instrument. On voit quel abîme il y a entre la signification des expériences invoquées et la transmission régulière, de molécule en molécule, d'une vibration dont la période serait modifiée par le mouvement de la source.

---

[1]) l. c., p. 60.

Plus haut, à l'art. 11, j'ai déjà dit que les successeurs de DOPPLER ont encore doué la vibration, une fois émise, sur toute sa route ultérieure, de la vitesse de la source, idée qui ne trouvera guère d'appui dans les vues plus saines que je viens d'exposer. M. MACH [1]), voulant mettre en formule la durée apparente de la vibration, commet la même erreur. Il pose $\tau' = \tau \dfrac{\gamma - k}{\gamma - c}$, où τ et τ' représentent la durée vraie et la durée apparente, et γ, k et c les vitesses du son, de la source et de l'observateur, comptées toutes les trois dans le même sens.

Nous laissons à M. MACH la possibilité d'exciter dans un appareil approprié, — l'oreille ou un résonnateur quelconque, — une vibration fixe plus élevée que celle qu'exécute son anche, sa sirène ou un instrument analogue, par le simple effet mécanique d'impulsions de condensation ou de dilatation, arrivant en succession plus rapide, sur la membrane du tympan, par exemple. Mais, entre ce résultat et la durée de vibration de la source, le seul rapport que nous admettions, c'est que cette dernière règle le rhythme des condensations et des dilatations successivement propagées. Nous ne voyons même plus de lien nécessaire entre la longueur d'onde de la vibration fixe de la source et celle des vibrations qui, dans les expériences de M. MACH, transportent sans morcellement les impulsions jusqu'à l'oreille. Nous ne nous astreignons pas à déterminer dans tous les cas la longueur d'onde d'une vibration courante par la distance, sur le rayon, de deux phases correspondantes successives, mais nous nous en tenons pour cela à la définition simple de l'ensemble de la croupe et de la dépression qui se déroulent d'une vibration complète. Nous posons en principe la conversion de chaque explosion en une vibration, et à la place d'une vibration unique nous en mettons un grand nombre, de périodes différentes. Enfin nous nions la stabilité d'impulsions, de déplacements ou de phases élémentaires isolées, émises dans un milieu indéfini, et la résumption de ces dernières en une vibration modifiée.

Les expériences de M. MACH n'ont, en effet, pas d'autre portée que celle qui vient de leur être attribuée: son petit tuyau à anche expulse ou admet, à des distances variables de l'oreille et à des instants réglés par la vibration de l'anche, des masses d'air relativement considérables, dans lesquelles sont excitées, en partie par le concours de l'anche, toutes sortes de vibrations; de là des condensations et des dilatations successives, qui, au moyen de ces vibrations, sont encore transportées dans leur

---

[1]) l. c. p. 60.

ensemble jusqu'à l'oreille, où elles donnent naissance par leur effet mécanique à une vibration fixe, dont la période est déterminée par ces intervalles de plus grande expulsion et de plus grande admission et par les distances variables du tuyau à l'oreille. On voit clairement qu'ici, aussi longtemps du moins que l'interférence ne dérange rien, les périodes des vibrations qui transmettent les condensations et les dilatations jusqu'à l'oreille, sont tout à fait indifférentes pour le résultat, puisque pour chaque mélange de vibrations la pulsation sommatoire non encore désagrégé est tout ce dont il y a lieu de tenir compte. Pour le changement de la longueur d'onde de la vibration primaire de la source, dans sa transmission au milieu, ces expériences ne prouvent absolument rien. Elles n'ont donc rien à démêler non plus avec les recherches analytiques de MM. Petzval et von Ettingshausen.

M. Mach dit[1]: „Il convient de remarquer, en outre, que le principe de Petzval (celui de la conservation de la durée de vibration) parle de la durée de la vibration d'une seule et même molécule, tandis que l'œil et l'oreille, dans l'état de mouvement, reçoivent leurs phases à chaque instant d'une molécule différente." Avant d'émettre une pareille assertion, j'y aurais réfléchi longtemps, car je doute si, pour l'oreille par exemple, les choses se passent bien ainsi.

Les recherches de M. Angström, dont il a été question plus haut, tombent en dehors des limites de la théorie explosive de Doppler, puisqu'elles ont rapport à la transmission régulière d'une vibration fixe. M. Mach aurait pu s'abstenir d'en parler; car ses expériences, qui concernent uniquement un mode spécial d'excitation de vibrations fixes dans un ensemble circonscrit, n'ont évidemment rien à faire avec la transmission d'une vibration à un milieu indéfini. La distinction qu'il établit entre la progression des particules incandescentes et la progression de l'incandescence me paraît dénuée de valeur, et quant à l'argument contre la grande vitesse des particules[2]) tiré, de leur entraînement supposé par l'air, il tombe de lui-même, attendu que M. Angström[3]) dit explicitement que les particules sont *lancées* dans la direction verticale, ce qui est tout autre chose que d'être emportées par un courant ascendant d'air échauffé.

Au sujet de l'application des vues de Doppler à l'analyse spectrale du ciel, M. Mach partage les opinions ordinaires.

---

[1]) l. c., p. 61.
[2]) l. c., p. 64.
[3]) Poggend. *Annalen*, B. XCIV, p. 188, art. 14.

Je lis encore dans le même Mémoire [1]: „Dans un travail ultérieur nous étudierons plus à fond l'influence que la vitesse du mouvement progressif et le changement de densité du milieu exercent sur la hauteur du ton." Et plus loin [2]: „Pour cette raison, le résultat du calcul précédent" — la formule communiquée ci-dessus — „ne sera probablement pas affecté d'une manière notable par l'influence du mouvement progressif dans le cas d'une faible vitesse (il n'en serait plus ainsi, naturellement, pour un mouvement très rapide). Cette déduction, que nous avons simplement indiquée et qui dépend en réalité de l'intégration d'une équation différentielle partielle, nous nous proposons d'ailleurs de la développer prochainement par l'analyse, en faisant les hypothèses nécessaires pour la simplification du problème, qui, dans sa forme la plus générale, offrirait de très sérieuses difficultés."

Tout cela à propos des vues de Doppler et d'une excitation spéciale, très facilement explicable, de vibrations sonores fixes dans un ensemble circonscrit. On serait presque tenté de demander si la chose en valait bien la peine. A ma connaissance, le travail annoncé dans le passage cité n'a pas encore vu le jour; mais j'ai trouvé un autre Mémoire de M. Mach [3], dans lequel il se rallie évidemment à la théorie *ennoblie* de M. Petzval, et renonce par conséquent à la communication instantanée de la vibration admise par Doppler. Les raisons qui me font rejeter cette théorie ennoblie ont été développées plus haut.

23. Un dernier Mémoire de M. Mach [4], dont je veux encore dire quelques mots, est dirigé contre le travail de M. Petzval; on y retrouve les mêmes idées, appuyées des mêmes arguments.

Mais, en outre, nous rencontrons ici une singulière erreur, que M. Mach commet en appliquant sa formule, que j'ai donnée plus haut. A l'art. 2, il écrit [5]: „M. Petzval, dans sa déduction mathématique, croit pouvoir remplacer le mouvement relatif de la source vibrante et de l'observateur par un courant du milieu, ce qui est inadmissible." Et plus loin: „Il revient évidemment au même, que de la source A à l'observateur B procède un courant de la vitesse c, ou que A et B se meuvent ensemble avec la vitesse c dans la direction opposée, tandis que le milieu reste en repos." Il pose maintenant $k = c$ dans la formule, et trouve naturellement $\tau' = \tau$. Il poursuit alors: „Nous trouvons

[1]) l. c. p. 59.

[2]) l. c. p. 63.

[3]) Schlömilch, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 1861.

[4]) Poggend. *Annalen*, B. CXVI, p. 333. 1862.

[5]) l. c. p. 334.

ainsi $\tau = \tau'$, c'est-à-dire, que la hauteur du ton ne change pas lorsque la source et l'observateur se meuvent avec une même vitesse dans une même direction, ou lorsque le milieu est affecté d'un courant dans la direction opposée." Ici se manifeste d'une façon caractéristique la différence des points de vue de M. MACH et de DOPPLER. M. MACH par sa formule donne en surcroît, à la pulsation ou à la vibration une fois émise, la vitesse de la source, ce qui revient au même que, s'il attribuait la vitesse de A au milieu interposé entre A et B; c'est ce que DOPPLER n'avait pas fait; et, malgré cela, leurs résultats coïncident pour une vitesse égale de A et de B, parce qu'alors la divergence se résout en une différence de longueur d'onde et non en une différence de durée apparente de la vibration. Mais, précisément pour cette raison, M. MACH, avec sa formule, ne peut pas substituer à un mouvement de même vitesse de A et de B un courant en sens opposé; A et B restant en repos un simple courant, ainsi que je l'ai déjà fait remarquer à l'art. 16, transportera bien certainement avec plus de rapidité les ondes dont il s'est chargé, et les fera se succéder pour l'observateur suivant un rhythme accéléré. M. MACH a pris trop de liberté avec les formules de DOPPLER, et, dans son désir de réfuter M. PETZVAL, il est allé plus loin que son maître.

M. MACH [1]) invoque dans ce Mémoire les expériences de M. FIZEAU [2]), qui ont montré que le mouvement dans lequel les prismes de verre sont entraînés avec la terre augmente la déviation du plan de polarisation du rayon réfracté par ces prismes.

Ces expériences forment le complément de celles que l'auteur avait déjà faites sur l'eau en mouvement [3]) et que nous avons citées plus haut; elles prouvent pour les corps solides ce que les précédentes avaient établi pour les liquides, savoir que l'éther est entraîné par les corps matériels conformément à l'hypothèse de FRESNEL. Or, quelles que soient les conséquences qui découlent de là, bien certainement on n'en conclura pas que la direction du rayon transmis est changée par le mouvement de la terre.

Quant à l'expérience avec les miroirs à interférence de FRESNEL, que M. MACH propose ensuite, il n'y a, ce me semble, d'après la propre

---

[1]) l. c., p. 336.

[2]) *Comptes rendus*, T. XLIX, p. 717. 1859. Voir FAYE, *C. R.*, T. XLIX, p. 870 et 993, et T. L., p. 121. 1860. Voir aussi: POGGEND. *Annalen*, B. CIX, p. 162, et TESSAN, *C. R.*, T. XLIX, p. 980, et T. L, p. 78.

[3]) *Comptes rendus*, T. XXXIII, p. 349. 1851. POGGEND. *Annalen*, *Ergänzungsband* III, p. 457. 1853.

théorie de DOPPLER, rien à en attendre, puisque l'observateur et les miroirs possèdent des vitesses égales, et que par conséquent l'un des mouvements est compensé par l'autre. Si l'expérience ne donne aucun résultat, cela importera donc peu pour la question en litige.

Enfin, je ne puis laisser passer sans protestation l'assertion suivante [1]: „Pour un corps en mouvement, non-seulement la direction de la réflexion devient autre, mais la longueur d'onde est également changée, comme on l'a constaté dans les expériences bien connues faites sur les chemins de fer." Evidemment il s'agit ici des expériences de MM. BUIJS BALLOT et SCOTT RUSSEL, que j'ai déjà rappelées précédemment; mais, s'il en est ainsi, je dois déclarer ne pas comprendre comment, de la surélévation du ton, constatée par l'observateur au repos ou en mouvement, on peut conclure à un raccourcissement de la longueur d'onde dans l'air. Rien n'autorise à attribuer à ce phénomène, qui s'explique si aisément par l'arrivée accélérée d'impulsions de condensation successives sur un ensemble circonscrit, la valeur d'un argument péremptoire dans une question aussi importante de la théorie des ondes.

Dans une dernière Notice [2], M. MACH décrit un appareil à cylindres métalliques, qui doit donner une représentation de la manière dont une impulsion se propage. Cela semble indiquer que l'auteur part encore de l'idée qu'une impulsion peut cheminer comme telle dans un milieu élastique indéfini; or, l'impulsion de condensation ou de dilatation dans l'air, dont on parle si volontiers, n'est partout et toujours qu'une expression abrégée pour un phénomène sommatoire, — la poussée d'onde, — qui naît des vibrations de milliers de molécules, lesquelles vibrations n'ont même pas besoin de correspondre toutes à une même longueur d'onde; si effectivement les longueurs d'onde diffèrent, ou si les molécules sont assujetties simultanément à des vibrations de durées différentes, l'impulsion sommatoire se désagrège dès la vibration suivante, preuve de son instabilité propre.

Ni DOPPLER, *ni aucun de ses partisans ou de ses adversaires n'a jusqu'ici mis bien en lumière que l'explosion ou l'impulsion (condensation ou dilatation pour le son), dont il est toujours question, ne peut être transportée que par des vibrations, et que la durée de ces vibrations est tout à fait arbitraire, sans le moindre rapport nécessaire avec la durée de la vibration fixe de la source sonore qui fournit éventuellement l'impulsion. Et la structure de l'oreille, et la construction des instruments musicaux employés dans ces expériences autorisent cette interprétation, puisque toutes les*

[1]) l. c. p. 336.

[2]) CARL, *Repertorium der Physik*, B. III, p. 324, et *Fortschritte der Physik*, B. XXIV, p. 237, Berlin, 1872.

condensations et les dilatations émises par l'instrument, et dont les temps sont réglés par les maxima d'écart ou de vitesse des vibrations fixes successives, n'ont besoin d'agir chacune qu'une seule fois sur l'oreille, savoir, par la première poussée sommatoire.

Je termine ici mes remarques sur une période pendant laquelle une discussion souvent passionnée a été soutenue, uniquement parce qu'on avait attribué à un phénomène très simple d'excitation de vibrations fixes un degré d'importance qu'il ne comportait pas, et qu'on s'était par là fourvoyé dans les questions fondamentales concernant la propagation des vibrations. Dans l'ardeur de la lutte, on ne prit pas le temps d'appliquer la règle d'or: *qui bene distinguit bene docet*, et on tomba ainsi dans une inextricable confusion des idées d'impulsion, d'onde, de poussée d'onde, de vibration, etc. Ce n'est pas sans raison que le ton satirique fut plus d'une fois employé par M. Petzval; mais lui-même ne sut pas échapper au courant général et y fut entraîné malgré tous ses efforts. Les erreurs qu'il commit, lui et l'analyse elle-même ont dû les expier chèrement, par le persifflage auquel son travail d'ailleurs si distingué fut en butte de la part de ses adversaires, persifflage déplacé, mais que, de son côté, il avait provoqué trop légèrement.

Pour montrer à quel point la conception de Doppler avait jeté des racines profondes, je citerai encore cette seule ligne des *Fortschritte der Physik für* 1861 [1]): „En présence de la simplicité et de l'évidence de la théorie de Doppler, nous croyons etc.". La simplicité, certes, on ne saurait la refuser à l'explication à donner des expériences de Buijs Ballot, Scott Russel, Mach et autres, qu'on apporte à l'appui des vues de Doppler; mais ces expériences n'ont rien à faire avec la théorie de la transmission instantanée de la vibration de la source au milieu et du changement de longueur de l'onde, théorie qui est encore aussi dépourvue de preuves et de fondement que le jour où elle a pris naissance.

24. Après les développements où je suis déjà entré, on prévoit facilement quelle doit être l'explication vraie de ces expériences sur les voies ferrées. Tout comme le tuyau à anche de M. Mach, les instruments employés pour produire le ton, savoir des instruments à vent, expulsent, principalement aux instants de l'écart maximum de l'anche, des quantités d'air relativement assez grandes, — à peu près de la même manière que, dans la sirène de Seebeck, on lance un volume d'air, au moyen d'un tuyau de plume, à travers la petite ouverture qui passe devant lui; cette expulsion d'air est d'autant plus considérable que la vibration de l'anche a une amplitude plus grande. Les particules de ces volumes d'air ont des vibrations propres, tout à fait arbitraires, par les-

[1]) p. 147.

quelles la poussée sommatoire ou l'impulsion de condensation progresse, à la façon du cercle produit à la surface de l'eau par la chute d'un caillou. Il est probable que les vibrations ainsi excitées sont très diverses et de durées très différentes, comme cela est le cas partout où de l'air vient se briser contre un bord tranchant; ces vibrations peuvent bien persister pendant un temps fort court, mais très certainement elles ne fourniront pas à l'oreille ou à quelque autre objet une seconde impulsion intégrale de condensation, parce que les croupes de leurs ondes se séparent aussitôt entre elles, par suite de la différence de longueur de ces ondes. L'anche, en sa qualité de bord tranchant, contribue ici à exciter ces vibrations; elle peut même très bien y faire une place prépondérante au ton dans lequel elle vibre, mais, pour l'explication du phénomène, cela est entièrement indifférent.

Ces expulsions d'assez grands volumes d'air ont lieu suivant un rhythme marqué par le ton de l'instrument, et les points de l'espace d'où elles partent sont réglés par le mouvement de la source. Portées, pour ainsi dire, par les vibrations, ces impulsions de condensation arrivent à l'observateur, supposé en repos, avec la vitesse composée de la transmission des vibrations et du mouvement de la source. Si la source reste au contraire immobile, et que l'observateur soit en mouvement, les impulsions de condensation sont encore transportées par des vibrations, dont il est incertain et inutile que la durée corresponde à celle des vibrations de la source; le mouvement de l'observateur se compose de nouveau avec la vitesse de propagation de ces vibrations, et règle par conséquent la rapidité avec laquelle les impulsions atteignent l'oreille. Tout ce qui est vrai des expulsions d'air s'applique aussi aux admissions; entre les impulsions de condensation on peut donc admettre des impulsions de dilatation.

Il est évident, en outre, qu'on ne doit s'attendre à ce que les impulsions successives atteignent l'oreille à des intervalles parfaitement égaux, que si le mouvement de l'instrument ou de l'observateur a lieu précisément dans la direction de la droite qui les unit. Lorsque ces directions font un angle, l'influence du mouvement est moindre; l'accélération des impulsions, par exemple pour une locomotive arrivant de loin, diminue alors de plus en plus, et passe par zéro au moment où le véhicule traverse le pied de la perpendiculaire abaissée de l'observateur sur la direction du mouvement, pour reparaître immédiatement après avec une valeur négative, c'est-à-dire sous forme de retard. L'observateur ne doit pas non plus se trouver trop en dehors de la ligne dans laquelle la locomotive se meut, parce qu'alors, à de grandes distances, les vibrations moléculaires qui composaient les impulsions s'écartent trop les unes des

autres; enfin, cela va sans dire, il faut que la distance de la source et de l'observateur soit maintenue dans des limites convenables, pour que les impulsions n'arrivent pas trop affaiblies.

Ces impulsions, parvenues à l'oreille ou à tout autre ensemble circonscrit, y excitent par elles-mêmes, d'une manière mécanique, des vibrations fixes, qui ne se rattachent au ton fondamental de l'instrument par aucun autre lien que le rhythme de l'émission. De la formation dans l'air indéfini d'une onde courante raccourcie ou allongée, du transport de phases isolées, de la communication instantanée de la vibration ou de sa propagation accélérée, de l'élucidation et de la solution d'un des problèmes les plus difficiles de la théorie des ondes, — de rien de tout cela il n'est ici question. Puissent ces simples remarques contribuer à dissiper les illusions des partisans de Doppler, et à les détourner de renouveler sans cesse, toujours armés de ces mêmes expériences, leurs incursions sur le domaine de la dioptrique.

§ VII.

25. C'est aux dernières dix années qu'il était réservé de voir la théorie prendre son plein essor, comme moyen d'investigation des mouvements des corps célestes, et à la suite d'une nouvelle étude du problème de l'aberration des étoiles, provoquée par la différence des valeurs assignées à la constante de cette aberration par Delambre et par Struve. Les idées les plus singulières furent alors émises concernant l'influence sur le rayon lumineux du mouvement de la source et du milieu réfringent, et l'hypothèse de Doppler, dans son application à la réfraction et à d'autres phénomènes mécaniques de la lumière, fut présentée, dans les termes les plus laconiques, comme une vérité démontrée. Il ne manqua pourtant pas de savants qui prirent la défense de la théorie si simple et si claire de Fresnel: on peut citer, entre autres, M. Veltmann. Beaucoup de ceux qui embrassèrent les opinions nouvelles se montrèrent disciples fidèles de Doppler; d'autres ne voulurent pas se contenter de son raisonnement, ou comprirent que la réfraction du rayon lumineux devait être mise en rapport avec la durée de la vibration, mais ils arrivèrent à des résultats tout aussi erronés. Personne ne songea à l'impossibilité de la propagation d'une simple impulsion, privé de centre, et aux conséquences que cette impossibilité entraîne nécessairement. Le plus surprenant, dans tout cela, c'est que, même en Allemagne, on semblait ne plus connaître les travaux de M. Petzval, et pourtant, à mon avis, son étude analytique du problème vaut mieux que tout ce qui a été écrit postérieurement sur le même sujet.

Dans l'ordre historique, je citerai ici les Mémoires de MM. KLINKERFUES [1]), SOHNCKE [2]), CLERK MAXWELL [3]), VELTMANN [4]) et KETTELER [5]), pour ne pas parler des remarques faites incidemment par d'autres.

26. Parmi les auteurs que je viens de nommer, M. KLINKERFUES et M. SOHNCKE se sont occupés de la manière dont la vibration fixe de la source lumineuse en mouvement de translation est transmise au milieu. M. KLINKERFUES paraît avoir reconnu que les impulsions différentielles, exercées par cette vibration primaire sur le milieu, doivent y exciter, chacune individuellement, une vibration spontanée [6]); mais, — chose assez inattendue, — il ajoute que chaque impulsion différentielle imprime au mouvement de la molécule d'éther le caractère et la période de la vibration de la source primaire.

Pour transmettre à l'éther la vibration de la source primaire en repos, voici comment il s'y prend analytiquement. Sur chaque molécule d'éther, qui se trouve à l'intérieur de la sphère remplie de vibrations et n'est pas au voisinage immédiat de la surface (la surface générale des

[1]) *Aus mehreren Briefen des Herrn Prof. Dr.* W. KLINKERFUES *an dem Herausgeber Astron. Nachr.*, B. LXV, p. 17. 1865.

Untersuchungen aus der analytischen Optik, insbesondere über den Einfluss der Bewegung der Licht-Quelle auf die Brechung. Ibid. B. LXVI, p. 337. 1866.

Versuche über die Bewegung der Erde und der Sonne im Aether. Ibid. B. LXVII, p. 33, 1870.

Die Arberration der Fixsterne nach der Wellentheorie. Leipzig, 1867.

C. BRIOT, *Mathematische Theorie des Lichtes.* Uebersetzt und mit einem Zusatz vermehrt. Leipzig, 1867.

Ergebnisse der Spectral-Analyse in Anwendung auf die Himmelskörper, von W. HUGGINS. Deutsch mit Zusätzen. Leipzig, 1868.

Dans cette énumération manquent quelques Notices insérées aux *Gött. gelehrt. Anz.*, et que, pas plus que la traduction de l'ouvrage de BRIOT, je n'ai sous la main.

[2]) *Ueber den Einfluss der Bewegung der Licht-Quelle auf die Brechung.* Kritische Bemerkungen zu der Entdeckung des Herrn Prof. KLINKERFUES. *Astron. Nachr.* B. LXIX, p. 209. 1867, et POGGEND. *Annalen.* B. CXXXII, p. 279. 1867.

[3]) *On the influence of the motion of the heavenly bodies on the index of refraction of light.* Phil. transact. for 1868, B. CLVIII, p. 532. 1869. C'est une Note écrite à la prière de M. HUGGINS et ajoutée à un Mémoire de ce dernier, sur lequel nous reviendrons plus loin.

[4]) FRESNEL's *Hypothese zur Erklärung der Aberrations-Erscheinungen*, *Astron. Nachr.* B. LXXV, p. 145. 1870.

Ueber die Fortpflanzung des Lichts in bewegten Medien. Ibid. B. LXXVI, p. 129. 1870.

[5]) *Ueber den Einfluss der astronomischen Bewegungen auf die optischen Erscheinungen.* POGGEND. *Annalen*, B. CXLIV, p. 109, 287, 363 et 550. 1871. B. CXLVI, p. 406. 1872, B. CXLVII, p. 404 et 478. 1872, et B. CXLVIII, p. 435. 1873.

[6]) *Astron. Nachr.* B. LXVI, p. 343, note.

ondes), agissent après le temps t un nombre infini d'ondes d'une amplitude infiniment petite. Pour l'élongation ou l'écart de cette molécule d'éther, après le temps t, il trouve alors une somme de différentielles, dont la forme générale est:

$$dy_n = a_{t - nd\mathrm{T}} \sin nd\mathrm{T}.\, d\mathrm{T}.$$

Il suppose, en effet, que ces ondes d'amplitude infiniment petite, — partant, par exemple, de points de plus en plus rapprochés, — commencent à agir sur la molécule d'éther chacune à un moment différent. C'est ainsi que l'onde $n^{\text{ième}}$ commence à agir sur la molécule à l'instant $t - nd\mathrm{T}$; elle a donc maintenant, après le temps t, pour la molécule atteinte, la phase $nd\mathrm{T}$, et excite avec l'amplitude $a_{t - nd\mathrm{T}}$ l'élongation différentielle dy de la molécule.

Pour la somme de ces élongations différentielles de la molécule d'éther, c'est-à-dire pour l'élongation totale après le temps t, on a alors l'integrale:

$$y = \int_0^{2\pi} a_{t-\mathrm{T}} \sin \mathrm{T}\, d\mathrm{T}.$$

A la place de $a_{t-\mathrm{T}}$ M. Klinkerfues substitue maintenant l'écart ou l'élongation de la source primaire à l'instant $t - \mathrm{T}$, savoir $c' \sin (t - \mathrm{T})$, et il trouve:

$$\int_0^{2\pi} c' \sin (t - \mathrm{T}) \sin \mathrm{T}\, d\mathrm{T} = c' \pi \cos t.$$

Il obtient donc ainsi, sous une forme convenable, pour la source en repos, la transmission de la vibration avec sa période inaltérée.

Pour expliquer ensuite la transmission de la vibration de la source en mouvement, il dit: le mouvement de la source lumineuse introduit cette modification, que les impulsions exercées par elle parviennent à la molécule d'éther après des intervalles qui sont raccourcis dans le rapport $\frac{v-g}{v}$, comme il est facile de le voir; v est ici la vitesse de propagation de la vibration courante et g la vitesse de translation de la source.

Au lieu de $a_{t-\mathrm{T}} = c' \sin (t - \mathrm{T})$ il prend donc $a_{t-\mathrm{T}} = c' \sin \frac{v}{v-g} (t - \mathrm{T})$, et — tout est trouvé.

Je me borne à cette courte analyse du Mémoire principal de M. Klinkerfues; je l'ai donnée uniquement parce qu'il m'a semblé qu'on trouvait aussi chez lui une indication de ce principe, que chaque impulsion différentielle se traduit toujours par des vibrations.

D'un seul coup, „comme il est facile de le voir," toutes les difficultés sont écartées; malheureusement, l'impossibilité de la propagation stable d'une impulsion différentielle qui est privée de son centre par le déplacement de la source a été complétement perdue de vue.

27. Les singuliers résultats auxquels parvient M. Klinkerfues se trouvent discutés dans le Mémoire de M. Sohncke [1]). Ce savant dans ses efforts pour démontrer clairement ce qui d'après M. Klinkerfues est si facile à voir, n'est pas plus heureux. Lui non plus ne sent pas que la propagation stable d'une phase, dont le centre se déplace dans l'entre-temps, est une impossibilité physique, et conduirait en outre aux conséquences les plus incongrues pour tout rayon lumineux autre que celui qui coïncide avec la direction du mouvement de la source. A M. Sohncke aussi il paraît avoir échappé que l'idée de la propagation d'une impulsion ou d'un déplacement élémentaire a pris naissance par une véritable *ignoratio elenchi:* on s'est représenté l'impulsion comme une onde de très petite longueur, et on a cru que cela suffisait. Mais une onde a une croupe et une dépression; il pourrait donc très bien arriver, abstraction faite de l'impossibilité susdite, que la dépression d'une impulsion différentielle courante interfère avec la croupe d'une impulsion suivante, et alors toute la vibration prétenduement reconstruite, avec son onde raccourcie ou allongée, s'écroule comme un château de cartes.

En résumé, voici ce qui ressort clairement de la lecture des Mémoires précités: on ne doute plus de la propagation des impulsions différentielles privées de centre, et en ajoutant à la vitesse de propagation de la vibration, qui leur est attribuée tout à fait arbitrairement, la vitesse de translation de la source, on obtient le raccourcissement ou l'allongement de la durée périodique de la vibration courante. Sauf M. Veltmann, tous les auteurs ont admis cette manière de voir et ont ainsi converti les poussées d'onde accélérées de Doppler en vibrations raccourcies. Tel a été le résultat de trente années d'études critiques; la balle légère lancée par Doppler est retombée avec la force d'une avalanche.

28. Mais la dernière période décennale a enfin aussi fourni des recherches qui confirment entièrement l'explication simple que j'ai donnée du changement observé dans le ton. M. Alfred Mayer [2]), aux Etats-Unis, a montré qu'un diapason fixe, dont la tonalité ne diffère que de deux ou trois vibrations par seconde de celle d'un autre diapason, se met de

[1]) Poggend. *Annalen*, B. CXXXII, p. 290.

[2]) *Akustische Versuche zum Erweise, dass die Wellenlänge eines sich fortbewegenden schwingenden Körpers verschieden ist von derjenigen welche derselbe vibrirende Körper ohne Ortsveränderung hervorbringt.* Poggend. *Annalen*, B. CXLVI, p. 110; 1872.

suite à vibrer avec lui, quand ce dernier se rapproche ou s'éloigne avec une vitesse telle que le rhythme des condensations et dilatations qu'il envoie au diapason fixe s'accorde exactement avec la tonalité de celui-ci. Réciproquement, si deux diapasons ont tout à fait la même tonalité, et que l'un d'eux soit mis en mouvement, celui-ci perdra par là immédiatement le pouvoir de communiquer son état de vibration au diapason fixe, parce que le rhythme des condensations et dilatations qui parviennent à ce dernier ne concorde plus avec celui qu'il produirait lui-même s'il entrait spontanément en vibration. Uue meilleure preuve expérimentale en faveur de mon explication ne saurait guère être désirée. En effet, l'ensemble circonscrit et capable d'exécuter des vibrations fixes, sur lequel agissent les impulsions de condensation et de dilatation, ou, si l'on aime mieux, les masses d'air au moment de leur plus grande vitesse, — cet ensemble, que chez l'oreille j'avais pour ainsi dire encore dû chercher dans la cavité et la membrane du tympan, — il se trouve ici complétement réalisé par le dïapason, qui ne peut vibrer que dans son ton fondamental ou dans des tons très supérieurs. A coup sûr, on ne prétendra pas que ces expériences, d'une exécution si soignée et de résultats si clairs, prouvent le moins du monde que la période de la vibration communiquée à l'air ambiant par le diapason en mouvement soit altérée, ou que les ondes sinusoïdales qui en résultent soient allongées ou raccourcies. Et pourtant, voilà ce qui devrait arriver pour que de ces expériences on pût conclure, par analogie, que les raies de FRAUNHOFER se déplacent dans le spectre quand la source lumineuse est en mouvement. Si donc M. MAYER [1]) croit avoir rendu ce déplacement probable, je réponds, sans hésitation: non; s'il pense que dans ces conditions la teinte d'un rayon lumineux homogène est modifiée pour l'œil, je réponds, sans vouloir trancher la question, que cela est peu probable et d'ailleurs en dehors des limites de l'expérience.

Ces expériences de M. MAYER sont une extension d'expériences antérieures de M. KÖNIG [2]), auxquelles on avait attaché une grande importance et qui, en réalité, mettent de nouveau dans le jour le plus éclatant l'exactitude de mon explication..

De deux diapasons parfaitement isochrones, l'un reçoit un mouvement

---

[1]) l. c., p. 112.

[2]) Voir KETTELER, *Astron. Undulationslehre*, Bonn, 1873, p. 24; et MACH, *Beiträge zur Dopplerschen Theorie*, Prag, 1874, *Zusatz*, p. 34.

Je n'ai eu connaissance de ces deux écrits que lorsque mon Mémoire avait déjà paru, en hollandais, dans les *Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akademie van Wetenschappen*, Amsterdam.

régulier en avant ou en arrière; on observe alors des battements, dont le nombre dépend de la vitesse du diapason déplacé, précisément comme l'exige le raisonnement de DOPPLER. A cela rien d'étonnant, car nous avons ici de nouveau des condensations et des dilatations agissant sur l'oreille; le rhythme de celles qui émanent du diapason en mouvement étant changé, les condensations de l'un des diapasons sont par rapport à celles de l'autre, comme les divisions du vernier par rapport à celles du limbe gradué; il n'y a donc aucun doute que l'oreille, où tantôt elles coïncident et tantôt elles sont séparées autant que possible, percevra le phénomène bien connue des battements.

La manière la plus simple d'exécuter cette expérience, c'est de mouvoir l'oreille, ou un résonnateur auquel elle est reliée par un tube en caoutchouc, dans la ligne qui joint les deux diapasons, laissés en place [1]); l'effet du mouvement est alors doublé, parce que, en même temps qu'on se rapproche de l'un des diapasons, on s'éloigne de l'autre.

29. M. MACH fait à cette expérience une très curieuse addition: „Si," dit-il, „à l'une des branches d'un grand diapason on colle une allumette, qu'on laisse plonger pendant les vibrations dans une cuve à mercure octogone, au voisinage du bord, on voit apparaître à la surface du mercure une belle figure d'interférence, composée de stries hyperboliques, et due aux ondes directes et réfléchies. Lorsqu'on déplace le diapason, la figure se déforme et se déplace." Ceci montre de nouveau que la poussée d'onde résultante s'avance avec la source à la surface du liquide, fait que personne ne révoque plus en doute; mais il ne s'ensuit nullement que la vibration élémentaire, exécutée par des myriades de particules mercurielles, ait changé de période; l'expérience n'a pas cette portée; au contraire, elle prouve que la vibration est communiquée sans altération, puisque, sans cela, d'après les lois de la mécanique, aucun mouvement ondulatoire régulier des particules ne pourrait prendre naissance.

M. MACH dit ensuite: „L'analogue optique de l'expérience de KÖNIG et de celle que je viens de décrire est connu depuis longtemps. Si devant l'objectif d'une lunette dirigée sur une fente éclairée on place une fente double, et devant celle-ci un compensateur de Jamin, disposé de façon que la ligne de séparation des deux plaques tombe sur l'intervalle de la fente double, on voit les minima de seconde classe se déplacer quand on tourne le compensateur. Les deux parties de la fente double sont ici deux sources lumineuses, qui produisent entre elles des battements, parce que le chemin de l'une d'elles, jusqu'à un point du plan focal

[1]) KETTELER, p. 27.

de la lunette, est continuellement changé par l'introduction continuelle d'une nouvelle épaisseur de verre. Le phénomène peut aussi être interprété comme un simple déplacement d'une figure d'interférence.

Je cite cette expérience parce qu'elle montre que le principe de DOPPLER, à proprement parler, n'est pas un principe nouveau."

Cette expérience optique est en elle-même très claire; mais son analogie avec l'expérience acoustique n'est pas grande. Celle-ci dépend d'un allongement ou d'un raccourcissement continuel du chemin de la source vibrante au point où le phénomène se produit; celle-là dépend, comme beaucoup d'autres phénomènes optiques, d'un changement dans le temps mis à parcourir le même chemin; en outre, je ne comprends pas bien comment, dans l'expérience optique, on peut parler de *battements*, qui dénotent une divergence des hauteurs de deux tons, tandis qu'ici les ondulations interférentes ont même longueur. Il en est ici comme en mainte autre circonstance, où se vérifie l'aphorisme: *comparaison n'est pas raison.*

Qu'il faille tirer de cette expérience la conclusion que le principe de DOPPLER n'est pas un principe nouveau, c'est ce qu'on ne saurait admettre. Car DOPPLER veut que par le mouvement de la source la hauteur du ton et la couleur de la lumière soient modifiées, et ses successeurs veulent même que la vibration de la source soit communiquée au milieu ambiant avec une période allongée ou raccourcie; or ni l'une ni l'autre de ces idées ne viendra sans doute à l'esprit de personne en analysant l'expérience optique dont il est question. Si l'on a en vue autre chose, on doit indiquer nettement la signification qu'on veut attacher à ces mots „principe de DOPPLER," et s'en tenir à ce qui découle directement de l'expérience. On en viendra alors aux limites étroites dans lesquelles se restreint mon explication des expériences acoustiques; je n'aurai plus d'objections à faire, mais alors aussi on devra renoncer à appliquer le principe à l'analyse spectrale du ciel.

§ VIII.

30. Je prends ici congé de mes prédécesseurs et vais maintenant parler en mon propre nom.

Antérieurement [1]) j'ai déjà cherché à maintenir les droits et la valeur de l'hypothèse de FRESNEL en ce qui concerne son application aux phénomènes de diffraction. La question de la différence entre les constantes de l'aberration données par DELAMBRE et par STRUVE [2]) est, il est vrai,

[1]) *Sur l'influence que le mouvement de la Terre exerce sur les phénomènes de diffraction. Archives du Musée Teyler*, Vol. III, p. 72.

[2]) Voy. aussi: HOEK, *Recherches astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht, première livraison. De l'influence des mouvements de la Terre sur les phénomènes fondamentaux de l'optique dont se sert l'astronomie.* 1861.

encore pendante; mais il me paraît certain que la solution sera trouvée dans l'observation, et non dans la théorie.

Essayons maintenant de ramener la science de la voie fausse dans laquelle, à mon avis, elle a été engagée. Conformément à ce qui a été dit à l'art. 5, je suppose ici l'éther de la densité normale en repos dans l'espace.

L'hypothèse de FRESNEL contient probablement l'expression de la vérité; elle me suffit encore pleinement, en tenant compte du dernier travail de M. VELTMANN, pour expliquer comment la réfraction ou, pour mieux dire, la déflexion que le rayon lumineux éprouve de la part d'un milieu réfringent reste tout à fait indépendante du mouvement de ce milieu. Sans doute, et c'est là le point faible de l'hypothèse [1]), elle exigerait, au point de vue de l'interprétation physique, que l'entraînement de l'éther par le milieu réfringent se fît dans une mesure variable suivant la période de vibration de la couleur; mais M. VELTMANN lui-même [2]) a déjà montré qu'à l'entraînement variable de l'éther on n'a qu'à substituer un entraînement variable des ondes lumineuses, pour que l'explication du phénomène soit remise dans la bonne voie. Pour le moment, je ne m'occupe pas de savoir quel est le sens physique de cette explication mathématique. La mécanique nous laisse encore ici dans l'ignorance; peut-être prouvera-t-elle un jour que c'est la pression exercée par le milieu matériel en mouvement sur l'éther immobile au sein de l'espace qui produit ce déplacement ou entraînement variable des ondes lumineuses.

Plus haut, à l'art. 5, j'ai déjà noté qu'un entraînement éventuel de l'éther ambiant par la source lumineuse déplacée ne faciliterait pas, dans ma manière de voir, l'explication de la propagation de la vibration inalterée. En effet, le cas extrême, celui où la source et l'éther ambiant se déplacent ensemble, serait sous ce rapport, conformément au résultat obtenu par M. PETZVAL dans son premier Mémoire, en apparence le plus favorable de tous; mais la difficulté consisterait alors à prouver que la vibration courante se transmet, sans raccourcissement, d'une portion déplacée du milieu à une portion en repos.

31. Tout ce que j'ai à dire se résume, en effet, dans le principe *de la conservation de la période de vibration et de la longueur d'onde vraie, lors de la transmission entre la source déplacée et l'éther, et dans la propagation jusqu'au milieu réfringent;* l'éther étant, je le répète, supposé en repos.

Je prends pour base de mon raisonnement les points suivants, que

[1]) *Astron. Nachr.*, B. LXXV, p. 160.

[2]) *Astron. Nachr.*, B. LXXVI, p. 143.

tous les physiciens accorderont sans doute volontiers : 1°. la source vibratoire n'est pas un point mathématique, mais a indubitablement une certaine extension physique ; 2°. cette source vibratoire limitée doit être conçue, ainsi que je l'ai déjà indiqué à l'art. 5, et d'après tout ce que nous savons des corps qui émettent des tons, comme composée d'un grand nombre de molécules, qui vibrent toutes dans des orbites semblables et parallèles, et dont des masses entières se trouvent au même instant dans la même phase, c'est-à-dire, ont la même anomalie ; sur les lignes ou les surfaces nodales éventuelles, cette vibration devient tout à fait nulle, pour reparaître peu à peu, avec un saut d'une demi-circonférence dans la phase, à l'autre côté du nœud ; 3°. la sphère d'action directe d'une molécule en état de vibration fixe n'est pas bornée aux molécules du milieu immédiatement voisines, mais s'étend bien certainement encore un peu au-delà.

Sauf peut-être M. Klinkerfues, tous ceux qui se sont occupés de la question l'ont envisagée trop exclusivement à un point de vue abstrait ; ici, au contraire, elle sera traitée d'une manière purement concrète.

32. Une molécule animée de vibrations fixes, isolée, infiniment petite et capable d'action directe seulement sur les molécules du milieu immédiatement voisines, ne saurait, si elle se déplace, transmettre sa vibration au milieu intégralement, c'est-à-dire comme un tout, ni avec conservation de la période, ni avec allongement ou raccourcissement, aussi longtemps que le milieu ne partage pas complétement son mouvement de translation. Il ne peut être question, comme nous l'avons déjà dit au § I, d'admettre, comme effet de ce mouvement, un simple allongement ou raccourcissement de la période de la vibration transmise ; toutes les impulsions différentielles doivent s'éparpiller, — c'est là le résultat de l'abstraction poussée trop loin, — en vibrations spontanées de périodes inconnues. Dans le cas seulement où la molécule vibrante primaire et le milieu se déplacent ensemble avec la même vitesse, la vibration est transmise intégralement, mais alors aussi avec une période complétement inaltérée ; nous rencontrons ici M. Petzval, avec sa démonstration de la conservation de la durée de vibration dans un milieu entraîné par un courant uniforme.

Supposons maintenant, en premier lieu, que la sphère d'action directe de la molécule vibrante primaire s'étende plus loin que les molécules du milieu immédiatement voisines, — ce qui est entièrement conforme à ce qu'on admet pour toutes les autres manifestations de la force ; — nous pouvons alors très bien nous représenter, pour la lumière par exemple, une sphère d'action d'un rayon tel que, pour toutes les vitesses connues

de translation de la source et pour la durée connue des vibrations, les molécules du milieu qui sont influencées les premières restent pendant une ou plusieurs vibrations complètes sous l'influence directe de la molécule vibrante primaire, malgré le déplacement de celle-ci, et qu'en conséquence elles recueillent les vibrations directement de la source, pour la propager en tous sens dans l'éther indéfini.

La vitesse de l'étincelle électrique entre deux fils polaires est, par exemple, évaluée à $^1/_{1000}$ de la vitesse de propagation de la lumière, et la vitesse de la Terre dans son orbite est environ $^1/_{10000}$ de cette même vitesse de propagation; la longueur d'onde de la raie D est 0,000589537 mm. Pendant la durée d'une vibration entière, la molécule vibrante primaire se déplace donc, dans l'étincelle électrique, de $^1/_{1700000}$ mm., et elle se déplacerait d'une quantité encore dix fois moindre si elle était simplement entraînée par la Terre. Il suffit ainsi d'attribuer de très petites valeurs au rayon de la sphère d'action directe, pour faire que la molécule vibrante primaire continue pendant dix ou cent vibrations son action sur un grand nombre de molécules de l'éther ambiant qu'elle laisse successivement derrière elle, et pour transformer toutes ces molécules en autant de centres d'où les dix ou cent vibrations se propagent dans ce milieu.

En résumé: tout autour de la source (la molécule vibrante primaire), les molécules les plus rapprochées de l'éther ambiant prennent, sans altération de la période, une première vibration, laquelle est encore suivie, en enchaînement parfait, d'autant d'autres vibrations qu'il peut s'en communiquer durant le temps que les molécules restent sous l'influence directe de la source déplacée. A mesure que ce déplacement s'opère, de nouvelles molécules de l'éther ambiant reçoivent successivement le mouvement vibratoire, qui pour elles, toutefois, commence de plus en plus tard; pour chaque molécule qui est ainsi envahie par la vibration, celle-ci abandonne, du côté opposé, une autre molécule, qui tombe en dehors de la sphère d'action de la source transportée en avant. Chaque droite qui rayonne de cet assemblage, n'importe dans quelle direction, se charge de séries plus ou moins grandes de vibrations courantes enchaînées, séries dans lesquelles le point de départ change de l'une à l'autre.

33. Mais la source vibratoire n'est pas un simple point. Considérons, pour nous en tenir au cas le plus défavorable, la vapeur métallique lumineuse lancée par les électrodes; prenons en une masse dans des limites telles, que soit ses propres molécules soit les molécules de l'éther renfermé exécutent des vibrations fixes concordantes, et à la source lumineuse ainsi définie donnons une dimension de $^1/_{1000}$ mm. dans la direction de son mou-

vement de transport; nous avons alors la possibilité de voir émaner d'une même molécule de l'éther en repos jusqu'à 1700 vibrations courantes de période et aussi d'amplitude inaltérée. En effet, malgré le déplacement rapide de la source, un même point fixe de l'éther ambiant reste maintenant sous son influence pendant 1700 vibrations, et cela, sans qu'il soit même question du rayon de la sphère d'action directe.

Entendons-nous bien: les molécules lumineuses, qui forment p.e. une particule de vapeur, doivent, vibrer toutes à la fois, avec la même période, dans des orbites semblables et parallèles, et en outre se trouver toutes ensemble dans la même phase; si ces conditions, que nous admettons pour toute source animée de vibrations fixes, n'étaient pas remplies, l'action exercée sur l'éther en repos par la molécule primaire qui arrive ne pourrait pas continuer, sans trouble, l'action de la molécule qui part. Pour une vitesse plus petite de la source, telle que celle de la Terre, le nombre de ces vibrations, qui émanent absolument du même point de l'espace, deviendrait encore dix fois plus grand. Quant à l'amplitude des vibrations des molécules, dans toutes les sources connues de vibrations fixes (savoir pour le son), elle reste sur des étendues relativement grandes assez sensiblement égale pour que nous n'ayons pas à nous occuper ici de ses variations.

Peut-être parviendra-t-on plus tard à vérifier, par une sorte d'*experimentum crucis*, l'explication que je viens de donner; il suffirait, pour cela, de s'assurer si les expériences de M. Fizeau sur l'interférence avec de grandes différences de chemin, qui exigent un grand nombre de vibrations parties successivement du même point de l'espace, réussissent aussi bien avec la lumière de l'étincelle électrique qu'avec la lumière émise par d'autres sources, spécialement quand le rayon suit la direction du mouvement de la source.

34. Pour ce qui concerne la manière dont les vibrations de la source lumineuse sont transmises à l'éther ambiant, et la manière dont les choses se passent aux surfaces limites, voici l'idée que je m'en fais. Chaque molécule lumineuse de la source lance en tous sens dans l'éther ses vibrations courantes, que les molécules de l'éther de la source même, rangées autour d'elle et exécutant peut-être les vibrations fixes, transmettent sans altération, d'après le principe de la superposition des petits mouvements, jusqu'aux surfaces limites, où elles passent à l'éther libre. La similitude et le parallélisme des orbites de toutes les molécules vibrantes primaires contribuent sans doute beaucoup à rendre la superposition facile; la différence de phase et peut-être aussi la différence d'amplitude, entre la vibration fixe dont un molécule est déjà animée et la vibration courante qui s'y superpose, deviennent seules plus grandes à mesure que la molé-

cule considérée est située plus près des surfaces limites et nodales.

Si donc la particule lumineuse, foyer circonscrit de vibrations, possède un mouvement de translation, alors, à raison de la multitude des molécules dont elle se compose, la place de chaque molécule emportée est immédiatement prise par une autre, qui remplit exactement le rôle de centre d'émission joué par la première. L'amplitude seule de la vibration changera graduellement dans cette source d'une molécule à l'autre, et sera par conséquent aussi sujette à de petites variations dans la vibration courante. A l'endroit précis des lignes et des surfaces nodales, si elles existent, se produirait un écart de phase d'une demi-circonférence, par suite duquel une seule vibration courante deviendrait impossible; mais comme, sur ces lignes ou ces surfaces et dans leur voisinage, l'amplitude de la vibration est égale à zéro, nous n'avons pas à en tenir compte ici. Peut-être toutefois, en cas d'existence de pareils nœuds, avons-nous à attendre, après chaque suite de milliers de vibrations d'une intensité progressivement croissante et décroissante, un écart de phase d'une demi-circonférence dans le rayon lumineux.

Selon ma manière de voir, malgré le déplacement de la source, les impulsions différentielles transmises à l'éther trouvent donc toujours, dans le point même d'où elles sont parties, l'appui continu dont elles ont besoin pour leur propagation intégrale. Peu importe que la molécule de la source, qui donne cet appui, change d'instant en instant, pourvu seulement qu'au moment voulu il en parte juste la phase ou l'impulsion convenable. Ne sommes-nous pas habitués, dans la théorie des ondes, à considérer séparément le mouvement et la molécule qui en est le support? L'onde progresse; mais les molécules qui la portent ne participent pas à cette progression.

§ IX.

35. Comparons maintenant en quelques points ces vues concrètes avec celles de mes prédécesseurs.

Si l'on se représente la constitution d'une source lumineuse et son mode d'action comme nous venons de le dire, il n'est nullement nécessaire de donner de grandes dimensions à la masse des molécules qui vibrent simultanément, avec la même période, dans des orbites semblables et parallèles, ni d'attribuer un rayon appréciable à la sphère d'action de ces molécules, pour que, même avec un déplacement assez rapide de la source, des milliers de vibrations courantes, d'intensité presque constante, puissent encore être transmises du même point de l'espace à l'éther indéfini. En outre, ce n'est alors pas un point unique de cet éther, ce sont des milliers de points qui constituent simultanément

de pareils centres, d'où partent, exactement au même instant, ces vibrations concordantes en phase et en durée. — Un rayon de lumière homogène est pour moi un ensemble complexe; à chaque instant arrivent en chaque point une multitude de vibrations à phases et amplitudes différentes, qui, conformément au principe de la superposition, conservent toutes une existence indépendante; et l'intensité du rayon est l'intensité totale de toutes ces vibrations, en tant qu'elles ne se contrecarrent pas par interférence. — A mesure que la source avance, des centres de vibrations se perdent en arrière et d'autres se forment en avant. Composons par la pensée toutes ces ondes ou vibrations en une seule; nous obtenons alors une onde ou poussée d'onde résultante, qui, si la source restait en repos, avancerait avec la vitesse de propagation ordinaire et aurait ses croupes à la distance normale, mais qui maintenant change continuellement d'anomalie, et chemine le long du rayon non-seulement avec la vitesse normale de propagation, mais, de plus, avec la vitesse de la source; par là, ses croupes se succèderont plus vite, précisément comme les poussées d'onde de Doppler. En arrière, par contre, les croupes s'écarteront davantage, suivant la même loi. Mais toutes ces vibrations, que chaque molécule d'éther située sur le rayon exécute à la fois, qui se traduisent en sinusoïdes, et qui sont et restent tout à fait indépendantes les unes des autres, conservent invariablement la même longueur d'onde et la même période. — Je nie formellement qu'il soit permis de regarder ces vibrations comme fondues en une vibration unique résultante, parce que l'anomalie et l'amplitude de cette vibration résultante changeraient d'instant en instant. — Tout ce que je viens de dire par rapport au renouvellement continu des centres de vibration, n'a cependant de signification absolue que pour le rayon visuel qui coincide avec la direction de translation de la particule lumineuse; pour toutes les autres directions il dépend de la forme et des dimensions de cette source perpendiculaires à la direction de translation, si l'on peut encore parler d'un tel renouvellement continu.

Une partie de la force vive de la source s'éparpillera probablement en vibrations spontanées, et se dissipera sous forme de lueurs indéterminées. On peut même concevoir un déplacement assez rapide pour que toute lumière primaire cesse de nous arriver, non, comme le dit quelque part M. Petzval, parce que la longueur d'onde deviendrait infiniment petite, mais parce qu'aucune molécule de l'éther en repos ne serait plus capable de recueillir intégralement la vibration primaire de la source. Si l'on se refusait à admettre la transmission de la vibration sans changement de période, telle que j'ai essayé de l'établir, je contesterais hardiment,

de mon côté, qu'aucune autre vibration d'une durée déterminable d'avance, comme le veulent MM. PETZVAL, VON ETTINGSHAUSEN, KLINKERFUES, etc., puisse être transmise à l'éther; cette opinion, je suis persuadé que je ne serais pas seul à la soutenir.

La même complexité que le rayon présente dans le cas du mouvement de la source, il la possède aussi déjà, à certains points de vue, dans le cas du repos. Avec ces rayons lumineux composés, tous les phénomènes qui font appel à la durée des vibrations élémentaires, ceux d'interférence, de diffraction, de réflexion, de réfraction, etc., resteront d'ailleurs, j'en ai la certitude, également faciles à expliquer, soit que la source demeure fixe, soit qu'elle se déplace.

D'autres causes que celles signalées jusqu'ici peuvent contribuer à donner cette complexité au rayon; je crois, en effet, que la matière lumineuse déplacée laisse encore, après son départ, l'éther dans un état de vibration fixe pendant une courte durée. La première de mes raisons, c'est qu'il est difficile de comprendre comment cet éther abandonné, qui, d'après FRESNEL, vient de sortir de la source lumineuse, pourrait retomber instantanément, en ce qui concerne sa vibration, dans un repos absolu. Ma seconde raison, d'une nature plus expérimentale, c'est que l'œil a indubitablement besoin, pour donner naissance à une perception, de plusieurs vibrations successives parties du même point; or, si la masse animée de vibrations fixes concordantes se meut, par exemple, dans une direction perpendiculaire au rayon visuel, elle change à chaque instant de place pour l'œil, et néanmoins nous la *voyons* en chaque point de sa route. Dans le cas où la masse a une certaine étendue, cela est sans doute déjà suffisant pour qu'une multitude de vibrations émanent d'un même point mathématique de la route parcourue; mais si ces dimensions étaient très petites, l'augmentation du nombre de ces vibrations, par l'espèce d'action consécutive que je viens d'indiquer, pourrait devenir nécessaire.

36. Grâce à ces vibrations plus ou moins nombreuses, qui pour moi peuvent émaner d'un même point de l'éther en repos dans l'espace, je ne suis donc arrêté par aucune difficulté dans le cas où le mouvement de la source lumineuse est perpendiculaire au rayon visuel ou fait un certain angle avec lui; précédemment j'avais déjà pu conserver à la vibration sa même période, et maintenant la normale de la surface d'onde conserve aussi, au moins pour un instant, une direction constante. Voyons, d'un autre côté, comment DOPPLER, PETZVAL etc. se tireraient d'affaire en pareil cas; n'oublions pas surtout que *voir* est tout autre chose qu'*entendre*, et que dans le premier de ces actes il y a encore à considérer, outre la vitesse de vibration, un autre élément, à mon

avis beaucoup plus important, savoir la direction sus-dite de la normale à la surface d'onde, qui détermine la place de l'image sur la rétine. En admettant même, pour un instant, que par l'accélération de la poussée d'onde la couleur puisse s'élever, je voudrais savoir comment DOPPLER définirait la direction lorsque la source, qui peut d'ailleurs comme dans le cas de l'étincelle électrique être très rapprochée, se meut par exemple sous un angle de 45° par rapport à la ligne visuelle. La question à résoudre est celle-ci: une seule poussée d'onde suffit-elle pour donner la perception de lumière, de façon que sa normale détermine la direction de la source, ou bien faut-il pour cela plusieurs vibrations parties d'un même point? A cette question DOPPLER pourrait difficilement répondre; car dans la première hypothèse il se met en contradiction avec ce que l'expérience rend probable, et dans la seconde l'accélération de la fréquence des poussées d'onde lui échappe pour l'élévation de la couleur. Pour bien juger l'embarras que cette question aurait suscité à DOPPLER, on doit se rappeler combien l'œil est sensible au moindre changement dans la direction relative de deux sources lumineuses observées, qui se recouvraient un instant auparavant. Si, au même point de l'espace, plusieurs centaines de vibrations ou de poussées d'onde doivent émaner de l'objet lumineux pour que celui-ci soit perçu à son passage en ce point, ou bien DOPPLER ne le voit pas du tout, ou bien son changement de couleur s'évanouit; tandis que moi je le verrai peut-être simultanément en quelques points situés très près l'un de l'autre, ce qui ne constitue certainement pas une difficulté.

37. Considérons encore une pareille source lumineuse, et plaçons l'observateur de façon que sa ligne visuelle fasse un angle de 45° avec la direction du mouvement. Soient A et B les deux positions extrêmes que la molécule à l'état de vibration fixe occupe sur cette direction, savoir, A au commencement et B à la fin d'une seule et même vibration; nous demanderons alors à M. PETZVAL et à M. VON ETTINGSHAUSEN de quel point du milieu, de quel point de l'espace, nous devons maintenant faire partir la vibration courante raccourcie au moyen de laquelle nous voyons ce point lumineux. A coup sûr, ce ne sera pas de A; de B non plus, car dans ce cas nous aurions le même raccourcissiment de la durée de vibration que sur la direction même du mouvement. Ce sera donc de quelque point de la droite qui joint l'œil au milieu de A B, et, si nous poursuivons d'une manière conséquente le raisonnement, du point de cette droite qui est situé à la distance d'une longueur d'onde de A; tant que le carré de la vitesse de translation du point lumineux peut être négligé par rapport à la vitesse de la lumière,

le raccourcissement de la longueur d'onde ou de la durée de vibration restera alors encore proportionnelle aù cosinus de l'angle que la ligne visuelle fait avec la direction du mouvement de la source. Mais M. PETZVAL et M. VON ETTINGSHAUSEN savaient aussi bien et mieux que moi qu'il n'est pas permis, en matière de vibrations courantes, de faire concourir des surfaces d'onde dont les normales ont des directions différentes (autrement il faudrait renoncer au principe de HUYGHENS), ni par conséquent de combiner en un tout, dans l'éther indéfini, des phases qui arrivent de directions différentes, soit que l'on dirige la ligne visuelle sur le milieu de A B ou sur quelque autre point. Dans nos expériences d'interférence, il est vrai, nous faisons agir de concert des surfaces d'onde dont les normales divergent entre elles; mais alors, ou bien ces normales sont ensuite rendues parallèles par la réfraction, ou bien les phénomènes sont observés sur un écran, c'est-à-dire, dans une lumière diffuse, qui naît en quelque sorte de vibrations fixes des particules de l'écran et où les rayons interférents dispersés ont de nouveau des normales parallèles. En outre, il n'y a absolument rien qui nous lie au point ci-dessus déterminé, comme origine de la vibration enroulée; nous aurions pu prendre tout autre point sur la ligne A B ou en dehors d'elle, ce qui aurait entraîné une autre valeur pour le changement de la durée de vibration. Au sujet de l'indétermination de la direction dans laquelle la source lumineuse sera vue, ce qui a été dit pour l'idée primitive de DOPPLER s'appliquerait encore beaucoup mieux ici; il est inutile de le répéter. En résumé, on voit donc que la théorie dite *ennoblie*, partie d'une abstraction en ce qui concerne la source lumineuse, doit maintenant faire encore abstraction de toutes les directions autres que celle dans laquelle la source se meut.

§ X.

38. *Similitudo claudicat*, dit-on; cet adage est parfaitement de saison, lorsque, pour montrer comment des chocs ou des pulsations isolées se transmettent dans un milieu élastique, homogène et indéfini, on nous cite des phénomènes tels que ceux offerts par des billes élastiques ou par les cylindres de Mach. Dans ces deux exemples, en premier lieu, il n'est question que de transmission suivant une seule ligne droite; dans un milieu homogène indéfini, au contraire, la transmission se fait d'une manière égale en tous sens, et toutes ces directions sont solidaires entre elles; en d'autres termes, les impulsions doivent ici se distribuer selon des enveloppes sphériques. Mais, ce qui est tout à fait décisif, c'est que l'impulsion, en quelque point du milieu qu'elle se trouve, doit partout se propager aussi bien en arrière qu'en avant. Si en apparence, comme partie intégrante d'une vibration qui émane d'un point fixe,

elle ne rétrograde pas, cela tient à la succession régulière des autres impulsions différentielles venues du même point. Sans doute, je ne puis pas en appeler ici au retour du choc qui, dans le cas de la série de billes, a lieu après que la dernière s'est soulevée; car on m'objecterait que c'est là une conséquence de la limitation du système. Mais alors aussi il faut convenir qu'une douzaine de billes élastiques pesantes, suspendues à des cordes l'une à côté de l'autre, sont une bien singulière représentation d'un milieu élastique indéfini.

Si l'on avait considéré de plus près cette expérience des billes, on aurait remarqué, en second lieu, que la transmission visible du choc repose sur une vibration courante des molécules des billes. Enfin à chaque point de contact entre deux billes consécutives, il s'opère, au moment de l'ébranlement, un partage de la force vive du choc, une moitié se communiquant en arrière, l'autre en avant; la première des deux billes reste au repos, précisément parce que la force vive en recul détruit l'autre moitié de la quantité de mouvement, celle que la bille avait conservée. Ces billes ne prouvent donc nullement qu'un choc isolé puisse se transmettre, sans division et suivant une seule direction, dans un milieu indéfini. La science n'a rien à gagner à des comparaisons aussi superficielles.

39. *Similitudo claudicat;* cela me fait hésiter à produire, à l'appui de mes idées, des phénomènes qui ont rapport au son. Pourtant je rappellerai, en premier lieu, les expériences mentionnées par A. Seebeck[1]), où des tons réguliers se détachent du bruit que fait le papier chiffonné entre les doigts; le froissement du papier imprime à l'air de petits chocs ou impulsions, qui se résolvent en vibrations régulières. Je rappellerai ensuite l'effet acoustique d'un coup de fouet rapide, de l'étincelle électrique, et aussi de la foudre et de la sirène, qui tous communiquent aux molécules de l'air des impulsions instantanées, lesquelles se transforment et se progagent en vibrations plus ou moins régulières. Je rappellerai encore le jouet d'enfant connu sous le nom de loup-garou, la fronde musicale de Cagniard-Latour, où les chocs successifs imprimés à l'air se convertissent très certainement en vibrations. Bref, partout où une impulsion est donnée aux molécules de l'air, celles-ci se mettent à vibrer; et la hauteur des tons, qui alors prennent souvent naissance en grand nombre, est pour sûr très difficile à déterminer d'avance, et dépendra indubitablement de la grandeur de la force vive qui était réunie dans l'impulsion, du volume de la masse d'air qui a été ébranlée du coup, et de la vitesse avec laquelle ce coup a été porté.

[1]) *Repertorium der Physik*, B. VI, p. 26. Berlin, 1842.

Je laisse ici indécise, jusqu'à un certain point, la question de savoir si notre perception du ton est déterminée par la transmission régulière de la vibration, ou bien, comme cela est très probablement le cas pour la sirène de Seebeck, par l'action purement mécanique qu'exercent sur notre oreille des impulsions de condensation ou de dilatation, lesquelles, tant qu'on s'en tient au premier choc intégral reçu à la suite de toute condensation ou dilatation survenue à une certaine distance, peuvent être apportées par un système quelconque de vibrations spontanées tout à fait arbitraires.

§ XI.

40. Pour résumer, je vais maintenant suivre, en m'appuyant sur ce qui a été dit aux § II et VIII, un rayon lumineux depuis son origine dans la source lumineuse en mouvement, à travers un prisme en mouvement, jusqu'à l'observateur en mouvement. Si l'on compare les développements du § VIII avec le résumé de la théorie de Doppler présenté à la fin de l'art. 10, on reconnaîtra que j'avais raison de donner provisoirement à entendre, à la fin de l'art. 20, qu'entre Doppler et moi, malgré la différence des points de vue, il y aurait bien encore accommodement sous certains rapports; dans le paragraphe actuel, les points de dissidence s'accuseront d'une manière plus claire.

Je ne veux pas m'appesantir en ce moment sur la nature propre de l'absorption que la lumière éprouve en traversant des vapeurs placées sur son trajet; ce qui est certain, c'est que cette action dépend de la durée de vibration, de telle sorte que les vibrations absorbées sont précisément celles qui ont la même durée que les vibrations émises par la vapeur au moment où elle devient lumineuse.

Nous admettrons d'un autre côté, avec M. Veltmann, que la déflexion d'un rayon lumineux n'est influencée en rien par le mouvement qui entraîne le prisme avec la Terre, et que par conséquent elle aussi dépend uniquement de la durée de la vibration.

41. Représentons-nous une source lumineuse associée à une masse de vapeurs et emportée avec elle à travers l'espace, par exemple, une étoile avec son atmosphère, qui se meuvent ensemble dans la direction de l'observateur. L'étoile, ou plutôt les particules de matière ou d'éther qui occupent ou avoisinent la surface, exécutent des vibrations lumineuses fixes, qui, d'après les considérations développées aux § I et VIII, se transmettent sans altération de période à l'éther en repos; chacune des molécules vibrantes primaires émet incessamment ses vibrations vers

le dehors et tend à se décharger de sa force vive sur l'éther ambiant. L'étoile, c'est-à-dire la masse lumineuse, se déplaçant dans l'espace, à une molécule vibrante primaire qui est entraînée vient se substituer la molécule suivante, qui prend pendant un instant son rôle de centre d'une vibration courante déterminée, pour être aussitôt après remplacée par une molécule nouvelle. L'éther qui occupe l'espace reste en repos, et il en est de même des centres des séries respectives de vibrations courantes, séries qui persistent aussi longtemps que par leurs centres continuent à passer des molécules de la source vibrant toutes dans des orbites semblables et parallèles, avec la même période et la même anomalie. Mais pourtant, quand tout est en marche, le système entier des centres d'où les vibrations émanent change peu à peu, et le résultat est le même que si ce système se déplaçait avec la même vitesse que l'étoile; car, bien que chacun de ces points émette successivement des milliers de vibrations complètes avant de cesser ses fonctions, il n'en demeure pas moins vrai qu'à chaque instant un de ces centres est retranché en arrière et un nouveau ajouté en avant. Nous avons donc affaire, dans notre rayon lumineux, à de nombreuses séries de vibrations, originaires de centres qui se renouvellent ou en apparence se déplacent lentement, et par conséquent à un mouvement complexe, — une poussée d'onde composée, pour parler avec Doppler, — qui procède vers l'observateur avec la vitesse de propagation de la lumière augmentée de la vitesse de translation de l'étoile. La période de vibration reste la même, malgré le mouvement de l'étoile; et déjà l'atmosphère absorbante entraînée exige, comme tout autre milieu réfringent, que cette poussée d'onde, ou le mouvement complexe des molécules d'éther, se résolve en ses éléments, c'est-à-dire en toutes ces vibrations distinctes, de même durée ou longueur d'onde, qui se développent suivant des sinusoïdes. Cette durée ou longueur d'onde est-elle égale à celle des vibrations qu'émettrait l'atmosphère, alors les vibrations émanées de la source seront absorbées; il n'y a pas lieu de s'occuper ici du mouvement de l'atmosphère, ne fût-ce que par cette raison que, ce mouvement lui étant commun avec l'étoile, les temps des poussées d'onde ne subissent pour elle aucun changement. Quant aux vibrations qui ne concordent pas avec les siennes, la masse gazeuse les laisse passer sans obstacle.

42. Une atmosphère d'hydrogène absorbe les vibrations des trois raies de l'hydrogène. La lumière ainsi tamisée arrive alors, avec sa poussée d'onde accélérée, au prisme entraîné dans le mouvement de la Terre. Comme nous le montre si clairement, d'une autre manière, le phénomène de la dispersion des couleurs, la matière réfringente exige de nouveau

la décomposition de la poussée d'onde ou, mieux encore, du mouvement complexe de la molécule d'éther, parce qu'elle ne peut avoir égard qu'à des vibrations qui suivent une sinusoïde. Le mouvement complexe se résout juste en autant de vibrations à anomalie différente qu'il y a de séries superposées dans le rayon. La réfraction ou déflexion dépend alors uniquement, suivant l'explication de FRESNEL amendée par M. VELTMANN, de la durée ou de la longueur d'onde de la vibration élémentaire, qui est restée intacte dans toutes les composantes. Les raies obscures de l'hydrogène, ou plutôt les vibrations lumineuses voisines, sont donc encore réfractées exactement comme si tout était en repos. La lumière se rend ensuite à l'œil de l'observateur; admettons qu'ici la perception de la couleur soit déterminée, comme on le prétend, par la fréquence des poussées d'onde, et non par la période ou la longueur d'onde des vibrations élémentaires dont cette poussée est composée; eh bien, la lumière au pourtour des raies éteintes pourra alors avoir, par l'effet du mouvement de l'étoile, une teinte un peu modifiée, un peu avancée vers le violet; mais, en dépit de cela, la déviation mesurable des raies du spectre sera restée inaltérée.

43. Si la source lumineuse en mouvement n'est pas entourée d'une atmosphère absorbante, si c'est une masse émettant des vapeurs ou des gaz lumineux, — par exemple le soleil, qui expulse avec une grande vitesse de l'hydrogène incandescent, — les phénomènes, à l'absorption près, restent encore les mêmes.

La source transmet de nouveau ses vibrations, sans changement de durée, aux molécules de l'éther en repos; l'onde composée s'élance de nouveau d'un pas accéléré à travers l'espace vers l'observateur; le passage dans la substance réfringente exige de nouveau la résolution du mouvement composé en ses vibrations élémentaires, les seules dont il tienne compte; la réfraction ou déflexion de ces vibrations par le prisme interposé reste encore la même, et les raies brillantes ne subissent aucun déplacement dans le spectre. Les partisans de DOPPLER conservent toutefois le droit de rechercher si la teinte observée n'aurait pas éprouvé une très légère modification.

Pour simplifier, je m'en suis tenu ici à un mouvement dirigé directement vers l'observateur, et à l'hydrogène avec ses raies peu nombreuses; mais il va sans dire que le raisonnement est tout à fait général.

44. Par diverses considérations, et indépendamment de ce qui a été dit à l'art. 36, la modification de teinte, à laquelle je viens de faire allusion, me paraît elle-même encore des plus douteuses. D'abord, lorsque deux couleurs agissent simultanément sur l'œil, la perception de la

couleur composée ne saurait être ramenée à des poussées d'onde se suivant régulièrement à des intervalles égaux, et par conséquent, dans ce cas au moins, ce n'est pas la poussée d'onde résultante qui détermine la couleur. Deux couleurs, en effet, donnent pour résultante une couleur d'une longueur d'onde intermédiaire; or la courbe qui résulte de la composition de leurs deux lignes d'ondes est très loin de constituer elle-même une ligne d'ondes, ayant ses croupes à une distance toujours la même, qui devrait tenir à peu près le milieu entre les distances des croupes sur les deux lignes composantes. En second lieu, je présume que l'œil matériel, à l'égal de toute autre matière perméable à la lumière et réfringente, exige que le mouvement complexe des molécules d'éther se résolve en vibrations sinusoïdales, et alors la poussée d'onde s'effondre complétement. Enfin, conformément à la remarque de M. VON ETTINGSHAUSEN, rappelée dans l'art. 13, et à l'éclaircissement donné dans l'art. 14, on ne doit pas se former une représentation trop caractérisée de cette poussée de l'onde, qui pourrait bien, à raison de la multitude des séries dont elle se compose, avoir un contour très peu accidenté.

L'œil de l'observateur étant maintenant supposé lui-même en mouvement dans l'éther immobile, cet œil, s'il va par exemple à la rencontre de la lumière, recueillera par cela seul à des intervalles plus courts les poussées d'onde et même les croupes et les dépressions des vibrations élémentaires; pour cette raison la couleur doit se déplacer, suivant DOPPLER, vers le violet. Mais tout dépend ici de la preuve que cette couleur est déterminée par la poussée d'onde et non par la durée de vibration des molécules de l'éther. Dans le cas du mélange des couleurs, cité ci-dessus, on peut très bien concevoir que les vibrations élémentaires suscitent directement des perceptions, d'où naîtrait ensuite par combinaison une autre perception, celle de la couleur composée. De cette manière, la vibration simple se trouverait maintenue dans tous ses droits. Mais de ce que, dans les conditions du mélange des couleurs, la perception ne serait pas déterminée par la poussée d'onde, on ne pourrait pas encore conclure, avec une certitude absolue, qu'ici, dans le cas spécial qui nous occupe, le mouvement n'influe en rien sur la perception de la couleur. On doit toutefois remarquer que l'œil seul est en mouvement avec une certaine quantité d'éther adhérent à sa masse, tandis qu'une autre partie de l'éther, celle qui représente sa densité normale dans l'espace, reste, suivant FRESNEL, toujours en repos. En admettant maintenant que l'influence directe des vibrations courantes ne s'étende qu'à cet éther de densité normale contenu dans la rétine, et qu'elle y excite par exemple des vibrations fixes, dont la force vive serait immédiatement

absorbée par la matière de la rétine et son éther adhérent, le mouvement de l'œil n'aurait plus aucun effet, puisque cette dernière communication, pour les raisons développées en parlant de la transmission de la vibration de la source à l'éther ambiant, peut se faire sans altération. — Peut-être la seule considération de la normale à la surface des ondes mettra déjà un terme à ces discussions; car c'est elle qui détermine la place de l'image sur la rétine ou, en d'autres termes, la direction dans laquelle l'objet est vu; et les partisans de la vision par pulsations auront beaucoup de difficultés s' ils veulent nous donner une définition de ce que c'est la normale à la surface des pulsations. Mais laissons cette digression, car personne ne nous a encore dévoilé la nature réelle de la perception visuelle.

45. Ceci me ramène à une question que, pour simplifier, j'avais écartée jusqu'ici, et qu'on pourrait pourtant facilement s'adresser: la question de savoir si l'absorption est modifiée par le mouvement de l'atmosphère absorbante. Nous nous trouvons ainsi de nouveau, malgré notre désir de l'éviter, en face du problème de l'essence de cette absorption. L'idée la plus simple qu'on puisse s'en faire est peut-être celle-ci: l'éther renfermé dans la vapeur est capable seulement d'exécuter des vibrations d'une ou de plusieurs périodes déterminées, et il absorbe à leur profit la force vive des vibrations courantes qui l'atteignent, en tant que celles-ci suivent la même période; les vibrations courantes qui ne satisfont pas à cette condition ne peuvent servir à cet usage, parce que, d'après la formule de Fourier, qui dans son application à la théorie des ondes exprime une vérité physique, il est impossible que des vibrations de durée différente se fondent en une seule; deux sinusoïdes dissemblables par leur période ne peuvent, en effet, jamais en donner une troisième par leur combinaison.

Lorsque la masse gazeuse, par exemple notre atmosphère terrestre, se déplace, l'éther renfermé, ou du moins la partie qui possède la densité normale de l'espace vide, reste de nouveau, suivant Fresnel, en repos; seul le léger excédant dû à la presence de l'air partage le mouvement de celui-ci. Cet éther de densité normale, à l'intérieur de la masse gazeuse, nous voulons le supposer maintenant dans un état de tension, en vertu duquel il puisse exécuter des vibrations fixes déterminées. Les molécules gazeuses, avec l'éther adhérent additionnel, sont les centres d'où émane l'influence qui produit cette tension; elles forment en même temps, pour ainsi dire, les points d'appui fixes qui absorbent la force vive des vibrations de l'éther normal. Quant à la manière dont ce dernier prend cet état de tension, ou à la nature de l'action qu'exercent sur lui les molécules gazeuses, c'est un point que nous n'essayons pas de préciser.

Ainsi, l'éther qui apporte les vibrations de la source lumineuse, et l'éther qui à l'intérieur de la masse gazeuse doit être mis par elles dans un état de vibration fixe, restent tous les deux en repos; il n'y a donc aucune raison pour que cette vibration courante, en se transformant en vibration fixe, allonge ou raccourcisse sa période. Le principe de la conservation de la durée de vibration est encore pleinement sauvegardé dans le passage dont il s'agit.

Veut-on voir cette vibration fixe se transmettre encore plus loin, aux molécules gazeuses et à l'éther adhérent? eh bien, à raison de l'étendue de la masse d'éther de densité normale qui se trouve déjà en vibration fixe, cette transmission pourra s'opérer tout aussi bien sans changement de période que la communication, traitée en détail aux art. 31, 32 et 33, de la vibration fixe d'une source en mouvement à un milieu en repos. Quant à ce que cette force vive devient ultérieurement, lorsqu'elle est passée dans la matière, nous ne le savons pas et, pour le moment, cela importe peu.

Ce qui est vrai de notre atmosphère s'applique aussi à une couche quelconque de vapeur, à un milieu absorbant quelconque. La comparaison avec le phénomène connu du son, où un tout limité, capable d'exécuter des vibrations, est mis en branle par la succession accélérée ou retardée de poussées d'onde proprement dites, — d'impulsions de condensation ou de dilatation, — cette comparaison serait ici tout à fait déplacée.

En parlant de la source lumineuse, j'ai, dans un passage précédent, pour simplifier, laissé l'éther inclus exécuter les vibrations fixes et se déplacer avec la vitesse de la source. Cette vue n'est, il est vrai, pas d'accord avec l'hypothèse de Fresnel, qui vient d'être appliquée ici; mais cela ne touche pas le point en question. En tout état de cause, c'est la translation de la matière qui donne lieu à un renouvellement incessant des molécules d'éther mises en vibration, et on doit laisser progresser avec la source les points mathématiques d'où la vibration fixe émane.

46. La reconnaissance comme vérité physique, dans son application à la doctrine des ondes, de la formule de Fourier forme évidemment la base sur laquelle je fais reposer la persistance individuelle de vibrations élémentaires de même période dans mon rayon lumineux incessamment renouvelé, ou du moins leur apparition séparée lors du passage dans une autre matière. Il va sans dire que, parmi ces vibrations, je me figure réunies en un seul tout celles dont l'anomalie et l'amplitude restent constantes dans le cours d'une vibration entière; je laisse aussi à l'interférence sa juste part d'influence. Le mouvement résultant d'une molécule d'éther est une sinusoïde, qui change à chaque instant

d'anomalie et d'amplitude; et précisement à cause de cela, il se décompose, au moment même du passage, en sinusoïdes élémentaires à anomalie et amplitude constantes, malgré l'égalité de période de toutes ces sinusoïdes. Le théorème de FOURIER, élevé au rang de vérité physique aussitôt que la force développée par le déplacement de la molécule vibrante est prise proportionnelle à la première puissance de ce déplacement, jette, par le fait même de ce dédoublement du mouvement composé en sinusoïdes indépendantes, un jour nouveau sur plusieurs phénomènes de la doctrine des ondes. Il rendrait peut-être encore de grands services, si le milieu conducteur devait être regardé comme dans un état de mouvement jusqu'à une certaine distance de la source.

§ XII.

47. Mais, dira-t-on, des observateurs tels que HUGGINS [1]), LOCKYER [2]) et VOGEL [3]) ont vu les raies spectrales, et en particulier la raie F de l'hydrogène, déplacées, soit comme raies d'absorption dans les spectres des étoiles, soit comme raies brillantes dans les spectres des émanations gazeuses qui se produisent subitement à la surface du soleil. Je ne doute nullement qu'ils aient en effet observé ces déplacements; seulement, qu'on ne me demande pas de les attribuer au mouvement de la source lumineuse ou du prisme. Faisons-nous une idée nette de ce qui a été observé, et examinons alors si la méthode d'observation, les instruments employés ou d'autres causes physiques peuvent en donner une explication satisfaisante.

Le déplacement dont il est ici principalement question concerne la partie bleue du spectre, car c'est là que se trouve la raie F. Dans toutes les observations il a été fait usage de lunettes. Or on sait que même les meilleurs de ces instruments sont encore toujours affectés d'un défaut d'achromatisme, et qu'on y laisse le bleu et le violet, comme rayons les moins intenses, aller, pour ainsi dire, leur train; en outre, le foyer des rayons marginaux est naturellement encore différent de

---

[1]) *Further observations on the spectra of some stars and nebulae with an attempt to determine therefrom wether the bodies are moving towards or from the earth, also observations on the spectra of the Sun and of Comet* II. 1868. *Phil. Transact.*, 1868, vol. CLVIII, p. 549. 1869.

On the spectrum of the great nebula of Orion and on the motions of some stars towards or from the earth. Phil. Magaz. 4_e Sér., vol. XLV, p. 133. 1873.

[2]) *On recent discoveries in solar physics made by means of the spectroscope. Phil. Magaz.* 4e Sér. vol. XXXVIII, p. 342. 1869.

[3]) *Beobachtungen auf der Sternwarte zu* BOTHKAMP. Heft I, p. 38. 1872.

celui des rayons centraux. J'ai exécuté trop de mesures de réfraction et de diffraction avec le spectromètre, par conséquent à l'aide d'une lunette, pour ne pas savoir que ce sont précisément les mesures effectuées dans la partie la plus réfrangible du spectre qui souffrent le plus du défaut d'achromatisme, c'est-à-dire du défaut de précision dans la mise au point, et de l'aberration de sphéricité. Il n'est donc pas étonnant que j'aie cherché en partie dans l'usage des lunettes et des lentilles l'explication des déplacements des raies qui viennent d'être rappelés.

48. Il suffit de lire le Mémoire de M. Huggins et de voir avec quel soin il procède à l'ajustement de l'étincelle électrique et de l'image de l'étoile, pour être convaincu qu'il a très bien reconnu la nécessité de les centrer parfaitement l'une et l'autre sur l'axe de son spectromètre, pour pouvoir comparer les raies des deux spectres. Et pourtant il ne paraît pas avoir songé au défaut d'achromatisme et à l'aberration sphérique des verres de son spectromètre, car autrement il aurait senti que les deux cônes de rayons incidents devaient, à la rigueur, avoir aussi le même angle au sommet, c'est-à-dire, qu'ils devaient partir absolument du même point de l'axe.

Lorsque les spectres de deux sources lumineuses sont comparés entre eux, ou bien 1° les deux faisceaux peuvent tomber sur les prismes en venant d'une distance infinie ou de distances finies égales, et en même temps leurs axes peuvent coïncider ou ne pas coïncider; ou bien 2° les deux faisceaux peuvent tomber sur les prismes de distances différentes, et alors encore les axes peuvent ou non coïncider entre eux. Toutes les raies homologues des deux spectres ne se correspondront exactement, cela est indubitable, que si les deux sources peuvent être regardées comme placées à des distances rigoureusement égales des prismes, ou plutôt de la lentille du collimateur, et si de plus les axes des deux faisceaux coïncident. Si les axes continuent à coïncider, mais que les sources se trouvent à des distances différentes, les raies des deux spectres peuvent se séparer; c'est sous cette rubrique que tombent les observations de M. Huggins, quand l'ajustement est parfait.

Dans tout spectromètre il y a un collimateur, qui rend les rayons de la source parallèles entre eux; dans l'appareil de M. Huggins, ce collimateur est représenté par la lentille achromatique qui est placée en avant des prismes et au foyer de laquelle se trouve la fente. Si j'ai bien compris, l'image de l'étoile, formée par l'objectif du réfracteur, tombe exactement sur la fente, tandis que l'étincelle électrique ou le tube à hydrogène est placé à une assez grande distance en avant; les deux sources lumineuses sont amenées dans l'axe de la lunette; je suppose

le spectromètre dans la position du minimum de déflexion, et la lunette d'observation ajustée avec soin sur la fente.

Nous avons maintenant affaire en premier lieu au cône de rayons de l'étoile, qui a la fente pour sommet et la surface de l'objectif du réfracteur pour base; lorsque la distance de la fente à la lentille du collimateur est connue, on peut assigner la base du cône de rayons stellaires qui tombe sur cette lentille. La fente occupant le foyer du collimateur, nous admettons que la masse des rayons tombe parallèlement sur les prismes, où elle subit le minimum de déflexion; la lunette du spectromètre, pointée sur la fente, réunit aussi bien que possible, en un spectre stellaire net, les couleurs les mieux achromatisées; la raie F de l'hydrogène est un peu moins nette, parce qu'elle se trouve à une petite distance en avant du foyer de l'oculaire.

Le cône de rayons qui vient de l'étincelle électrique, ou du tube à hydrogène, a cette étincelle pour sommet et la largeur de la fente pour section, de sorte que, sur la lentille du collimateur, sa base a probablement, dans le sens perpendiculaire à la fente, une dimension très petite, et d'autant plus petite que l'étincelle est plus éloignée de la fente. Les rayons de l'étincelle ne sont donc guère que des rayons centraux pour la lentille du collimateur, et par suite ils éprouveront, de la part de cette lentille, une réfraction moins forte que les rayons marginaux de la lumière stellaire, laquelle possède, si je ne me trompe, une base beaucoup plus grande. Comparés à cette lumière de l'étoile, que nous nous figurons sous une incidence parallèle, ces rayons tomberont donc sur les prismes en divergeant; la distance plus grande de l'étincelle ne corrige rien sous ce rapport, parce que la lunette est pointée sur la fente et non sur l'étincelle. Lorsque les rayons de l'étoile, émergés parallèlement à l'axe, éprouvent la réfraction minima, les rayons de l'étincelle, qui tombent sur le prisme en divergeant, subiront en partie une réfraction plus forte, parce que leur direction s'écarte à droite ou à gauche de celle des premiers. — Même lorsque tout est convenablement ajusté, la raie pourra donc de cette manière, dans le spectre de l'étincelle, être un peu dilatée à son côté le plus réfrangible; par suite du défaut d'achromatisme, elle ne sera d'ailleurs, pas plus que dans le spectre de l'étoile, vue avec netteté.

On comprendra maintenant comment, dans les circonstances ordinaires, avec le meilleur ajustement, la raie F de l'étoile peut paraître un peu moins réfrangible que celle de la source terrestre, de sorte que, suivant Doppler, l'étoile semble s'éloigner de la Terre. Ce sont les raies les plus réfrangibles qui auront le plus à souffrir de l'influence indiquée,

parce qu'un même écart entre le rayon incident et la direction de déflexion minima donne lieu, pour un plus grand indice, à un plus grand écart dans la direction du rayon réfracté. En outre, comme ils tombent pour les deux spectres en dehors du foyer de l'oculaire, et peut-être même à des distances différentes de ce point, une comparaison exacte deviendra de nouveau plus difficile.

49. Laissons maintenant encore la source de comparaison et l'image de l'étoile à leur place; mais supposons l'axe du spectromètre légèrement déjeté, ce qui peut facilement arriver, de sorte que cet axe, — qui est en même temps l'axe du collimateur, — ne coïncide plus avec l'axe du réfracteur, sur lequel se trouvent les deux sources lumineuses; l'appareil est d'ailleurs supposé mis convenablement au point. Une des deux sources lumineuses, cela est certain, tombe alors un peu en dehors de l'axe du collimateur; mais ce qui est le point essentiel, c'est que l'axe du cône lumineux de l'étoile cesse nécessairement de coïncider avec cet axe du collimateur; l'axe du cône lumineux de l'autre source peut d'ailleurs s'en écarter tout autant. A cause de la différence entre les rayons du bord et ceux du centre, la lumière d'un des cônes peut, après réfraction par la lentille, tomber sur le prisme en convergeant ou en divergeant, tandis que celle de l'autre cône se présente dans l'état de parallélisme; si le faisceau parallèle est alors dans la direction précise du minimum de déflexion, l'autre pourra fournir des raies montrant, surtout celles de l'indice le plus fort, un élargissement au côté le plus réfrangible. Mais, à part cela, la non-coïncidence des axes des deux cônes, sur laquelle je voulais ici attirer spécialement l'attention, aura toujours pour effet un écart entre les raies des deux spectres.

L'article précédent a expliqué pourquoi, dans les circonstances ordinaires, les étoiles peuvent paraître s'éloigner de la Terre; celui-ci met en lumière la circonstance extraordinaire qui, en admettant les idées de Doppler, semblera éventuellement communiquer aux étoiles, par rapport à la Terre, soit un mouvement de rapprochement, soit un mouvement d'éloignement. Il est clair que toutes les raies, quelle que soit leur réfrangibilité, seront relativement déplacées de la même manière, mais que ce déplacement sera de nouveau plus considérable pour celles dont l'indice de réfraction est plus élevé; le défaut d'achromatisme rendra aussi ces dernières moins distinctes, et par suite leur comparaison rigoureuse plus difficile.

Qu'on ne se méprenne pas sur ma pensée. Je n'affirme nullement que dans les observations de M. Huggins ou de M. Vogel les choses se sont passées de telle ou de telle manière; mais j'indique des causes

dans lesquelles de petits déplacements constatés pourraient trouver une explication plausible. Il est singulier que l'interprétation acceptée n'ait encore soulevé aucun doute, alors que, après correction pour le mouvement de la Terre, M. HUGGINS était conduit à assigner aux étoiles qui se rapprochent du Soleil un déplacement 2 ou 3 fois plus rapide que celui des étoiles qui s'en éloignent. [1]) Le même observateur trouve le mouvement de SIRIUS un des plus grands, tandis que le mauvais temps le forçait de se contenter de la probabilité que PROCYON et CAPELLA se meuvent dans la même direction que SIRIUS. Les résultats obtenus par M. VOGEL, dans une même soirée, pour SIRIUS, PROCYON et CAPELLA, tombent, comme ceux de M. HUGGINS, tous dans le même sens, et pour PROCYON le résultat est même plus grand que pour SIRIUS; un autre soir le mauvais temps ne lui laissait retrouver le résultat que pour SIRIUS seul [2]). Ceci n'exclut pas encore l'action d'une cause constante, qui pourrait être cherchée dans une non-coincidence des axes des deux faisceaux lumineux réfractés; les observations, spécialement celles de M. VOGEL, sont trop peu nombreuses, pour autoriser à assigner des valeurs incontestables aux déplacements des centres des raies.

J'aurais encore à appeler l'attention sur la possibilité qu'une raie éprouve une dilatation physique, à l'un ou à l'autre côté, par l'apparition de raies d'absorption voisines, appartenant à une autre matière contenue dans la couche de vapeurs; mais je ne crois pas avoir besoin d'invoquer cette nouvelle influence, d'ailleurs peu probable.

50. Dans les observations de M. LOCKYER [3]) et aussi dans celles de M. VOGEL, en tant qu'il s'y agit du disque solaire, ou d'une partie de ce disque, et d'une émission de gaz lumineux, — presque toujours de l'hydrogène, — il y a constamment deux sources lumineuses, qui envoient simultanément de la lumière à travers la fente du collimateur.

Pour ce qui est des recherches concernant les courants gyratoires de la chromosphère, ou le phénomène des protubérances, on peut de nouveau y supposer une divergence entre les axes des deux faisceaux incidents, laquelle aurait pour effet de déplacer les raies d'un des spectres par rapport à celles de l'autre. Dans les tourbillons de la chromosphère il peut exister deux ou plusieurs maxima de lumière; et à coup sûr, lorsqu'on vise successivement chacun des deux bords d'un pareil tourbillon, on porte l'axe de toute cette masse lumineuse une fois à gauche

[1]) *Phil. Magaz.* 4e Sér., Vol. XLV, p. 133 (la liste), et *Proceedings of the royal Society*, Vol. XX, p. 393.

[2]) l. c., p. 34.

[3]) H. E. ROSCOE, *Die Spectralanalyse*, *uebersetzt von* SCHORLEMMER, 1870, p. 225.

et une fois à droite de l'axe du spectromètre. Quant aux protubérances, par leur forme ramifiée et capricieuse elles occasionnent peut-être sur une grande surface une distribution sporadique de la matière lumineuse, ce qui ne saurait rester sans influence sur la position relative des raies peu nombreuses, dans lesquelles cette lumière se résout, par rapport aux raies correspondantes du spectre solaire.

Pour les dessins que M. LOCKYER (ROSCOE, fig. 76) et M. VOGEL (p. 40) donnent des spectres pris au voisinage d'une facule ou sur une tache avec pont transversal, nous pouvons faire d'autres remarques, qui toutefois sont encore fondées sur la présence de deux sources lumineuses. Faisons d'abord observer que le processus entier à la surface du Soleil, aussi bien dans les protubérances et les tourbillons qu'ici, paraît se borner à une simple émission de vapeur incandescente; je ne vois aucune nécessité d'admettre en outre une ascension ou une chûte rapides de gaz refroidi, comme semblent le vouloir MM. ROSCOE et VOGEL.

Le dessin de M. LOCKYER, tel qu'il nous est donné par M. ROSCOE, s'explique, à mon avis, d'une manière satisfaisante par l'élargissement, à droite et à gauche, de la raie brillante F, à côté de laquelle, vers le milieu du dessin, se distingue encore la raie obscure F, en quelque sorte refoulée; j'y vois donc en deux points, savoir au milieu et plus vers le haut, de simples renflements de cette raie brillante, pour lesquels j'admets deux centres d'émission d'hydrogène incandescent.

Pour ce qui concerne les observations de M. VOGEL, j'ai de la peine à croire que son spectre fût tel qu'il est dessiné dans son travail, c'est-à-dire avec des raies obscures *b* qui d'un côté du pont étaient déplacées à gauche, et de l'autre à droite; cela me semble un peu trop symétrique. L'ondulation et le mouvement de l'air, devant le disque du Soleil, doivent nécessairement rendre peu net un pareil spectre, de si petite hauteur; tout ce que je conclus de ce dessin, c'est la présence de la vapeur incandescente du magnésium, qui donne des raies brillantes dilatées à droite et à gauche, à côté desquelles, tout comme chez M. LOCKYER, s'aperçoivent encore les raies obscures, courbées de dedans en dehors.

Comment il serait maintenant possible, dans le cas d'un déplacement éventuel des raies, d'en déduire sans aucune peine, conformément à la théorie de DOPPLER, la vitesse avec laquelle les gaz sont émis, c'est ce que je ne comprends guère. En effet, les parties de ces gaz qui sont les plus éloignées du Soleil, et par conséquent les plus rapprochées de nous, n'ont certainement plus de vitesse ascendante, mais probablement, à la place, une vitesse latérale; en outre, leur température ne peut pas différer beaucoup de celle de l'atmosphère lumineuse ou absorbante qui

les entoure immédiatement. La vitesse réelle, supposé qu'on pût la déduire du déplacement des raies, devrait donc être trouvée par l'intégration d'une fonction du pouvoir lumineux et de la vitesse d'ascension des couches gazeuses; or cela ne laisserait pas d'offrir des difficultés.

Mais d'ailleurs, et en laissant cette question de côté, je crois pouvoir donner une explication beaucoup plus simple des deux dessins cités. Elle est fondée sur la circonstance que, si le plan d'incidence et de réfraction d'un rayon lumineux n'est plus perpendiculaire à l'arête réfringente du prisme, l'angle réfringent est ou plus petit ou plus grand que l'angle caractéristique du prisme; je rappelerai en outre que, par exemple, pour un prisme de flint pesant, d'un angle réfringent de 60°, chaque changement dans cet angle se traduit par un changement d'une valeur à peu près double dans la déflexion minima.

Donnons donc au collimateur, pour simplifier, une lentille cylindrique; s'il arrive alors que la source lumineuse perde justement la pièce qui se trouve dans l'axe du collimateur, la partie du spectre, qui à travers la lunette est encore vue à la place de la pièce supprimée, sera certainement produite par de la lumière diffuse provenant des portions conservées de la source, situées plus haut et plus bas, laquelle lumière aura nécessairement traversé les prismes suivant d'autres plans de réfraction et avec un autre angle réfringent; les raies que cette lumière fournit encore en ce point du spectre seront alors déplacées à droite ou à gauche, selon que l'angle réfringent idéal résultant est devenu plus grand ou plus petit. Avec un assemblage de cinq prismes, combinés en un spectromètre ordinaire ou en un spectromètre à vision directe, cette petite déviation peut très facilement prendre par sommation une valeur appréciable, tout aussi bien que celle qui résulte d'un déplacement de la source à droite ou à gauche. Avec un seul prisme, il serait évidemment impossible de fournir encore un rayon réfracté coïncidant avec l'axe.

Les incurvations des raies d'absorption au devant d'une émission gazeuse, qui seules sont ici en question, sont alors dues à ce que la lumière qui les fournit doit provenir des parties du disque solaire situées plus haut ou plus bas. Quant aux raies brillantes, d'après les dessins, je ne puis pas y voir des incurvations, mais seulement une dilatation simultanée à droite et à gauche; or cette dilatation ne donne lieu à aucune difficulté, puisque l'intensité supérieure et la nature de la source suffisent à l'expliquer.

Plus on emploie de prismes, plus devient grande la complication qui résulte de la suppression d'une partie de la source. Un pont de vapeur incandescente de magnésium produit un effet équivalent à l'extinction partielle, en cet endroit, de la lumière solaire ordinaire. Comme on l'a

vu, les déviations observées par M. LOCKYER concernent ici de nouveau la raie F, ainsi toujours des rayons très réfrangibles, pour lesquels, en outre, l'achromatisme laisse beaucoup à désirer. Les déviations trouvées par M. VOGEL ont rapport aux raies *b* de FRAUNHOFER.

51. J'aurais beaucoup désiré voir moi-même les appareils employés, pour pouvoir mieux juger du fondement de mon interprétation des phénomènes; avec cette connaissance et celle des journaux d'observation, on pourrait décider s'il y a lieu de soupçonner des causes constantes, qui, p. e. pour toute une soirée, auraient simulé une même direction pour le mouvement des étoiles observées.

En général, on doit considérer que la raréfaction des gaz incandescents a une influence très appréciable sur la largeur des raies, surtout dans la partie la plus réfrangible du spectre; cela indique que, dans certains cas, il y a émission de vibrations supplémentaires dont la longueur d'onde s'écarte un peu de la longueur normale. De la même manière, un gaz dont la densité est modifiée absorbera encore des vibrations d'une longueur d'onde un peu différente. Un allongement du chemin de la lumière à travers l'atmosphère du corps céleste, et aussi à travers la nôtre, peut donner lieu à un élargissement unilatéral des raies d'absorption et à un déplacement de leur milieu [1]); on n'a qu'à se rappeler la nature de l'élargissement des raies atmosphériques du spectre solaire vers le coucher du Soleil. En outre, le point le plus obscur d'une raie nébuleuse d'absorption est très difficile à calculer; il est fonction de la distribution de la lumière dans cette région du spectre et de l'absorption.

La seule chose que je relèverai encore, c'est que tous ces savants doivent admettre que la longueur d'onde de la vibration absorbée varie, aussi suivant la loi de DOPPLER, avec la vitesse de rapprochement ou d'éloignement de l'atmosphère absorbante, et que par là ils se créent des difficultés inextricables dès que la direction du rayon diffère de la direction du mouvement de l'atmosphère.

52. Je n'ai pas encore parlé de l'influence que les changements de température exercent sur la réfraction. A raison d'une remarque de M. VOGEL [2]), je rappellerai ici qu'il résulte de mes mesures [3]), qu'avec un prisme de flint pesant, soit de MERZ soit de HOFMANN, d'un angle réfringent de 60°, l'indice de réfraction augmente de une à deux unités de la cinquième décimale pour chaque degré dont la température s'élève

[1]) *Voyez.* VOGEL, l. c., p. 35, *la note*, *et* HUGGINS, l. c., p. 147.

[2]) l. c., p. 42.

[3]) *Archives du Musée Teyler*, Vol. I, p. 225, et Vol. II, p. 189 et 192—198.

sur l'échelle centigrade; que pour une espèce de crown de Merz cet indice croît d'une demi-unité de cette même décimale, et que pour un autre crown de Merz, ainsi que pour un crown de Steinheil, il décroît d'environ une demi-unité. Avec un ou plusieurs prismes du flint en question, une raie donnée avancera donc vers le violet quand la température s'élève, et avec un spectromètre à vision directe, composé de prismes alternatifs de flint et de crown, la chance d'un pareil déplacement sera encore plus grande, si l'on suppose que le crown soit de la seconde espèce. Postérieurement, M. Blaserna [1]) a aussi déterminé pour du flint-glass cette variation de l'indice avec la température. Par une singulière méprise, toutefois, il dit que l'indice décroît quand la température s'élève, tandis qu'il a certainement voulu énoncer, conformément au résultat de mes propres observations, que l'indice et la température croissent ensemble.

Considérons maintenant les résultats où, par le déplacement des raies, la rotation du Soleil serait mise, dit-on, en évidence. En tant qu'il y était question de mesures, ces résultats ont été obtenus avec un spectromètre ordinaire à vision directe, composé de cinq prismes. Le spectromètre était dirigé sur le bord occidental du Soleil, et la raie F amenée en coïncidence avec une pointe d'acier placée au foyer de l'oculaire; le Soleil glissait devant le spectromètre, par l'effet du mouvement diurne, et lorsque son bord oriental se présentait, la raie était vue déplacée vers le côté réfrangible. Le changement de la longueur d'onde de F, en passant d'un des bords solaires à l'autre, s'élevait à un peu plus de un cent-millionième de millimètre, valeur d'où l'on déduisait la vitesse de rotation du Soleil, qui toujours fut encore trouvée trop grande. Si je comprends bien ce dont il s'agit, une augmentation de température de 0°,1 C de mon prisme pesant suffirait déjà à produire le déplacement de la raie vers l'extrémité réfrangible, tel qu'il a éte observé. Le diamètre du Soleil a besoin de quatre minutes pour passer devant le spectromètre; or il est très possible que dans ces quatre minutes la température de l'appareil s'élève légèrement, d'autant plus que cette élévation peut être occasionnée non-seulement par le rayonnement direct, mais aussi et surtout par le contact d'un air échauffé. Si au voisinage du pôle nord ou sud du Soleil on n'a pas observé de déplacement de la raie, cela s'explique par la durée beaucoup plus courte qui s'est écoulée entre le passage des deux bords. Si, en ramenant le spectromètre du bord oriental au bord occidental, on a constaté de nouveau une déviation

[1]) Poggend. *Annalen*, B. CXLIII, p. 655. 1871.

plus faible, on peut très bien en trouver la raison dans un abaissement de température, si l'on suppose que, par le mouvement rapide imprimé à la lunette, l'air échauffé à l'intérieur du spectromètre a été remplacé par de l'air plus froid. Je présume aussi que les évaluations ou mesures proprement dites ont eu lieu seulement dans le passage graduel du bord occidental au bord oriental. Quant aux dérangements qu'un assemblage de prismes peut subir par une petite variation de température, il est impossible de rien en dire. Le plus simple est d'exécuter avec son spectromètre une série de mesures sur une autre source lumineuse, par exemple un tube à hydrogène de GEISSLER, à des températures différentes, mais restées longtemps constantes, de l'air ambiant; lorsque, comme c'est ici le cas, il ne s'agit que d'une différence de température de 5° C. par exemple, la condition de constance n'est pas difficile à remplir.

Comme en beaucoup d'autres circonstances analogues, j'ai dû regretter que l'on n'ait pas publié, dans sa simplicité primitive, le journal des observations; une pareille publication est ordinairement beaucoup plus instructive que le résumé fait par l'observateur, qui se place presque toujours à un point de vue plus ou moins exclusif et est si facilement entraîné à séparer d'une manière arbitraire le bon grain et l'ivraie.

53. Pour ce qui regarde le spectroscope à réversion de M. ZÖLLNER [1]), je crois que provisoirement je puis me dispenser d'en parler, et attendre qu'il ait fourni quelques résultats décisifs. En effet, on ne voudra sans doute pas faire passer comme tels les résultats obtenus par M. VOGEL dans les observations, mentionnées ci-dessus, sur les bords solaires; aucune mesure n'y est indiquée, parce que l'influence de l'élévation de la température n'a pu être évitée ou parce que l'air était trop agité. J'espère qu'avant de produire à l'appui des idées que je combats, de nouvelles observations faites au moyen de ce spectroscope on voudra bien peser avec soin toutes mes objections; à mesure que la finesse de l'instrument augmente, des sources d'erreur plus faibles doivent se faire sentir. dans les résultats, et une étude approfondie de l'influence de ces erreurs pourra épargner bien des peines.

Quant à moi, lors même qu'on parviendrait à obtenir avec ce spectroscope des résultats positifs de mesures, je suis pleinement convaincu que ceux-ci n'auront aucune valeur démonstrative, en ce sens qu'ils seront uniquement dus à des causes analogues à celles que j'ai déjà

[1]) POGGEND. *Annalen*, 1869, B. CXXXVIII, p. 32. *Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig*, 1869, p. 70, et 1871, p. 300.

signalées, causes qui seront restées inaperçues des observateurs ou dont on n'aura pas tenu compte.

Dès à present je veux faire remarquer que, même dans ce cas où on n'emploie pas de source de comparaison au moment de l'observation, une pareille source n'en a pas moins dû être mise en œuvre, à un moment antérieur, par exemple, pour comparer la position du micromètre du spectroscope à réversion. Tout ce que j'ai dit concernant l'influence de l'angle des cônes de rayons directs, qui sont projetés sur la lentille par la source de comparaison et par l'image de l'étoile, trouve donc encore ici son application.

Seulement, avec le spectroscope à réversion de la construction primitive, à deux systèmes de prismes, on est affranchi des conséquences immédiates d'un changement de position de la source; mais pour cela on ne l'est pas encore du changement de déflexion du rayon réfracté, en tant que, par ce déplacement de l'axe du faisceau incident, les rayons directs qui tombent sur le prisme sont détournés de la direction exigée pour le minimum de déflexion; en effet, soit que les rayons tombent à droite de cette direction précise, soit qu'ils tombent à gauche, dans les deux cas la déflexion du rayon réfracté est augmentée. — L'avantage se perd toutefois, à mon avis, dans les dispositions nouvelles données à l'instrument, avec un objectif à réversion ou un oculaire à réversion.

Je ne crois pas que les spectroscopes à réversion puissent être recommandés de préférence pour les déterminations qu'on a en vue, et les systèmes nouveaux me paraissent moins favorables que l'ancien, parce que l'avantage indiqué leur fait défaut et parce que les lentilles de correction les rendent plus compliqués. La raison qui me les fait juger, aussi bien dans leur forme première que dans les deux formes postérieures, peu propres à ces recherches comparatives, c'est qu'on y doit supposer qu'aucun changement n'est survenu à l'appareil et que la température est restée parfaitement constante dans le cours des comparaisons. Si l'on réfléchit qu'une variation de température de 0,1 C. suffit probablement pour produire un changement appréciable dans la déviation des raies avec un prisme unique, on comprendra quelles précautions la température seule impose déjà, et on sentira qu'il faudrait proprement commencer par dresser une table des positions pour les raies, mesurées pour des températures fixes différentes. Alors, mieux vaut encore employer un spectroscope ordinaire, en observant toutes les précautions requises, notamment pour la coïncidence des deux sources qui fournissent simultanément leurs spectres. De cette manière, on est tout à fait indépendant des changements du spectroscope et des variations de température des prismes;

tandis qu'en faisant porter l'observation d'abord sur la source de comparaison et ensuite sur la source à comparer, outre qu'on n'échappe à aucune des précautions ordinaires, on reste exposé à toutes les conséquences du moindre petit dérangement dans l'appareil ou de la plus légère modification des prismes.

54. Dans l'intéressant ouvrage que M. SECCHI [1]) a publié sur le Soleil, on retrouve les dessins de raies déplacées ou courbées, d'après M. LOCKYER, ainsi que d'autres empruntés à M. YOUNG. On y trouve aussi, de nouveau, la même confiance illimitée dans le raisonnement de DOPPLER, regardé comme applicable à la couleur et à la réfraction du rayon; le même appel aux observations relatives au son, faites au moyen de locomotives, observations que j'ai exposées plus haut dans toute leur simplicité et avec leur signification réelle; le même saut périlleux, de l'impulsion accélérée, qui excite un ton plus aigu dans un ensemble circonscrit, à la durée raccourcie de la vibration courante dans le milieu indéfini, qui changerait la déviation du rayon réfracté; enfin, pour couronnement, l'observateur qui, armé de son spectroscope, détermine la composante, suivant le rayon visuel, du mouvement relatif de l'étoile et de la Terre. L'écrit de M. SECCHI, traduit et augmenté par M. SCHELLEN, est le dernier dont j'aie à m'occuper; la gradation qui nous attendrait partout ailleurs est maintenant, pour ainsi dire, connue d'avance: les expériences sur le chemin de fer ou avec l'appareil à anche de M. MACH, la couleur de la lumière, la réfraction du rayon, le déplacement des raies, et le mouvement de l'étoile après déduction de celui de la Terre; le tout enveloppé de nuages de plus en plus épais, sous lesquels l'idée et le raisonnement finissent par disparaître.

Les causes spéciales que j'ai signalées, comme pouvant rendre compte des phénomènes observés, sont aussi énumérées en partie par M. SCHELLEN, mais rejetées comme insuffisantes. Il ne dit rien de l'aberration de sphéricité ni du défaut d'achromatisme des lentilles et de ses conséquences, sur lesquelles j'ai appelé l'attention; rien de l'influence que peut avoir un petit changement de l'angle réfringent du spectroscope, dû à l'incidence oblique des rayons qui viennent du haut et du bas; pas un mot non plus de la dilatation physique que les raies obscures ou brillantes, surtout les plus réfrangibles, éprouvent en cas de changement de densité du gaz et d'allongement du chemin que la lumière y parcourt.

Les observations solaires n'y donnant pas spécialement lieu, l'ouvrage de M. SCHELLEN ne s'occupe pas de l'inégalité entre les distances

---

[1]) *Die Sonne, herausgeg. von* SCHELLEN, p. 488—501. 1872.

au collimateur de l'image de l'étoile et de la source de comparaison, inégalité à laquelle j'ai attaché tant d'importance; on n'y trouve non plus aucune mention du cas où l'image solaire ne tombe pas juste dans le plan et sur l'axe de la fente, défaut qui peut changer notablement l'étendue angulaire de la source lumineuse et avoir une grande influence sur la situation de l'axe et les dimensions du faisceau direct incident; enfin il n'y est pas appuyé suffisamment sur la distribution inégale et la dispersion sporadique de la matière lumineuse dans les protubérances et les ponts, ni sur ses déplacements latéraux. Or, tous ces points me paraissent non moins dignes d'attention que les autres.

Je répète ici la question que j'ai faite plus haut: comment faudra-t-il évaluer la vitesse verticale des gaz, vitesse qui est nécessairement nulle au point le plus élevé, où néanmoins les gaz ne peuvent pas encore être beaucoup refroidis, puisque autrement ils absorberaient de nouveau la lumière des couches inférieures?

Je dois aussi faire remarquer la circonstance assez singulière qu'on ne trouve ici figurée nulle part une raie brillante régulièrement courbée, mais toujours des raies élargies à droite et à gauche, ou des raies diffusées tout à fait irrégulièrement; ce sont seulement des raies d'absorption que les dessins nous montrent affectées, au milieu du spectre, d'une courbure régulière; les figures 77 de M. Roscoe et 162 de M. Schellen ne concordent guère avec les déplacements ou incurvations symétriques des fig. 76 de M. Roscoe et 161 de M. Schellen. Je m'étonne que cette différence n'ait jamais éveillé de doutes au sujet de la validité de l'explication.

En ce qui concerne l'incurvation ou le déplacement des raies dans l'étincelle électrique, je renvoie aux figures du Mémoire de M. Angström [1]), cité plus haut; elles nous apprennent ce que peut produire un déplacement latéral durable de la source ou de la matière lumineuse.

L'ouvrage que j'analyse [2]) présente à tort les résultats de M. Vogel, dont celui-ci déduit la rotation du Soleil, comme obtenus avec un spectroscope à réversion. M. Vogel dit bien qu'il a vu avec cet appareil le déplacement des raies, mais c'est avec son spectromètre ordinaire à vision directe qu'il l'a estimé; et lors de cette estimation, si je ne me trompe, l'influence de l'échauffement n'était pas directement empêchée.

L'ouvrage traite ensuite des spectres des taches [3]), et nous les montre, dans une couple de dessins, tels qu'ils ont été observés par M. Secchi

[1]) Poggend. *Annalen*, B. XCIV, pl. IV, fig. 3^a et 3^b; 1855.

[2]) l. c., p. 500.

[3]) l. c., p. 589.

et M. YOUNG; la fig. 167, de M. SECCHI, fait voir comment, au-dessus du noyau de la tache, quelques raies d'absorption étaient élargies à droite et à gauche; la fig. 170, empruntée à M. YOUNG, représente la même dilatation des raies obscures du sodium, ou raies D, avec un noyau brillant, noyau qui est attribué à des vapeurs incandescentes de sodium flottantes au-dessus de la tache. Si les noyaux des taches sont, spectroscopiquement parlant, des ponts obscurs, le spectre, que nous voyons devant la tache, doit bien être formé par de la lumière partie de droite et de gauche, d'en haut et d'en bas, et sortant du spectromètre dans la même direction que si elle venait de la tache; la dilatation de quelques raies d'absorption aux deux côtés n'aurait alors, comme je l'ai montré ci-dessus, rien d'extraordinaire; quant au noyau brillant des raies, il peut très bien provenir de vapeurs incandescentes de sodium, qui, elles, se trouveraient précisément au-dessus de la tache. Si cette explication est admissible ici, elle s'applique avec le même droit aux ponts brillants de M. VOGEL. La seconde figure diffère toutefois notablement de la représentation de M. VOGEL [1]), dont j'ai parlé ci-dessus, ainsi que du dessin de M. LOCKYER [2]), pris au-dessus et au voisinage d'une protubérance.

Pour ce dernier, il vaut donc mieux s'en tenir à l'explication qui s'offre le plus naturellement. L'hydrogène en voie de refroidissement, je me le figure s'écoulant du côté du rouge, où il finit par être suffisamment refroidi pour exercer de nouveau une action absorbante sur la lumière émise derrière lui. Par ce déplacement de la source d'où provient la raie d'absorption F, cette raie sera elle-même déplacée vers le rouge. La forme et la mobilité des protubérances rendent un pareil écoulement très admissible. Le dessin où M. LOCKYER représente des raies brillantes déplacées [3]) se concilie parfaitement avec cette manière de voir; ici, c'est l'hydrogène encore lumineux, là, l'hydrogène déjà absorbant qui s'est écoulé. Il me semble que cette explication n'a rien que de plausible [4]).

§ XIII.

55. Lorsque le mouvement de la source lumineuse et de l'atmosphère absorbante coïncide en direction avec la ligne visuelle, on peut encore,

[1]) *Beobachtungen zu* BOTHKAMP, p. 40.

[2]) SCHELLEN, fig. 158. ROSCOE, fig. 76.

[3]) ROSCOE, fig. 77.

[4]) Le grand ouvrage de M. LOCKYER, *Contributions to solar physics*, *London*, 1874, ne m'est arrivé qu'après la rédaction de mon mémoire; autrement j'aurais indiqué les dessins dans cet ouvrage même, où ils seront d'ailleurs facilement retrouvés.

à l'aide de certaines conditions et d'hypothèses singulières, se tirer d'affaire avec les raisonnements de DOPPLER et de ses successeurs. DOPPLER doit admettre, dans ce cas, que l'absorption est réglée par le nombre des poussées d'onde qui, en un temps déterminé, frappent la vapeur interposée; à cette condition, la lumière jaune, par exemple, émise à la surface du Soleil par la vapeur incandescente du sodium, continuera à être interceptée par la vapeur sodique plus froide placée sur son trajet. Quant à ceux qui croient la durée de vibration et la longueur d'onde changées par le mouvement de la source, ils sont obligés de faire absorber par l'atmosphère froide, à raison de son mouvement, une vibration d'une durée changée dans le même rapport, et de restituer pour ainsi dire à la vibration changée sa durée et sa longueur d'onde normales, avant de la transmettre à la vapeur froide. Comment ils justifient cette hypothèse, c'est affaire à eux; mais s'ils ne s'y résignent pas, et s'ils laissent la vapeur en mouvement absorber une vibration de la même longueur d'onde que dans l'état de repos, ils sont amenés nécessairement à cette conclusion étrange, que la vapeur refroidie du sodium, lorsqu'elle est en mouvement, livre passage à la lumière jaune de la vapeur sodique incandescente [1]).

Pour l'opinion que je soutiens, il est tout à fait indifférent que le mouvement de la source et de son atmosphère ait lieu dans telle ou telle direction par rapport à la ligne visuelle; car, dans toutes les directions autour de la source, on a, d'après cette opinion, la même période et la même longueur d'onde pour la vibration courante, et la même communication de celle-ci, peut-être sous forme de vibration fixe, à l'éther en repos relatif et de densité normale, qui est contenu dans la vapeur.

En adoptant au contraire les vues de M. VON ETTINGSHAUSEN et de M. PETZVAL, on est assailli de difficultés, ainsi que je l'ai déjà fait voir à l'art. 37, dès que, avec une source consistant simplement en un point abstrait animé de vibrations fixes, on veut tirer des impulsions différentielles une vibration courante convenablement raccourcie ou allongée, pour une direction autre que celle dans laquelle se meut la source. Si l'on veut maintenir la loi des cosinus, on ne peut laisser ces impulsions se composer en une vibration qu'à une distance infinie; c'est aussi seulement là que les surfaces de propagation des impulsions à combiner, si l'on peut encore parler de surfaces, deviennent strictement parallèles. A ces premières difficultés, pour les directions qui s'écartent de celle du mouvement, l'absorption vient en ajouter de nouvelles; non-seulement

[1]) Voyez, VELTMANN, *Astron. Nachr.*, B. LXXV, p. 155.

la source doit être supposée à une distance infinie, mais il faut maintenant faire entrer en ligne de compte, comme mesure de la longueur d'onde de la lumière absorbée, et les temps et les distances des surfaces des phases correspondantes.

Doppler lui-même, avec ses poussées d'onde, ne rencontre pas des embarras moindres, aussitôt qu'il s'éloigne de la direction du mouvement; j'y ai déjà fait allusion à l'art 6, en faisant remarquer qu'il ne raisonne que pour un rayon unique, et à l'art. 36 je suis entré à ce sujet dans plus de développements. L'absorption, dans la direction oblique, vient maintenant, pour lui aussi, aggraver la position; s'il veut étendre à l'atmosphère absorbante ses considérations sur la rapidité de succession des pulsations, il devra regarder le retard ou l'accélération comme ayant une valeur différente aussi pour chaque direction du rayon émané d'une source en repos; dans des directions différentes, la lumière sortira alors, après l'absorption, avec des couleurs différentes.

56. Il semblerait presque qu'on ait jusqu'ici évité à dessein de parler, soit de toutes ces directions autres que celles du mouvement, soit du phénomène de l'absorption. On glisse sur la question, en se bornant à dire: un simple examen apprend que les actions, que deux corps exercent l'un sur l'autre par des impulsions périodiques d'une vitesse finie de propagation, doivent être modifiées par un changement de la distance entre ces deux corps. Cette assertion est évidemment fondée sur la considération superficielle des phénomènes mécaniques complexes, qui se produisent lorsque les ondulations de l'eau ou les vibrations de l'air viennent frapper un corps placé sur leur trajet; mais quand il s'agit des vibrations élémentaires de la lumière dans l'éther indéfini, je ne vois pas bien ce que nous avons à faire avec une impulsion périodique d'une vitesse finie de propagation, ni ce que devient la théorie des surfaces d'ondes quand nous substituons aux vibrations des impulsions périodiques. On se trompe indubitablement si l'on croit avoir prouvé, de cette manière, que la direction du rayon réfracté est dépendante, suivant la loi voulue, du mouvement relatif de la source lumineuse et du prisme.

A la proposition énoncée j'oppose celle-ci: un examen attentif apprend 1° que dans un milieu élastique indéfini aucune impulsion ou choc moléculaire, aucune phase, ne peut être transmise comme telle, mais seulement comme partie intégrante d'une vibration moléculaire qui émane d'un point fixe, ou — ce qui se rapproche peut-être davantage de ce qu'on a en vue — comme poussée d'onde ou phénomène sommatoire des vibrations élémentaires de milliers de molécules; 2° qu'en supposant même que les impulsions différentielles, les phases, d'une source animée d'une

vibration fixe et d'un mouvement de translation, puissent cheminer isolément d'une façon stable, leur recombinaison en une vibration allongée ou raccourcie se heurte à des difficultés insurmontables aussitôt qu'on s'écarte tant soit peu de la direction du mouvement de la source; et 3° que l'absorption, par une atmosphère interposée, ajoute des difficultés encore plus graves à celles que cette théorie des pulsations rencontre déjà en elle-même.

Si je dois suivre le cours d'idées de Doppler et de ses partisans, au moindre écart entre le rayon visuel et la direction du mouvement, je ne sais plus ce que deviennent la durée de vibration et la surface d'onde de la vibration courante, qui déterminent la réfraction du rayon et la direction de l'objet. Je ne sais plus ce qu'absorbe une masse de vapeurs: des pulsations et déplacements instantanés ou élémentaires, ou bien une vibration que je ne puis laisser se former? Je ne sais pas davantage sur quoi porte la réfraction: sur ces vibrations courantes problématiques, accélérées ou retardées, des molécules de l'éther ou sur ces impulsions différentielles rapprochées ou écartées l'une de l'autre? S'il faut s'en tenir à ces dernières, il ne pourra encore être question d'un changement de la direction du rayon réfracté, aussi longtemps qu'on n'aura pas fourni la preuve mathématique que la rapidité de leur succession à la surface limite a justement l'influence voulue sur leur vitesse de propagation dans le prisme réfringent.

Non, dussé-je être seul de mon avis, je ne crois pas qu'on puisse passer si légèrement sur toutes les difficultés énumérées, pour donner d'un phénomène aisément explicable une interprétation arbitraire, ériger ensuite celle-ci en loi naturelle inattaquable, et finalement en déduire les conséquences les plus importantes concernant les mouvements des corps célestes.

57. Tout ce que je viens de dire au sujet de la communication et de la propagation des vibrations lumineuses s'applique aussi parfaitement aux vibrations du son. Ce ne sont pas des phases indépendantes qui se transmettent en vertu d'une force occulte; ce sont des vibrations, de durée inaltérée, qui se communiquent de molécule en molécule. Lorsque le rayon d'action directe de la matière vibrante ou des molécules de l'air a une valeur finie, — et que la source vibratoire primaire possède des dimensions sensibles, — cette communication et cette propagation ont très certainement lieu, en dépit du mouvement progressif de la source; mais on peut se figurer ce mouvement assez rapide pour qu'une pareille communication ne puisse plus s'effectuer. Je fais ici entièrement abstraction de la question de savoir si la trajectoire de la vibration transmise rentre en elle-même, ou bien si, par suite de l'entraînement

partiel de l'air, ses molécules décrivent des courbes plus ou moins analogues à celles qui ont été remarquées, pour les molécules de l'eau, par les frères WEBER [1]).

La théorie dite ennoblie, à laquelle s'en tenait M. VON ETTINGSHAUSEN, n'avait pu satisfaire M. PETZVAL, à cause qu'il n'y était pas tenu convenablement compte de l'entraînement du milieu ambiant par la source vibrante [2]). Moi, je rejette cette théorie pour une raison différente et qui touche plus au fond des choses, savoir: qu'une impulsion moléculaire, une phase isolée, ne saurait se propager sans se résoudre en vibrations. Je m'estimerais heureux si les considérations, que j'ai émises à ce sujet, pouvaient faire entrer le problème dans une phase nouvelle, qui aboutira, j'en ai la conviction, au triomphe définitif de la conservation de la durée de vibration.

58. Avant toute discussion ultérieure, je mets les partisans de la théorie de DOPPLER, n'importe sous laquelle de ses deux formes, en demeure de nous expliquer clairement, non-seulement pour le rayon lumineux dont la direction coïncide avec le mouvement de la source, mais pour toutes les directions quelconques, comment nous devons concevoir le phénomène de l'absorption, et comment la direction du rayon réfracté est changée par le mouvement de la source; pour cette dernière question, je les invite à traiter spécialement le cas où le prisme est placé très près de la source, qui sera, par exemple, une étincelle électrique. Lorsqu'ils auront satisfait à cette juste exigence, il restera encore à prouver qu'une impulsion isolée et indépendante peut se propager comme telle dans un milieu élastique indéfini, et à désigner les points de l'espace, d'où partent soit les impulsions périodiques, soit les vibrations courantes successives, qui parviennent à l'œil.

Pour la réfraction, je veux bien indiquer la voie aux partisans du changement de la durée de vibration. Prenant les impulsions différentielles, que la molécule lumineuse émet des divers points de son trajet, au moment où elles arrivent, en succession plus rapide, aux dernières molécules de l'éther libre, à celles qui joignent le prisme, ils devront les y réunir en un tout, en une vibration d'une durée modifiée. Ceci est de nouveau une conception empruntée à l'excitation de vibrations sonores fixes, dans un ensemble circonscrit, par des pulsations venant du dehors; mais cette conception, il ne faudra pas l'oublier, apporte avec elle ses conditions spéciales.

---

[1]) *Wellenlehre*, Leipzig, 1825, § 101, fig. 22.

[2]) Voir son second Mémoire, p. 582—583, et la fin de son troisième Mémoire.

A ceux qui s'appuieraient sur des considérations analytiques, je dirai d'avance que je ne suis pas disposé à identifier une impulsion avec une onde de petite longueur et sans dépression, ni à attacher à un certain état initial des conditions portant atteinte au caractère qu'on a commencé par lui attribuer. Finalement j'invite la partie adverse à ne pas perdre de vue qu'un amas de pierres, même précédé d'un signe d'intégration, n'est pas encore un édifice.

A la fin de l'art. 10, au lieu de „raccourcie, par le déplacement, la longueur d'onde," le lecteur est prié de lire, pour plus de clarté: „raccourcie, par le déplacement, la distance apparente de deux croupes successives."

Il n'est peut-être pas hors de propos d'avertir ici que le Mémoire qu'on vient de lire n'est pas une simple traduction de celui qui a paru il y a quelque temps dans les *Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen*. J'ai fait à mon travail des additions et des changements assez nombreux pour que sa forme présente puisse être considérée comme une édition nouvelle, revue et augmentée. Du consentement de la Direction des *Archives du Musée Teyler*, cette nouvelle rédaction paraîtra aussi, au lieu d'une traduction du Mémoire primitif, dans les *Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles.*

LE PTERODACTYLUS KOCHI WAGN.

DU

MUSÉE TEYLER,

PAR

T. C. WINKLER.

Parmi les acquisitions importantes que MM. les directeurs du Musée Teyler ont faites dans les derniers temps, — telles que le *Plesiosaurus dolichodeirus*, dont la description a été donnée plus tôt, un bel échantillon de *Pelagosaurus*, un poisson placoïde de la montagne St. Pierre près de Maestricht etc., — on doit compter un exemplaire très complet de ptérodactyle du calcaire lithographique de Bavière. Non-seulement cet objet se distingue de la plupart des autres exemplaires de ptérodactyle connus, par la bonne conservation de presque toutes les parties de son squelette, mais il se caractérise surtout par une particularité extrêmement remarquable, qu'on ne rencontre, je crois, chez aucun autre échantillon. L'objet mérite donc une description détaillée, et c'est cette description que j'offre aux paléontologistes.

Les restes osseux de notre échantillon se trouvent sur une plaque calcaire d'un grain assez fin, et en grande partie colorée en brun par du fer oxydé hydraté. Il paraît que l'eau, tenant cette substance en dissolution, a pénétré la couche limoneuse calcaire du fond de la mer jurassique, mais sur ce point nous reviendrons plus loin. La couleur des parties organisées diffère un peu de celle des parties pierreuses; elles sont plus ou moins violettes et en quelques endroits plus blanches que la masse qui les enveloppe.

Passons maintenant à la description du squelette. Elle est accompagnée d'une planche coloriée, qui présente le fossile en grandeur naturelle gisant

dans la pierre, et d'un dessin agrandi trois fois, sur lequel les différentes parties décrites sont en outre marquées par des lettres en italique, pour faciliter l'étude de l'objet.

La tête ressemble en général à celle du *Pterodactylus micronyx* de notre musée, dont j'ai fait la description en 1870 [1]). Elle a une longueur de 0,025 prise de la pointe de la mâchoire supérieure (*a*) jusqu'à la partie la plus proéminente de l'os occipital (*b*). La hauteur du crâne, prise de l'os frontal (*c*) jusqu'à l'extrémité postérieure ou au condyle articulaire de la mâchoire inférieure (*d*), est de 0,010. Les os de la tête ne diffèrent pas sensiblement de ceux des autres ptérodactyles connus. On ne trouve pas le petit tubercule ou renflement à l'extrémité antérieure de la mâchoire supérieure, dont j'ai parlé dans ma description du *Pterodactylus micronyx* de notre musée.

Dans la cavité orbitaire (*e*) on voit la plus grande partie de l'anneau osseux de l'œil. Ce cercle osseux présente plusieurs rainures transversales, qui semblent indiquer qu'il est composé de quelques osselets plats et à peu près quadrangulaires, soudés ensemble. Ces osselets donnent à l'anneau une apparence plus ou moins ondulée, surtout à son contour supérieur.

Comme dans notre *Pterodactylus micronyx*, on observe aussi dans l'exemplaire qui nous occupe une cavité (*f*) en avant de l'orbite, entre cette orbite et la cavité nasale (*g*). Cette dernière cavité, formée en arrière par l'os qu'on peut comparer à l'os frontal antérieur des oiseaux, en avant et en bas par l'os maxillaire supérieur, et en haut par l'os intermaxillaire, est d'une forme triangulaire.

La branche gauche de la mâchoire inférieure se trouve à la place qu'elle a dû occuper pendant la vie de l'animal. Par conséquent il est impossible de voir si cet os était pourvu d'un processus coronaire, semblable à celui que j'ai rencontré dans notre *Pterodactylus micronyx*. Toutefois, le condyle articulaire est assez visible (*d*).

Les dents, coniques et petites, s'étendent jusqu'à la pointe des mâchoires, et même deux ou trois dents se dirigent en avant et dépassent cette extrémité. Il ne m'est pas possible de décider si cette disposition est naturelle, ou bien si quelques dents ont été déviées en avant, lors de la décomposition de l'animal, par la pression des matières limoneuses qui l'ont enseveli. Je compte 10 ou 12 dents dans les deux mâchoires.

L'os hyoïde paraît être perdu; du moins je n'ai pu le découvrir.

Le cou (*h*) est courbé et semble être composé de sept vertèbres;

---

[1]) Voyez *Archives du Musée Teyler*, T. III.

mais je ne saurais assurer que ce nombre soit exact, vu l'état mutilé et déprimé de ces os.

De même que les vertèbres du cou, celles du dos (*i*) sont à peine reconnaissables: elles sont devenues des masses confuses, parsemées de petites accumulations de chaux spathique.

La queue très courte (*k*) paraît être formée de 4 ou 5 petites vertèbres.

Des restes des os du bassin (*l*) se voient le long de la partie postérieure de la colonne vertébrale.

De vraies côtes (*m*) se montrent au nombre de 9: elles sont assez robustes et peu courbées. Les côtes abdominales (*n*), longues, minces et courbées, sont faciles à observer.

Les deux os marqués (*o*, *o*), longs de 0,005, sont certainement les coracoïdiens des deux côtés, tandis que l'os plus long, enciforme et élargi à l'extrémité postérieure, (*p*), me semble être l'omoplate du côté gauche. La longueur de cet os est de 0,008.

A l'exception des deux humérus, dont on ne voit point de trace, les os des extrémités antérieures se sont conservés presque entièrement, et par conséquent ils se distinguent facilement, quoiqu'ils soient plus ou moins déplacés, surtout ceux du bras droit. Les os de l'avant bras (*q*, *q*) sont des os robustes, élargis aux deux bouts articulaires. Le radius et le cubitus du côté gauche sont placés de manière que leurs bouts supérieurs reposent sur les mêmes parties des os du côté droit. Ces deux os, le radius et le cubitus, sont appliqués si étroitement l'un à l'autre, qu'on pourrait croire qu'ils étaient soudés ensemble. La longueur de ces os est de 0,017. Ils paraissent avoir été creux, comme la plupart des os longs des autres ptérodactyles connus et des oiseaux.

A l'extrémité carpienne des os de l'avant-bras droit, on observe un de ces petits os dont j'ai traité avec détail dans ma description du *Pterodactylus micronyx* de notre musée [1]). J'ai dit alors que des paléontologistes allemands ont donné le nom de *Spannknochen* à cet osselet, qu'ils prétendent avoir servi à étendre la membrane, à l'aide de laquelle le ptérodactyle pouvait modérer sa descente dans l'air. J'ai aussi cherché à prouver que cette opinion est erronée, et qu'on doit envisager cet osselet comme un tendon ossifié. Je dois renvoyer à ce travail le lecteur désireux de connaître les raisons qui m'ont porté à rejeter l'opinion de Hermann von Meyer, de Wagner et de Burmeister, et à donner mon adhésion aux idées de Quenstedt, en ce qui a rapport à ces curieux osselets des ptérodactyles.

[1]) Voyez *Archives du Musée Teyler*, T. III.

Dans la figure agrandie, le tendon ossifié est marqué *r*: il a une longueur de 0,004.

Je ne trouve point de trace des os carpiens.

Les os métacarpiens (*s*, *s*) méritent notre attention, car ils servent à distinguer entre elles les différentes espèces de ptérodactyles. On sait que dans les ptérodactyles véritables on rencontre quatre de ces os, dont trois sont très minces, tandis que le quatrième, celui qui porte le doigt allongé, est gros et fort. Dans notre exemplaire ces quatre os forment un amas confus, de manière à se présenter comme un seul os divisé longitudinalement par des rainures. La longueur de ces os est de 0,010; ils diffèrent par conséquent en longueur des os de l'avant-bras, étant plus courts de 0,007.

Les doigts des deux mains sont restés en partie. De la main gauche on voit deux doigts courts, composés de quatre phalanges, y compris la phalange unguéale, et le doigt long avec ses quatre phalanges longues et robustes. De la main droite se voient trois doigts courts, et le long doigt en entier. J'ai marqué les doigts courts par *t*, *t*, et les doigts longs par *u*, *u*. La longueur de la première phalange du doigt long est de 0,016, de la deuxième phalange de 0,014, de la troisième de 0,015, et de la quatrième de 0,010. Cette dernière est effilée ou terminée en pointe aiguë. La longueur totale de ce doigt est donc de 0,055.

Les deux fémurs (*v*, *v*) sont conservés, et se voient couchés en travers l'un de l'autre. L'extrémité supérieure est renflée, et nous montre le condyle articulaire ainsi qu'une tubérosité qu'on peut envisager comme le trochanter. La longueur du fémur est de 0,010.

Les troisièmes phalanges des doigts longs des deux mains s'entrecroisent et séparent les deux fémurs des tibias (*x*, *x*). Le tibia est un os long, creux et droit, dont les deux extrémités dépassent en largeur le corps de l'os. Sa longueur est de 0,015. Un péroné ne semble pas exister.

Les osselets du tarse manquent totalement. Les métatarsiens, au nombre de quatre dans chaque pied, (*y*, *y*), sont très longs (0,006). Tous sont d'égale longueur, et en cela diffèrent considérablement des mêmes os du *Pterodactylus micronyx*. En outre on ne voit ici point de trace du petit moignon, le *Stümmel* de Hermann von Meyer, qu'on observe dans l'espèce qui vient d'être nommée.

Les phalanges des pieds (*z*, *z*) sont de petits os longs, à corps mince, aux extrémités élargies. Leur conservation laisse à désirer.

La description qu'on vient de lire, si courte qu'elle soit, est pourtant assez détaillée pour prouver que son objet est un des ptérodactyles les plus beaux qu'on ait trouvés jusqu'ici dans le sol jurassique de la Bavière. Il s'agit maintenant de voir si nous possédons dans ce fossile le représentant d'une espèce nouvelle, ou bien s'il doit être rapporté à une espèce déjà décrite.

D'abord, nul ne saurait douter qu'il soit un ptérodactyle et non un rhamphorhynque. Les dents coniques aux deux mâchoires, s'étendant jusque vers l'extrémité des os maxillaires, l'absence d'un bec corné ou d'une partie de l'os de la mâchoire supérieure dépourvue de dents, et la queue petite et faible, composée d'un nombre restreint de vertèbres, prouvent assez que notre exemplaire est un vrai ptérodactyle. Les quatre doigts aux pieds postérieurs démontrent qu'il est un ptérodactyle et non un *Macrotrachelus* à cinq doigts et à $^{11}/_{17}$ dents, ni un *Brachytrachelus* à cinq doigts et à $^{11}/_{5}$ dents.

Pour déterminer l'espèce de notre échantillon, il est nécessaire de le confronter avec les ptérodactyles décrits jusqu'ici. Il y a quatre espèces qui ont une ressemblance assez grande avec notre individu: ce sont le *Pt. micronyx* von Meyer, le *Pt. spectabilis* von Meyer, le *Pt. Meyeri* Münst, le *Pt. Kochi* And. Wagner.

1. Le *Pt. micronyx*, connu à présent par quatre exemplaires — dont un dans la collection de Pesth, un qui a été en possession de Redtenbacher, un décrit par Hermann von Meyer dans le Tom. X, p. 47, du *Paleontographica*, et l'exemplaire du musée Teyler — possède un métacarpe qui égale en longueur les os de l'avant bras, et des os métatarsiens très petits, dont le premier est plus long que les trois autres, surtout que le quatrième. Nous venons de voir que le fossile qui nous occupe, possède des os métacarpiens plus courts que ceux de l'avant-bras, et que ses os métatarsiens paraissent être tous de même longueur et de même grosseur: notre individu ne saurait donc être rapporté à l'espèce qui porte le nom de micronyx.

2. Le *Pt. spectabilis*, espèce représentée jusqu'ici par le seul exemplaire décrit par Hermann von Meyer dans le Tom. X, p. 1, du *Palaeontographica*, et dont l'original se trouve aujourd'hui dans le musée Teyler, est pourvu d'un avant-bras d'une longueur de 0,019, tandis que le métacarpe a une longueur de 0,014. Dans notre exemplaire ces deux os ont une longueur de 0,017 et de 0,010, et par conséquent la différence est, surtout proportionnellement, beaucoup plus grande. Cette différence et quelques autres, telles que la longueur de la tête, montrent assez que notre individu n'est pas un *Pt. spectabilis*.

3. Le *Pt. Meyeri* a une tête très courte, et un cou en proportion très fort; son avant-bras et son métacarpe sont d'égale longueur; il diffère en tous ces points de l'exemplaire qui nous occupe ici.

4. Le *Pt. Kochi* possède une orbite proportionnellement petite, avec un cercle osseux composé de plaques lisses. La dentition s'étend dans la partie postérieure du crâne. Le cou est court en proportion du tronc, le métacarpe et la quatrième phalange du doigt long sont d'égale longueur, l'avant-bras est plus long que le tibia. Nous retrouvons tous ces caractères et quelques autres dans notre exemplaire; nul doute qu'il doive être rapporté à l'espèce qui porte le nom de *Pt. Kochi*. Pour mettre cette conclusion en complète évidence, il sera nécessaire de parcourir la description du *Pt. Kochi* qu'on trouve dans le bel ouvrage de feu Hermann von Meyer, *Zur Fauna der Vorwelt*, *Reptilien aus dem lithografischen Schiefer des Jura.*

L'institution de cette espèce est fondée sur un fossile trouvé à Kelheim et qui était devenu la propriété de Koch, à Ratisbonne. Wagler, qui a choisi le nom de l'espèce, était occupé à en faire la description, quand il mourut inopinément. L'exemplaire fut alors confié à Wagner, qui l'a décrit dans les *Abhandl. d. Math. phys. Klasse d. Bayer'schen Akad.* T. 11 (1831—1836), p. 163. Cet exemplaire paraît être perdu. En 1856, Oberndorfer trouva, dans les rebuts d'une carrière de calcaire lithographique, une plaque pierreuse qui contenait la contre-empreinte du fossile perdu: il l'envoya à Hermann von Meyer.

En 1853, ce dernier savant reçut de M. Winkler, à Anspach, un exemplaire de *Pt. Kochi* qu'on venait de trouver à Eichstätt. Un troisième exemplaire fait partie de la collection de Munich, et un quatrième est dans la possession de M. Schwarz à Solenhofen. On connaît donc jusqu'à présent quatre échantillons, sans compter celui qui fait l'objet de cette Notice.

Le crâne de l'exemplaire typique a dû avoir une longueur de 0,081. L'orbite est en avant plus haute qu'en arrière; elle est munie d'un anneau osseux, composé de petites plaques minces et lisses, qui se couvrent partiellement de manière à donner à cet anneau une apparence ondulée. Dans chacune des deux mâchoires on compte 10 dents coniques, à couronne lisse.

Le cou est composé de 7 vertèbres. Les côtes sont assez larges; les côtes abdominales, au nombre de 9, sont faciles à reconnaître.

L'omoplate a la forme d'un os plat et large, et l'os coracoïdien est plus large au bout supérieur qu'au bout inférieur, qui se termine en pointe.

L'humérus ne nous intéresse pas ici, parce que cet os ne se trouve pas dans l'exemplaire de notre musée.

L'avant-bras a une longueur de 0,043, le *Spannknochen* ou l'os tenseur (le tendon ossifié?) de 0,0225. Le métacarpe, composé de quatre os longs, a, d'après Wagner, 0,0295. Les doigts de la main, au nombre de quatre, se composent de 2, 3, 4 phalanges pour les trois petits doigts, et de 4 phalanges pour le doigt long.

Le fémur se caractérise par sa tête articulaire sur un cou rétréci, et par son trochanter.

Le tibia a une longueur de 0,0405.

Les quatre os métatarsiens ont une longueur de 0,016.

En comparant maintenant ce résumé avec notre description, et en confrontant les mesures des différents os, surtout les nombres relatifs des avant-bras, des métacarpiens, des deuxièmes phalanges du doigt long, et des tibias, personne ne doutera que notre exemplaire doive être considéré comme un membre de l'espèce *Pt. Kochi* Wagn. J'ai dit les nombres *relatifs* des os, et pour cause. On aura vu, en effet, que toutes les parties de notre échantillon sont plus petites que celles de l'exemplaire type, que tous les os sont plus courts et plus minces. Cette différence trouve son explication dans la circonstance que notre individu est sans doute un individu jeune, tandis que les exemplaires déjà décrits sont des animaux plus âgés ou dans l'état adulte.

Maintenant que notre exemplaire est déterminé, nous devons passer à l'examen d'une particularité, à laquelle j'ai déjà fait allusion au commencement de mon article. J'ai dit alors que nous reviendrions sur ce point.

La pierre calcaire qui contient les restes organisés de notre *Pt. Kochi* est en partie colorée en brun par du fer oxydé hydraté. En regardant la planche coloriée, on verra que cette substance paraît avoir pénétré sous forme de solution aqueuse dans la masse pierreuse, probablement pendant que cette masse se trouvait encore à l'état de limon calcaire non durci. La solution colorante a imprégné la masse de manière à y produire une teinte uniforme ou partout à peu près également foncée, sauf aux endroits où elle a rencontré des obstacles. Dans ces endroits elle s'est déposée en plus grande quantité, comme si elle avait eu besoin de quelque temps pour vaincre cette résistance, et pour pouvoir pénétrer plus loin. Voilà pourquoi l'on voit aux os des bords plus foncés que le reste, surtout à ceux du cou et des extrémités. Mais on n'observe pas seulement ces parties plus brunes là où les ossements ont formé un obstacle; on en trouve aussi quelques-unes entre les os

des extrémités antérieures, dans des points où l'on ne saurait reconnaître à présent la moindre cause d'empêchement à la diffusion d'une matière colorante. Comment expliquer cette particularité? Je crois qu'en ces points un obstacle existait au moment de la déposition de la matière colorante, mais que plus tard il a disparu, laissant les preuves de son existence dans les bandes brunes. Et quel obstacle, quel corps assez dense pour retenir quelque temps la solution colorée, quel corps d'une conservation à peu près éphémère, a pu se trouver entre les angles formés par les os des bras et de la main?

Une membrane pliée!

Tout le monde, en examinant l'individu lui-même ou bien notre dessin colorié, conviendra que l'existence des bandes brunes à ces endroits s'explique parfaitement, en supposant que les plis d'une membrane ont arrêté quelque temps la matière colorante, et que plus tard cette membrane a été détruite par la putréfaction ou d'une manière quelconque.

Et s'il en est ainsi, notre exemplaire est assurément un des plus curieux qu'on connaisse jusqu'à présent. Pour le démontrer, on me permettra de donner un court aperçu des opinions des savants au sujet de l'existence d'une membrane entre les bras et le bassin des ptérodactyles.

Collini, le premier qui ait vu et étudié un ptérodactyle, ne parle pas d'une membrane ou de quelque autre organe pour le vol.

Blumenbach présumait que le ptérodactyle pouvait voler: il le considéra d'abord comme un oiseau aquatique, et plus tard comme une chauve-souris, un vampire, ou un animal semblable au chien volant des Indes.

Cuvier déclara que le ptérodactyle est un reptile. Il pensait que le doigt long du ptérodactyle avait dû soutenir une membrane, avec laquelle l'animal pouvait voler, comme le dragon de nos jours.

Soemmering, au contraire, voyait dans le ptérodactyle un mammifère volant.

Oken commença par dire que le ptérodactyle avait son analogue dans le Pteromys, mais plus tard il fût convaincu que cet animal devait être rangé parmi les reptiles, surtout à cause de l'os quadratum styliforme.

Wagler ne parle pas de la membrane; il dit que le ptérodactyle nageait dans l'eau, et que ses longs bras lui servaient comme d'avirons.

Goldfuss regardait le ptérodactyle comme intermédiaire entre les reptiles et les oiseaux; il pouvait voler ou plutôt planer au-dessus des eaux. Il parle des plis de la membrane, qu'il aurait observés dans l'exemplaire de *Pt. crassirostris* qu'il a décrit dans les *N. Acta Leopold.*

T. XV, 1re partie, et même il croit avoir vu que cette membrane était garnie de poil. Hermann von Meyer, qui a étudié plus tard le même individu, dit néanmoins qu'il n'a pu trouver les preuves de ce que Goldfuss avance.

D'après Wagner, on ne saurait douter que le développement extraordinaire de la main, accusé par le long métacarpe et surtout par la longueur énorme du petit doigt, prouve que cet organe a été l'instrument principal de la locomotion, et d'une locomotion aérienne, comme celle des chauves-souris et des oiseaux. Le long doigt servait à la tension ou expansion de la membrane.

Enfin Pictet parle de la membrane du ptérodactyle comme d'une chose démontrée. Il dit entre autres: les ptérodactyles présentent le fait remarquable d'avoir eu de véritables ailes pour voler. Ils ont en outre l'intérêt de présenter une forme d'aile tout à fait nouvelle: un seul doigt prend de très grandes dimensions en longueur, et les autres restent courts et normaux.

Des citations qui précèdent, il résulte qu'on est aujourd'hui généralement d'accord sur l'existence d'une membrane dans les ptérodactyliens. Seulement, personne n'en a jamais vu un reste: ce n'est qu'en raisonnant et en comparant les faits et les circonstances diverses, qu'on est arrivé à l'idée d'une membrane. Et nul ne s'étonnera qu'on ne trouve pas de débris d'un organe très mince et périssable, alors que même des parties dures, telles que les os, ne se sont pas conservées intactes dans la couche calcaire. Il y a donc lieu de se réjouir extrêmement quand le hasard veut qu'on rencontre des vestiges de l'existence d'une membrane, vestiges faibles, il est vrai, mais suffisants en tout cas pour nous guider dans nos recherches. Le seul échantillon qui jusqu'ici présentât quelque chose qu'on pouvait envisager comme indiquant la membrane du ptérodactyle, est une plaque calcaire avec son empreinte, qui a été décrite par Hermann von Meyer sous le nom de *Pt. crassipes* [1]), et qui se trouve aujourd'hui au musée Teyler. Ce savant dit: An keinem Pterodactylus habe ich die Erscheinung, die man den Falten der Flughaut beizulegen geneigt ist, deutlicher wahrgenommen, als an diesem. Allein selbst hier kann ich sie nicht für das halten, wofür man sie gern ausgeben möchte, weil sie, abgesehen davon, dass der Flugfinger sich nicht in der Nähe vorfindet, für Hautfalten, zumal in gepresstem Zustande, nicht scharf und bestimmt genug ausgedrückt sich darstellen. Diese Erscheinung wird daher nur in den Unebenheiten des Bodens

---

[1]) Voyez: *Zur Fauna d. Vorwelt*, *Lithogr. Schiefer*, p. 64, pl. III fig. 3.

und den Bewegungen des Wassers, woraus sich das Gebilde absetzte, ihren Grund haben.

Avec tout le respect dû à la mémoire de l'éminent paléontologiste que je viens de nommer, on me permettra de faire les remarques suivantes.

La circonstance qu'on ne trouve pas sur la pierre le grand doigt, peut s'expliquer facilement en supposant que ce doigt a été perdu avant que la couche de limon calcaire prît l'empreinte des plis de la membrane.

A l'objection que les empreintes des plis n'ont pas le degré de netteté qu'elles devraient présenter si elles étaient causées par une membrane plissée et pressée par les matières environnantes, on pourrait répondre qu'il n'est nullement certain que ces matières aient dû presser la membrane. Au contraire, on pourrait supposer que la membrane pliée a été posée sur une couche limoneuse; que ce limon s'est accumulé à l'état à peu près liquide contre les plis; qu'ensuite il s'est durci, gardant les empreintes de la membrane, et que plus tard cette couche durcie a été couverte d'une nouvelle couche limoneuse, qui, devenue pierreuse à son tour, présente en relief les creux de la couche primitive et en creux les rides ou élévations de celle-ci.

Dans cette hypothèse, il n'y aurait pas eu de pression capable de produire des plis bien tranchés; les surfaces arrondies des empreintes seraient suffisamment expliquées. Et s'il est ainsi, les élévations et les creux de notre plaque calcaire, disposés à la façon des plis d'une membrane mince, ne sauraient être envisagés que comme les vestiges véritables d'une pareille membrane.

D'après ce que je viens de dire, on voit que le musée Teyler se distingue aujourd'hui non-seulement par la possession du célèbre échantillon de *Pt. crassipes*, mais encore par la présence du seul exemplaire jusqu'à présent connu, notre *Pt. Kochi*, où l'on trouve des traces indubitables de la membrane qui, chez ces animaux, se continuait depuis l'épaule jusqu'au bassin et s'étendait au moyen d'un doigt long et frêle.

J'avais terminé l'aperçu qu'on vient de lire, quand les journaux parlèrent d'un nouvel exemplaire de Rhamphorhynchus, trouvé à Eichstätt et acheté pour la collection de Yale College, Massachusetts, Amérique. Mon ami M. F. Spaeth, à Schernfeld, a eu l'obligeance extrême de m'envoyer un moule de ce remarquable échantillon. En voyant ce moule, on ne peut guère douter que l'original

possède non-seulement les membranes en entier, mais aussi une queue terminée par une espèce de pavillon membraneux. J'attends avec impatience la description de ce curieux objet. Si l'existence d'un pavillon membraneux au bout de la queue est démontrée, j'aurai probablement plus tard le plaisir de causer une surprise aux paléontologistes, en donnant la description d'une empreinte très extraordinaire, sur une pierre de Solenhofen, qui se trouve au musée Teyler: c'est une empreinte qui a tout à fait l'air d'être due au mouvement de va-et-vient d'une queue traînante, terminée par une membrane, sur une couche de limon calcaire semi-liquide. Mais, auparavant, je dois connaître l'opinion des savants au sujet du nouveau Rhamphorhynchus de Yale College.

Errata.

A la page 253 on avait oublié aux dénominateurs des expressions de A^2 et B^2, dans le deuxième terme, le facteur *cos u*, ce qui avait rendu possible la réduction de ces expressions, telle qu'on la trouve à la page suivante. En introduisant ce facteur, on a:

$$A^2 = \frac{a^2\, b^2 \sin^2 u}{a^2 \sin^2 \Phi + ab \sin 2\Phi \cos u + b^2 \cos^2 \Phi}$$

$$\text{et } B^2 = \frac{a^2\, b^2 \sin^2 u}{a^2 \cos^2 \Phi - ab \sin 2\Phi \cos u + b^2 \sin^2 \Phi};$$

qui donnent, en prenant $a = \cos\alpha$ et $b = \sin\alpha$, après réduction:

$$A^2 = \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\sin^2\alpha + (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) \sin^2\Phi + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\Phi \cos u}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\sin^2\alpha + \frac{1}{2}(1 - \cos 2\Phi) \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\Phi \cos u}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{1 - \cos 2\alpha \cos 2\Phi + \sin 2\alpha \sin 2\Phi \cos u};$$

$$\text{et } B^2 = \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\sin^2\alpha + (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) \cos^2\Phi - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin^2\Phi \cos u}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\sin^2\alpha + \frac{1}{2}(1 + \cos 2\Phi) \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\Phi \cos u}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{1 + \cos 2\alpha \cos 2\Phi - \sin 2\alpha \sin 2\Phi \cos u}.$$

CINQUIÈME SUPPLÉMENT

AU

CATALOGUE

DE LA

BIBLIOTHÈQUE,

PAR

C. EKAMA,
Bibliothécaire.

PARS PRIMA.

ANATOMIA, PHYSIOLOGIA, ETC. Pag. 1 du Catalogue.

195. Dr. C. GEGENBAUR, Untersuchungen zur vergleichenden Anatomie der Wirbelthiere. Leipzig 1864—1872. 4°.

PARS SECUNDA.

LIBRI DE HISTORIA NATURALI.

Sectio I.

Libri de hist. nat. universa. Pag. 15 et 186.

14*l*. CH. DARWIN, The expression of the emotions in man and animals. London 1872. 8°.
14*m*. C. R. BREE, The fallacies of Darwinism. London 1872. 8°.

Sectio II.

LIBRI ZOOLOGICI.

A. De zoologia universa. Pag. 18 et 187.

65. Dr. BERNARD ALTUM, Forstzoologie; I Saügethiere, II Vögel, III Insekten. 3 vol. Berlin 1873. 8°.

B. Animalia vertebrata.

1. HOMO. Pag. 21 et 187.

66. EDWARD TUITE DALTON, Descriptive Ethnology. Calcutta 1872. fol.

67. A. de Quatrefages et Ernest T. Hamy, Crania ethnica, les Cranes des races humaines. Paris et Londres 1873. 4°.

---

3. AVES. Pag. 26 et 189.

---

83. Spencer F. Baird, John Cassin and George N. Lawrence, The Birds of North-America. Philadelphia 1870. 4°. With an atlas.
84. Rev. J. J. Halley, A monograph of the Psittacidae, or Parrot family of Australia. London 1871. 4°.
85. Dr. C. G. Giebel, Thesaurus Ornithologiae. Leipzig 1872. 8°.
86. D. G. Elliot, A monograph of the Phasianidae. 1872. fol.
87. - - - - - - A monograph of the Paradiseidae. 1873. fol.
88. C. J. Maynard, The Birds of Florida. Ipswich 1873. 4°.

C. Animalia articulata.

2. ARACHNOIDEA. Pag. 35 et 190.

---

17. Dr. L. Koch, Die Arachniden Australiens. Nürnberg 1871. 4°.

---

3. INSECTA. Pag. 36 et 191.

---

114. F. O. Morris, British Moths. London 1871. 4 vol. 8°.
115. C. G. Thomson, Hymenoptera Scandinaviae. Lundae 1871. 8°.
116. Dr. G. Seidlitz, Fauna baltica. Dorpat 1872. 8°.
117. C. Ward, F. L. S., African Lepidoptera. London. 4°.

D. Mollusca. Pag. 43 et 191.

41*a*. Amos Binney, The terrestrial air-breathing Mollusks of the United States. Edited by A. Gould. Boston 1851. With the supplement. 4 vol. 8°.

53*a*. Dr. Ed. Römer, Monographie der Molluskengattung Dosinia, Scopoli, (Artemis, Poli). Cassel 1862. 4°.
53*b*. — — — Monographie der Molluskengattung Venus. Cassel 1864. 4°.
60. G. Krefft, The snakes of Australia. Sydney 1869. 4°.
61. George W. Tryon, Jr., American marine Conchology. Philadelphia 1874. 8°.

E. Radiata. Pag. 46 et 191.

---

35. E. Haeckel, Die Kalkschwämme. Berlin 1872. 8°. 2 vol. mit Atlas.

Sectio III.

LIBRI BOTANICI.

A. Libri de phytographia universali, etc. Pag. 48 et 192.

38*a*. J. L. M. Poiret, Histoire philosophique, littéraire, économique des plantes de l'Europe. Paris 1825. 8°.
50*a*. J. E. Wikstrom, Conspectus literaturae botanicae in Suecia. Holm 1831. 8°.
63*b*. Prof. Alex. Reijer, Leben und Wirken des Naturhistorikers Dr. Franz Unger. Gräz 1871. 8°.
68*a*. Jos. Paxton, Botanical dictionary. London 1871. 8°.
76*a*. G. A. Pritzel, Thesaurus literaturae botanicae. Lipsiae 1872. 4°.
114. L. Pfeiffer, Nomenclator botanicus. Cassel 1871. 8°.
115. Dr. Wilhelm Ulrich, Internationales Wörterbuch der Pflanzennamen. Leipzig 1871. 8°.

B. Plantae phanerogamicae. Pag. 53 et 192.

2*a*. Rembert Dodoeus, Cruydeboeck. 't Antwerpen 1554. fol.
11*a*. J. H. Ursini, Arboretum biblicum. Norimb. 1673. 12°.
32*a*. Olavi Celsii, Hierobotanicon sive de plantis sacrae scripturae. Amstelodami 1748. 2 vol. 8°.

49a. Dr. Johannes Fr. K. Gistel, Carolus Linnaeus. Frankf. 1873. 8°.
238b. M. de Candolle, Flore Française. Paris 1815. 6 vol. 8°.
323c. R. Wight, Spicilegium Neilgherrense. Madras 1851. 2 vol. 4°.
355b. J. J. F. H. T. Merkus Doornik, Hortus Spaarn-bergensis. Catalogus alter. Amstelaedami 1849. 8°.
383a. W. J. Hooker, Niger flora. London 1849. 8°.
415b. A. Mas, Pomologie générale. Bourg et Paris 1872. gr. 8°.
417a. Berthold Seeman, Flora Vitiensis. London 1865—73. 4°.
429a. J. Traherne Moggridge, Contributions to the Flora of Mentone. London 1866. 8°.
429b. ——————— Contributions to the Flora of Mentone and to a winter Flora of the Riviera. London 1868. 8°.
429c. Ric. Th. Lowe, A manual flora of Madeira and the adjacent islands of Porto Santo and the Desertas. London 1868. 8°.
446. Karl Koch, Dendrologie. Erlangen 1869. 8°.
447. Dr. Eduard Strasburger, Die Befrüchtung bei den Coniferen. Jena 1869. 4°.
448. ——————— Die Coniferen und die Gnetaceen. Mit einem Atlas. Jena 1872. gr. 8°.
449. ——————— Ueber Azolla. Jena 1873. 8°.
450. A. Grisebach, Die Vegetation der Erde. Leipzig 1872. 8°.
451. J. D. Hooker, The flora of British India. London 1872. 8°.
452. C. de Kirwan, Flore forestière. Paris 1872. gr. fol.
453. J. H. Krelage, De tuinbouw-illustratie. Haarlem 1872. 8°.
454. Album van Eeden, Haarlem 1872. 4°.
455. Dr. H. Christ, Die Rosen der Schweiz. Basel, Genf, Lyon 1873. 8°.
456. W. F. R. Suringar, Musée botanique de Leyde. Leiden 1873. 4°.
457. J. C. Loudon, An encyclopaedia of trees and shrubs of Great Britain. London 1873. 8°.

C. Plantae cryptogamicae. Pag. 73 et 193.

---

133. M. C. Cooke, Handbook of British fungi. London and New-York 1871. 2 vol. 8°.
134. A. von Krempelhuber, Geschichte und Literatur der Lichenologie. München 1872. 3 vol. 8°.
135. Otto Weberbauer, Die Pilze Nord-Deutschlands. Breslau 1873. fol. obl.

Sectio IV.

LIBRI MINERALOGICI ET PALAEONTOLOGICI.

B. Libri geologici. Pag. 82 et 193.

140*a*. G. Bischoff, Lehrbuch der chemischen und physicalischen Geologie. Supplementband. Bonn 1871. 8°.

C. Libri palaeontologici. Pag. 91 et 193.

131*a*. L. de Koninck, Recherches sur les animaux fossiles. Liège 1847. 4°.

137*a*. Dr. E. d'Alton und Dr. H. Burmeister, Der fossile Gavial von Boll. Mit zwölf Tafeln. Halle 1854. fol.

154*a*. F. A. Quenstedt, Petrefactenkunde Deutschlands. Leipzig 1846—1871. 3 vol mit Atlas. 8°.

181*a*. Jhr. J. T. van Binckhorst van den Binckhorst, Monographie des Gasteropodes et des Céphalopodes de la craie supérieure du Limbourg. Bruxelles—Leipzig 1873. 4°.

185*a*. Sedgwick and Frederic Mc. Coy, British Palaeozoic Rocks and fossils. Cambridge 1854. 4°.

218. Dr. Anton Fritsch, Cephalopoden der böhmischen Kreideformation. Prag 1872. 4°.

219. Luigi Bellardi, J. Molluschi dei terreni terziari del Piemonte e della Liguria. Roma, Torino, Firenze 1873. 4°.

PARS TERTIA.

LIBRI GEOGRAPHICI ET ITINERARIA.

Sectio II.

ITINERARIA.

A. Itineraria in regiones Europaeas. Pag. 107.

46. CONSTANTIN ICONOMOS, Etude sur Smirne; traduit par Bonaventure F. Slaars. Smyrne 1868. 8°.

B. Itineraria in regiones Asiaticas. Pag. 110 et 194.

86. FRANCIS GARNIER, Voyage d'exploration en Indo-Chine. Paris 1873. 4°. 2 vol. avec un atlas.
87. Dr. C. LEEMANS, Bôrô-Boedoor. Leiden 1873. 8°. Met atlas in folio.
88. F. JAGOR, Reisen in den Philippinen. Berlin 1873. 8°.
89. M. LE DUC DE LUYNES, Voyage d'exploration à la Mer morte, à Petra, et sur la rive gauche du Jourdain. Paris 1874. 4°.

C. Itineraria in varias regiones Africae. Pag. 114 et 195.

36*a*. Voyage en Abyssinie exécuté pendant les années 1839—43. Paris· 6 vol. 8°. avec un atlas.
58*a*. HENRY M. STANLEY, How I found Livingstone; travels, adventures and discoveries in Central-Africa. London 1872. 8°.
72. Dr. GUSTAV FRITSCH, Die Eingeborenen Süd-Afrika's. Breslau 1872. 8°. mit Atlas.

D. Itineraria in Americam.

1. IN REGIONES ARCTICAS. Pag. 117.

21. KARL KOLDEWEY, Die zweite deutsche Nordpolarfahrt in den Jahren 1869 und 1870. Leipzig 1873. 8°.

2. IN AMERICAM BOREALEM ET CENTRALEM. Pag. 119.

23. MILNE EDWARDS, Mission scientifique au Mexique et dans l'Amérique centrale. Paris 1870. 4°.

E. Itineraria in Australiam et circa orbem terrarum. Pag. 123 et 195.

25*a*. Voyage de DENTRECASTEAUX, envoyé à la recherche DE LA PÉROUSE. Paris 1808. 4°. 2 vol. avec àtlas.

PARS QUARTA.

ACTA ACADEMIARUM ET SOCIETATUM.

Sectio I.

ACTA ACADEMIARUM ET SOCIETATUM.

A. Galliae. Pag. 127 et 195.

36. Annales de la Société d'horticulture de Paris. Paris 1827—53. 44 vol. 8°.
36*a*. Annales de la Société impériale d'horticulture de Paris. Paris 1854. Vol. 45 seqq. 8°.
37. Académie royale de Belgique. Centième anniversaire de la fondation (1772—1872). Bruxelles 1872. 2 vol. 8°.

G. Helvetiae. Pag. 139.

1a. Nova acta Helvetica physico-mathematico-anatomico-botanico-medica. Basiliae 1787. Vol. I. 4°.

Sectio II.

DIARIA. Pag. 143.

115. H. C. Schumacher, Jahrbücher 1836—1841, 1843, 1844. 8 vol. 8°.
116. Archiv der Mathematik und Physik. Herausgegeben von J. A. Grunert. Von 1841. Greifswald. 8°.
117. Jaarboekje van het Zoologisch Genootschap Natura Artis Magistra te Amsterdam. kl. 8°. Van 1852.
118. A. A. van Bemmelen, Jaarbericht van de Rotterdamsche diergaarde over 1868 seqq. Rotterdam. 8°.
119. Horae Societatis Entomologicae Rossiae. Petropoli 1861 sqq. 8°.
120. Dr. H. Hirzel und H. Gretschel, Jahrbuch der Erfindungen. Leipzig 1865 sqq. 8°.
121. Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1866. 8°.
122. Dr. Eduard Heis, Wochenschrift für Astronomie, Meteorologie und Geographie. Halle 1874. 8°.
123. Nature. London 1870 sqq. 8°.
124. Archives du Museum d'histoire naturelle de Lyon. Lyon 1872. 4°.
125. Paul Gervais, Journal de Zoologie. Paris 1872. 8°.
126. Revue d'Anthropologie. Paris 1872. 8°.
127. Jahrbuch über Erfindungen und Fortschritte auf dem Gebiete der Maschinentechnik und mechanischen Technologie. Herausgegeben von Fr. Neumann. Halle a. S. 1873. 8°.

PARS QUINTA.

MISCELLANEA. Pag. 149 et 196.

83. Dr. Joh. Müller, Lehrbuch der Physik und Meteorologie. Siebente Auflage. Braunschweig 1868. 2 vol. 8°.

84. J. S. BARNES, Submarine warfare. New-York 1869. 8°.
85. PH. THEOP. PARACELSUS VAN HOOGHENHEYM, Meteora of hemelsche konsten. Leijden 1631. 12°.
86. Magnetical and meteorological observations. Batavia 1871. 1 vol. 4°.
87. The transit of Venus in 1874. Washington 1873. 4°. With an atlas in fol.
88. Sir W. THOMSON, Papers on Electrostatics and Magnetism. London 1872. 8°.
89. W. CLEMENT LEY, The laws of the winds. London 1872. 8°.
90. J. TODHUNTER, History of the theories of attraction and the figure of the earth. London 1873. 2 vol. 8°.
91. HUGO LENTZ, Von der Fluth und Ebbe des Meeres. Hamburg 1873. 4°.
92. J. PLATEAU, Statique expérimentale et théorique des liquides. Paris, Londres 1873. 8°.
93. Dr. CARL NEUMANN, Die electrischen Kräfte. Leipzig 1873. 8°.
94. J. C. MAXWELL, A treatise on electricity and magnetism. Oxford 1873. 2 vol. 8°.

22. H. C. MILLIES, Recherches sur les monnaies des Indigènes de l'Archipel Indien et de la Péninsule des Malaies. la Haye 1871. 4°.

13. Dr. P. SCHELTEMA, Inventaris van het provinciale archief van Noord-Holland. Haarlem 1873. 8°.

PARS SEXTA.

AUCTORES GRAECI ET LATINI.

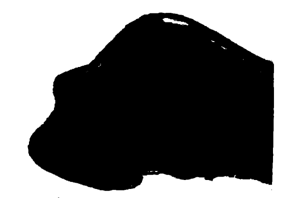
Sectio IV.

Philosophi, Physici, Mathematici, Medici. Pag. 165.

3*a*. WILLEBRORD SNELLEN, Eratosthenes Batavus. Lugduni Batavorum 1617. 4°.



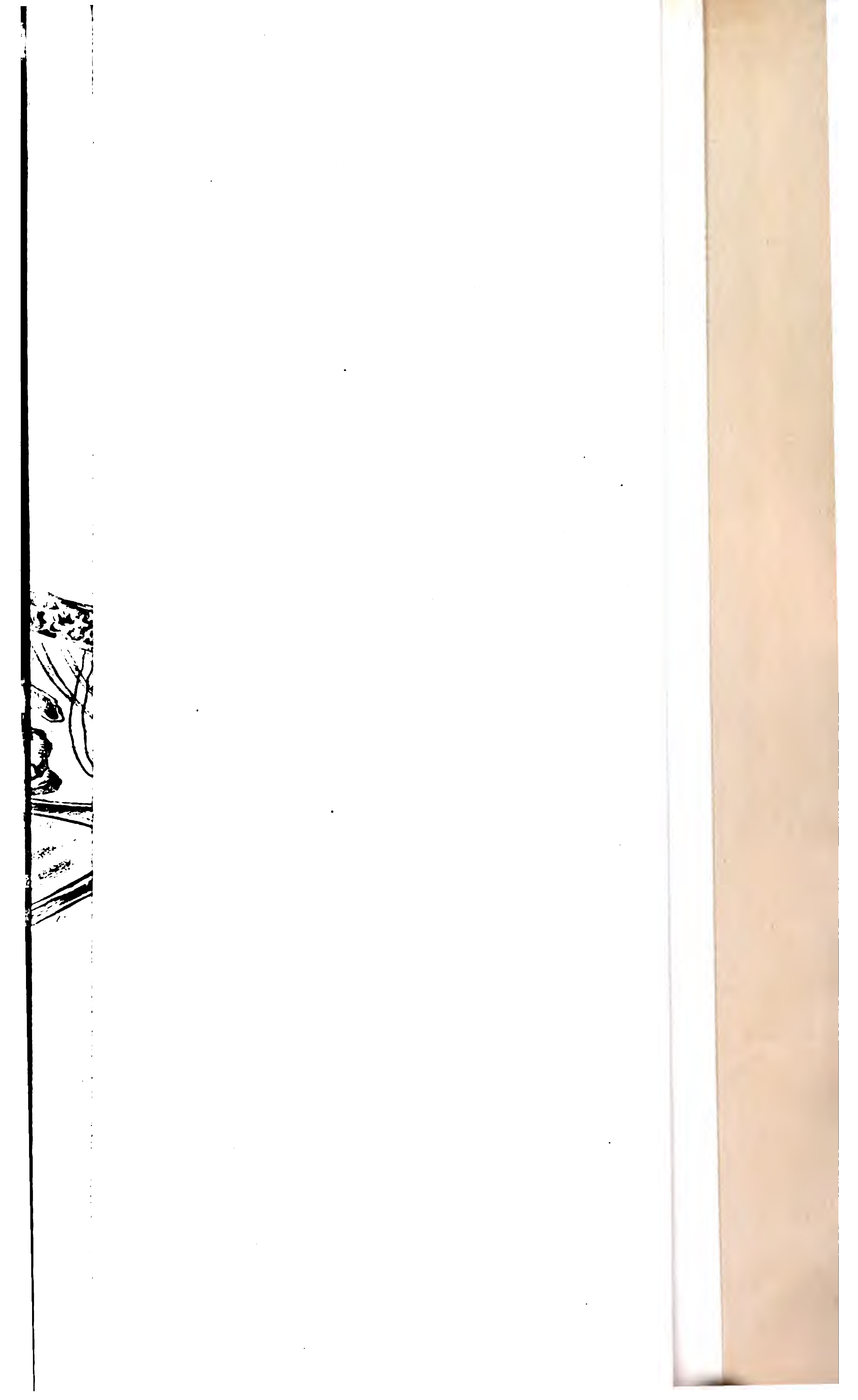
RCHIVES DU





Explication de la figure agrandie

a. Pointe de la mâchoire supérieure.
b. L'os occipital.
c. L'os frontal.
d. Le condyle articulaire de la mâchoire inférieure.
e. La cavité orbitaire.
f. La cavité entre l'orbite et la cavité nasale.
g. La cavité nasale.
h. Les vertèbres cervicales.
i. Les vertèbres dorsales.
k. La queue.
l. Les os du bassin.
m. Les côtes.
n. Les côtes abdominales.
o o. Les coracoïdiens.
p. L'omoplate.
q q. Les os de l'avant-bras.
r. Le tendon ossifié.
s s. Les os métacarpiens.
t t. Les doigts courts.
u u. Les doigts longs.
v v. Les fémurs.
x x. Les os tibia.
y y. Les métatarsiens.
z z. Les doigts des pieds.



IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES, à HARLEM.

